Domácí úkol ze sedmého cvičení

Příklad 7. ***Skripta, příklad 65 na straně 129.*** *V $\mathcal{A}_3$ určete rovnici roviny ϱ, která obsahuje přímku $p : 2x - z = 0, x + y - z + 5 = 0$ a*

1. *prochází bodem $A = [1, 2, 1]$,*
2. *je rovnoběžná s přímkou $q : X = [0, 2, -1] + t(7, -1, 4)$.*

Řešení. Úlohu jde vyřešit i tak, že vyjádříme přímku p parametricky a rovnici hledané roviny určíme „středoškolským" způsobem. Tady ale ukážeme řešení využívající svazek rovin (dvě rovnice přímky p vlastně představují dvě roviny, které určují svazek rovin 1. druhu, kde je osou svazku přímka p). Obecná rovnice roviny ϱ pak bude lineární kombinací levých stran rovnic zadávajících přímku p. Můžeme proto psát:

$$\varrho : \lambda_1(2x - z) + \lambda_2(x + y - z + 5) = 0$$

1. Dosazením souřadnic bodu A dostáváme rovnici $\lambda_1 + 7\lambda_2 = 0$. Této rovnici vyhovuje např. uspořádaná dvojice $(\lambda_1, \lambda_2) = (7, -1)$. Rovnice roviny ϱ_A je proto:

$$\varrho_A : 7(2x - z) - (x + y - z + 5) = 13x - y - 6z - 5 = 0$$

.

2. V zaměření hledané roviny ϱ_q musí ležet i směrový vektor přímky q, a proto souřadnice tohoto vektoru musí vyhovovat zhomogenizované obecné rovnici roviny. Tato rovnice je ale zřejmě $\lambda_1(2x - z) + \lambda_2(x + y - z) = 0$. Dosazením souřadnic směrového vektoru přímky q dostáváme rovnici $10\lambda_1 + 2\lambda_2 = 0$ a této rovnici vyhovuje např. uspořádaná dvojice $(\lambda_1, \lambda_2) = (-1, 5)$. Rovnice roviny ϱ_q je proto:

$$\varrho_q : -(2x - z) + 5(x + y - z + 5) = 3x + 5y - 4z + 25 = 0$$

.