3 Testování normality

- Normalita = nepostradatelný předpoklad parametr. testů (jednovýběrových, párových, dvouvýběrových, ...)
- Testování normality
  - H_0: Data pochází z normálního rozd.
  - H_1 : Data nepochází z normálního rozd.
- Testy normality
  - Shairo-Wilkův test shapiro.test()
  - Lillie-Forsův test lillie.test() [nortest]
  - Anderson-Darlingův test ad.test() [nortest]
- výstup testů = p-hodnota: $p > \alpha \rightarrow H_0$ nezamítáme; $p \leq \alpha \rightarrow H_0$ zamítáme
- grafické ověření normality:
  - Q-Q plot qqnorm a qqline.

4 Párový test:

- porovnání rozdílů párových součástí objektu, párových orgánů člověka
- porovnání délky uší, výšky/šířky nadočnicového oblouku, zkoumání podobných rysů dvojčat apod.
- Nechť $(X_1, Y_1) \ldots (X_n, Y_n)$ je náh. výběr z dvourozměrného norm. rozd., přičemž $n \geq 2$. Střední hodnota znaku X je μ_1, střední hodnota znaku Y je μ_2.
- $H_0 : \mu_1 = \mu_2 \rightarrow \mu_1 - \mu_2 = 0$
- $H_1 : \mu_1 \neq \mu_2 \rightarrow \mu_1 - \mu_2 \neq 0$
- utvoříme rozdíly $Z_1 = X_1 - Y_1, \ldots, Z_n = X_n - Y_n$.
- $Z_1, \ldots Z_n$ je náh. výběr z norm. rozdělení $\rightarrow$ jednovýběrový test o μ, když σ^2 neznáme.

5 Test o jednom náhodném výběru z alternativního rozdělení

- n-krát nezávisle na sobě provádíme tentýž pokus; sledujeme nastání úspěchu nějakého jevu
- pst nastání úspěchu je θ
- náh. výběr $X_1, \ldots, X_n$, kde $X_i = 1$, pokud nastal úspěch, $X_i = 0$, pokud nenastal úspěch, je z alternativního rozdělení

$$X \sim \mathrm{Alt}(\theta).$$

- bodový odhad parametru θ:

$$M = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i.$$

Podmínka dobré aproximace

$$n\theta(1-\theta) > 9$$

- musí být splněna
- zaručuje nám spolehlivé testování a stanovení IS pro parametr θ alternativního rozdělení.

Testování hypotézy

- Nechť $X_1, \ldots, X_n \sim \mathrm{Alt}(\theta)$.
- Testujeme nulovou hypotézu $H_0 : \theta = c$ oproti alternativní hypotéze $H_1 : \theta \neq c$, případně $H_{12} : \theta < c$, či $H_{13} : \theta > c$.
- Nejprve ověříme podmínku dobré aproximace: $nc(1-c) > 9$.

- ### 5.1 Testování kritickým oborem

  Testovací statistika

  $$T_0 = \frac{M - c}{\sqrt{\frac{c(1-c)}{n}}} \sim N(0,1)$$

  1. kritický obor pro oboustrannou alternativu H_{11}: $W = (-\infty; u_{\alpha/2}\rangle \cup \langle u_{1-\alpha/2}, \infty)$
  2. kritický obor pro levostrannou alternativu H_{12}: $W = (-\infty; u_\alpha\rangle$
  3. kritický obor pro pravostrannou alternativu H_{13}: $W = \langle u_{1-\alpha}; \infty)$

  u_α je α kvantil standardizovaného normálního rozdělení … qnorm(alpha,0,1).

- ### 5.2 Testování intervalem spolehlivosti

  1. oboustranná alt. $H_{11} \to$ oboustranný $100(1-\alpha)\,\%$ empirický interval spolehlivosti pro parametr θ

  $$(d,h) = \left(m - \sqrt{\frac{m(1-m)}{n}}u_{1-\alpha/2}\,;\, m - \sqrt{\frac{m(1-m)}{n}}u_{\alpha/2}\right)$$

  2. levostranná alt. $H_{12} \to$ pravostranný $100(1-\alpha)\,\%$ empirický interval spolehlivosti pro parametr θ

  $$(-\infty, h) = \left(-\infty\,;\, m - \sqrt{\frac{m(1-m)}{n}}u_{\alpha}\right)$$

  3. pravostranná alt. $H_{13} \to$ levostranný $100(1-\alpha)\,\%$ empirický interval spolehlivosti pro parametr θ

  $$(d, \infty) = \left(m - \sqrt{\frac{m(1-m)}{n}}u_{1-\alpha}\,;\, \infty\right)$$

  u_α je α kvantil standardizovaného normálního rozdělení … qnorm(alpha,0,1).

- ### 5.3 Testování pomocí p-hodnoty

  1. oboustranná alt. $H_{11} \to p\text{-val} = 2\min\{\Pr(T_0 \le t_0), \Pr(T_0 > t_0)\}$
  2. levostranná alt. $H_{12} \to p\text{-val} = \Pr(T_0 \le t_0)$
  3. pravostranná alt. $H_{13} \to p\text{-val} = \Pr(T_0 > t_0) = 1 - \Pr(T_0 \le t_0)$