

Domácí úloha z 23. listopadu 2017 (odevzdává se 30. listopadu 2017)

Dokažte, že polynom $f = x^3 + 2x^2 + 2x + 2 \in \mathbb{Z}_3[x]$ je ireducibilní nad \mathbb{Z}_3 . V tělese $K = \mathbb{Z}_3[x]/(f)$ označme $\alpha = x + (f)$ třídu obsahující polynom x . Ukažte, že α není generátorem grupy K^\times , ale prvek $\beta = 2\alpha^2 + \alpha + 2$ ano. Dále vyjádřete v tělese K prvek $\frac{\alpha}{\beta}$ ve tvaru $k\alpha^2 + l\alpha + m$ pro vhodná $k, l, m \in \mathbb{Z}_3$.