



ČASOVÉ ŘADY



prof. Ing. Jiří Holčík, CSc.

holcik@iba.muni.cz, UKB A1, 6.NP, dv.č.613



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

XIV. PARAMETRICKÁ DEKOMPOZICE ČASOVÝCH ŘAD

ZÁKLADNÍ MODELY SKLADBY ČASOVÉ ŘADY

ADITIVNÍ MODEL ČASOVÉ ŘADY

$$x(n) = r(n) + z(n) + s(n) + v(n)$$

MULTIPLIKATIVNÍ MODEL ČASOVÉ ŘADY

$$x(n) = r(n) \cdot z(n) \cdot s(n) \cdot v(n)$$

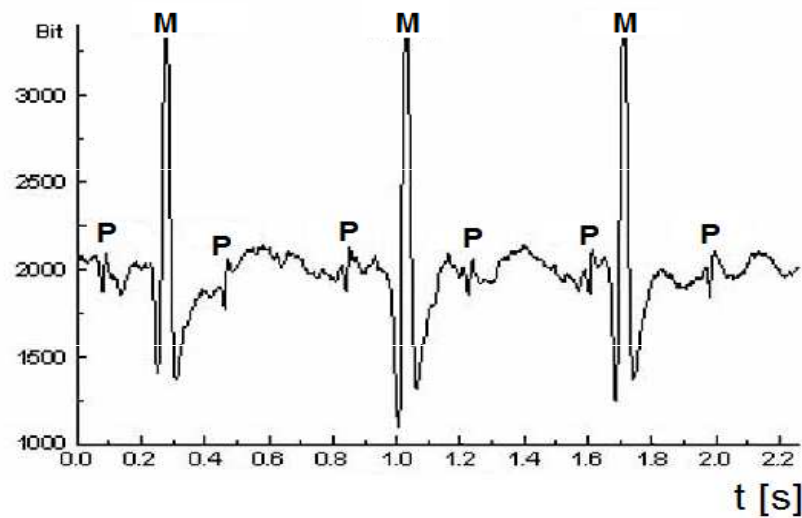
SMÍŠENÉ MODELY

$r(n)$ je monotónní *trend* časové řady, $z(n)$ *dlouhodobá repetiční složka* s periodou významně delší než je doba sledování časové řady, $s(n)$ je oscilační *sezónní složka*, jejíž perioda je kratší ve srovnání s délkou časové řady a $v(n)$ je *šumová složka*, přičemž se zpravidla očekává, že reprezentuje tzv. *bílý šum* s normálním rozdělením, nulovou střední hodnotou a jednotkovým rozptylem. Směs trendu s dlouhodobými oscilacemi bývá často nazývána *drift*

ZÁKLADNÍ MODEL Y SKLADBY ČASOVÉ ŘADY

ADITIVNÍ MODEL ČASOVÉ ŘADY

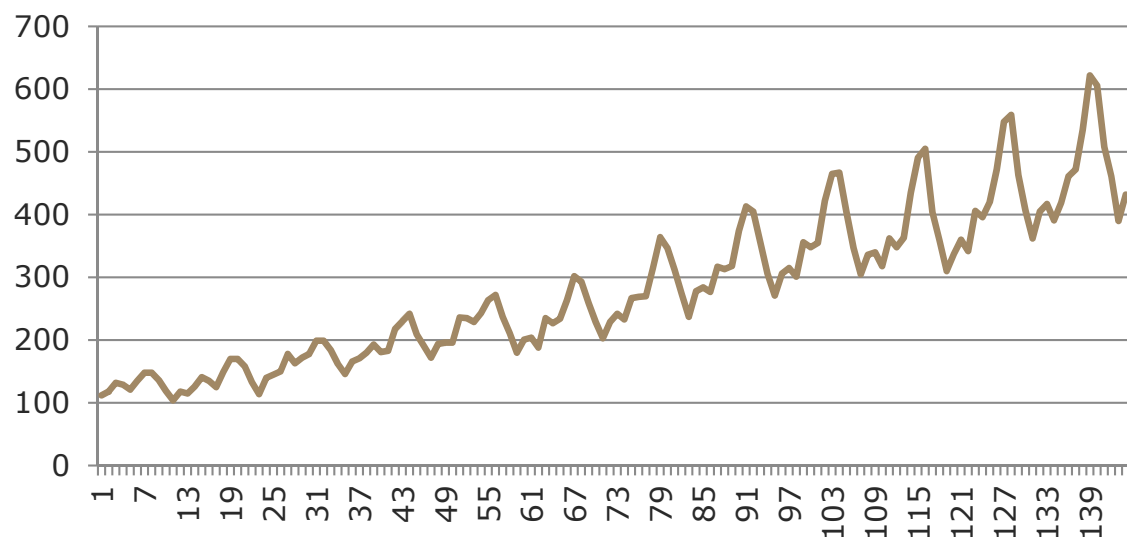
$$x(n) = r(n) + z(n) + s(n) + v(n)$$



ZÁKLADNÍ MODELY SKLADBY ČASOVÉ ŘADY

MULTIPLIKATIVNÍ MODEL ČASOVÉ ŘADY

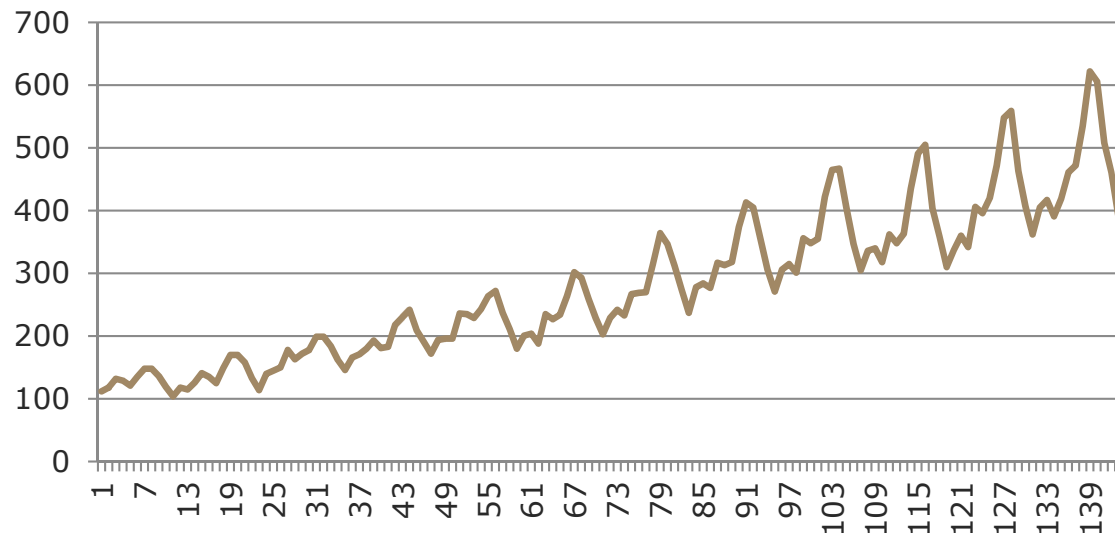
$$x(n) = r(n) \cdot z(n) \cdot s(n) \cdot v(n)$$



ZÁKLADNÍ MODEL Y SKLADBY ČASOVÉ ŘADY

MULTIPLIKATIVNÍ MODEL ČASOVÉ ŘADY

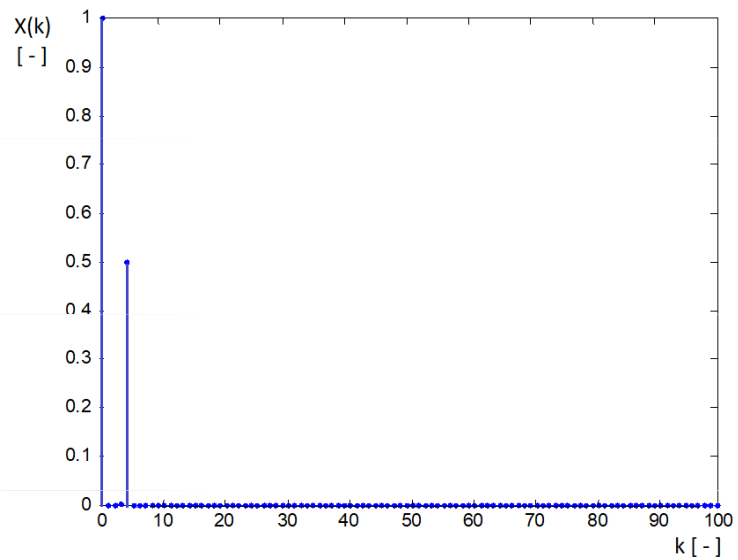
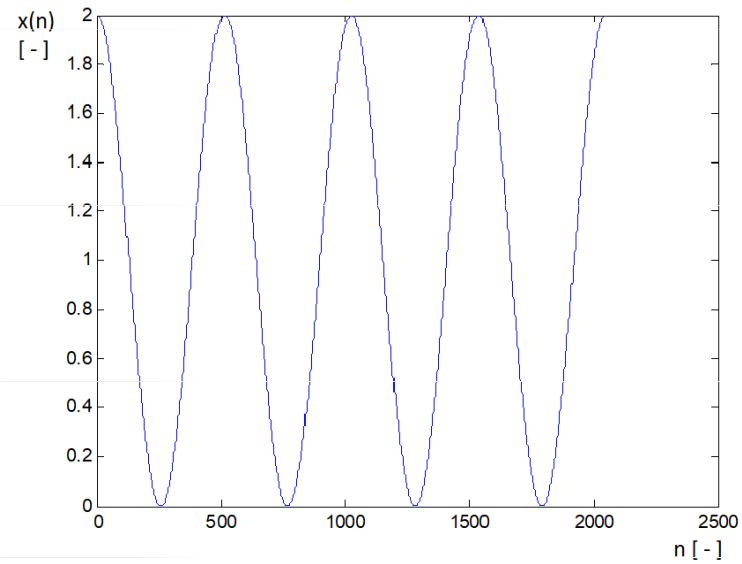
$$x(n) = r(n) \cdot z(n) \cdot s(n) \cdot v(n)$$



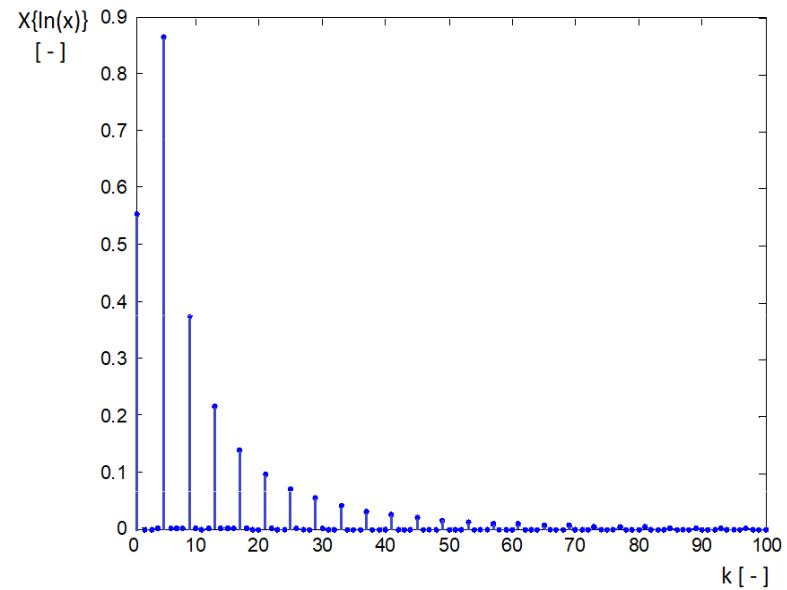
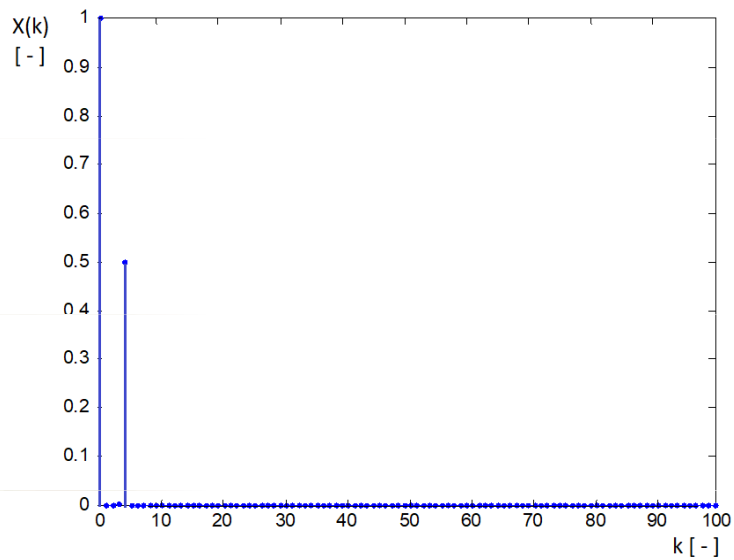
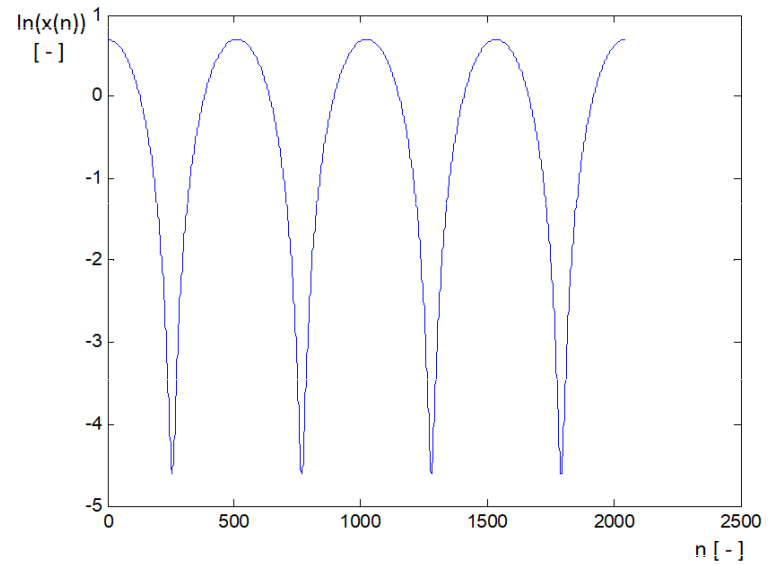
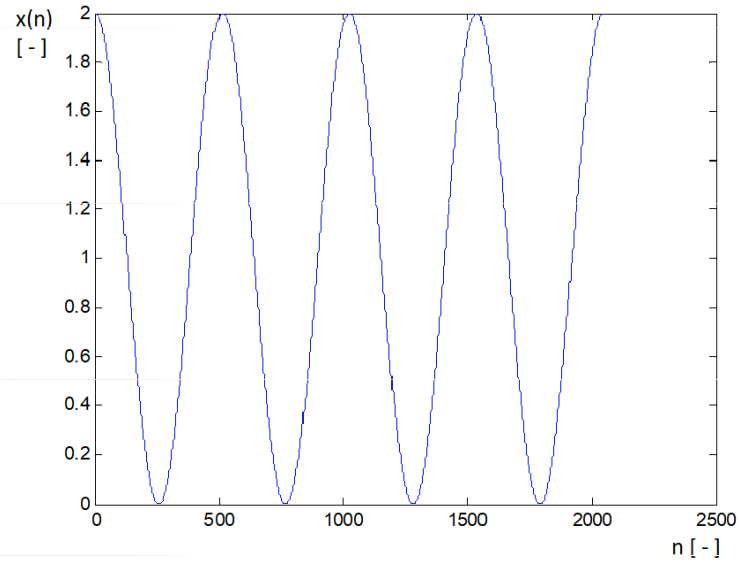
Lineární přístup preferuje aditivní model. Proto je snaha převést multiplikativní vazby na aditivní \Rightarrow **logaritmická transformace**

?!?

LOGARITMICKÁ TRANSFORMACE



LOGARITMICKÁ TRANSFORMACE



SEPARACE DRIFTU ČASOVÉ ŘADY

- ☑ aproximace trendu zvolenou posloupností;
- ☑ frekvenční filtrace filtry typu dolní propust;

SEPARACE DRIFTU ČASOVÉ ŘADY

APROXIMACE TRENDU

- ☑ typ, příp. řád posloupnosti aproximující pomalu se měnící složku;
- ☑ způsob odhadu parametrů jejího modelu.

SEPARACE DRIFTU ČASOVÉ ŘADY

APROXIMACE TRENDU

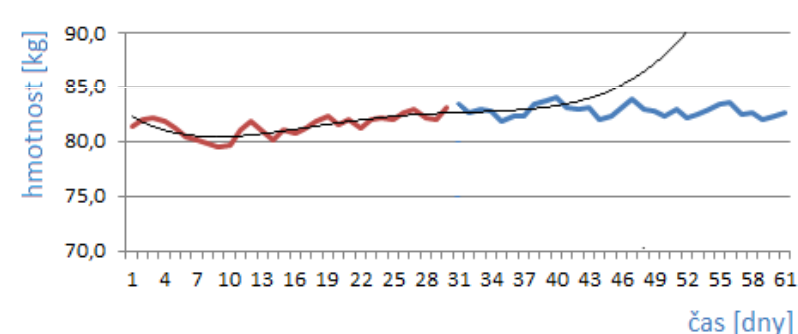
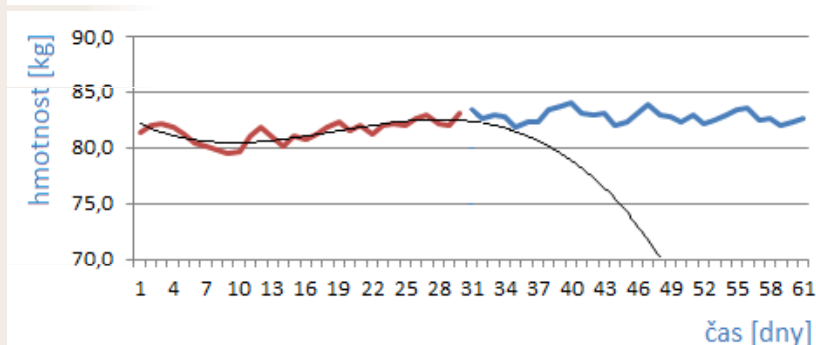
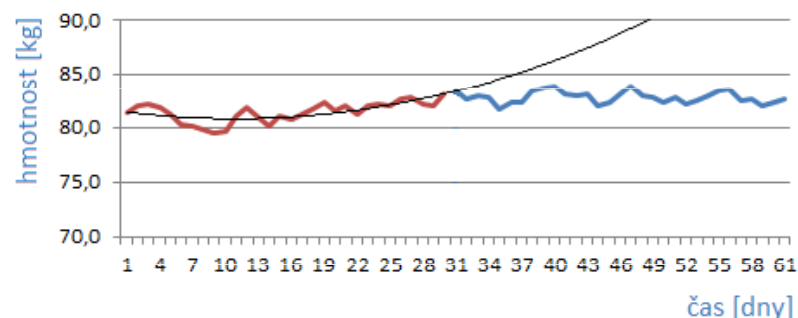
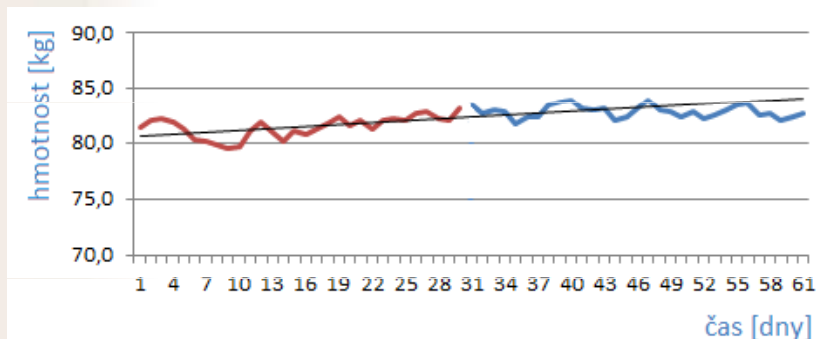
POLYNOMIÁLNÍ APROXIMACE

- ☑ lineární trend;
- ☑ kvadratický trend;
- ☑ odhad parametrů pomocí metody nejmenších čtverců

SEPARACE DRIFTU ČASOVÉ ŘADY

APROXIMACE TRENDU

POLYNOMIÁLNÍ APROXIMACE



Polynomiální aproximace časové řady hodnot tělesné hmotnosti (aproximace vychází z hodnot levé poloviny časové řady) – vlevo nahoře: lineární aproximace; vpravo nahoře: aproximace polynomem 2. stupně; vlevo dole: aproximace polynomem 3. stupně; vpravo dole: aproximace polynomem 4. stupně

SEPARACE DRIFTU ČASOVÉ ŘADY

APROXIMACE TRENDU

EXPONENCIÁLNÍ APROXIMACE

☑ jednoduchý exponenciální trend

$$r(n) = k_0 \cdot k_1^n, \text{ pro } n = 0, 1, 2, \dots, N-1.$$

je-li k_0 kladné, pak je pro $k_1 > 1$ posloupnost $r(n)$ rostoucí, pro $k_1 \in (0; 1)$ klesající.

pro záporné k_0 ztrácí posloupnost $r(n)$ monotónní průběh, posloupnost sice zachovává podle velikosti koeficientu k_1 rostoucí, či klesající charakter, ale její hodnoty oscilují s měnící se polaritou.

SEPARACE DRIFTU ČASOVÉ ŘADY

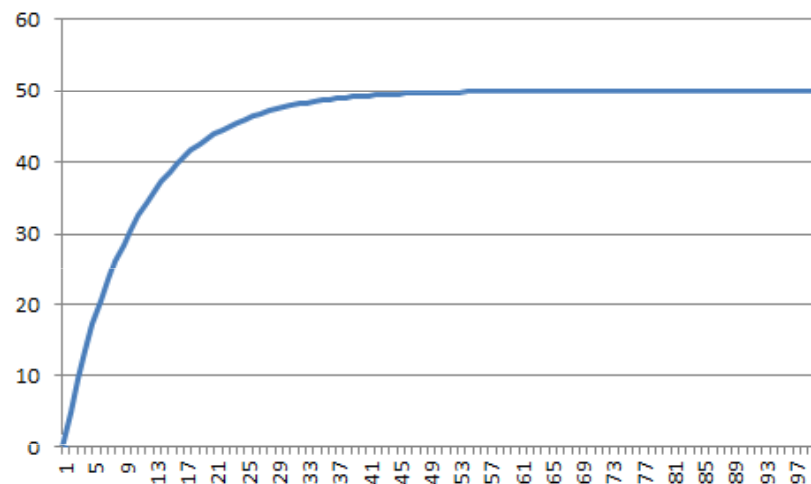
APROXIMACE TRENDU

EXPONENCIÁLNÍ APROXIMACE

- ☑ exponenciální trend s omezením

$r(n) = k_2 + k_0 \cdot k_1^n$, pro $k_0 < 0$, $k_1 \in (0; 1)$ a $k_2 > 0$,

resp.
$$r(n) = k_2 \cdot \left(1 + \frac{k_0}{k_2} \cdot k_1^n \right)$$



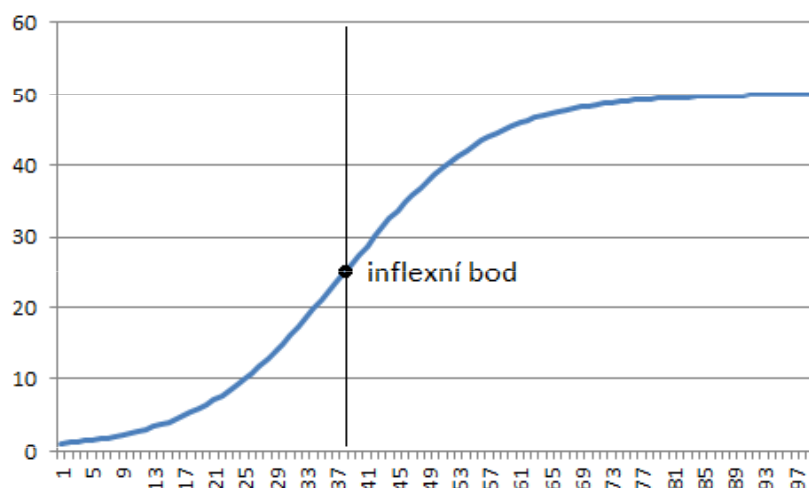
SEPARACE DRIFTU ČASOVÉ ŘADY

APROXIMACE TRENDU

EXPONENCIÁLNÍ APROXIMACE

☑ logistický trend

$$r(n) = \frac{k_2}{1 + k_0 k_1^n}, \quad n = 0, 1, 2, \dots, N-1; \quad k_1, k_2 > 0$$



SEPARACE DRIFTU ČASOVÉ ŘADY

APROXIMACE TRENDU

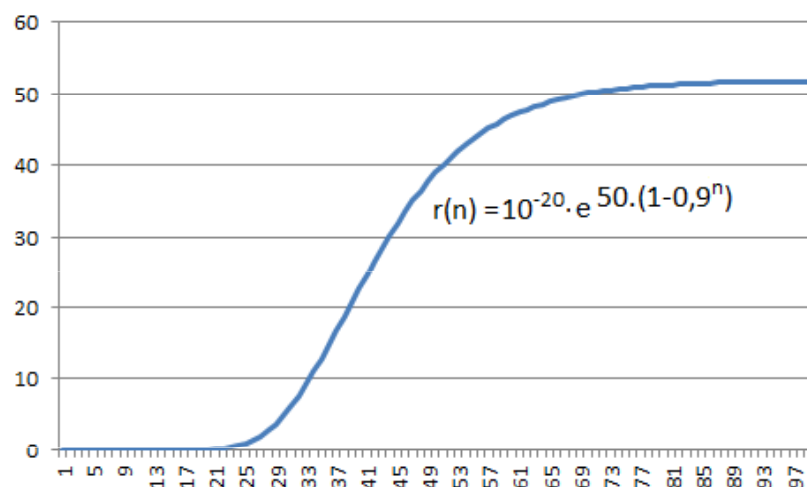
EXPONENCIÁLNÍ APROXIMACE

☑ Gompertzův trend

$$\ln[r(n)] = k_2 + k_0 \cdot k_1^n, \text{ pro } k_1 > 0,$$

resp.

$$r(n) = e^{k_2 + k_0 k_1^n}, \text{ pro } k_1 > 0$$



SEPARACE DRIFTU ČASOVÉ ŘADY

FREKVENČNÍ FILTRACE

- ☑ *systemy s klouzavým průměrem* (MA – *moving average*);
- ☑ *autoregresivní systémy* (AR)

a jejich sériovým spojením lze získat

- ☑ *autoregresivní systémy s klouzavým průměrem* (ARMA).

SEPARACE DRIFTU ČASOVÉ ŘADY

FREKVENČNÍ FILTRACE

- ☑ *systemy s klouzavým průměrem* (MA – *moving average*);
- ☑ *autoregresivní systémy* (AR)

a jejich sériovým spojením lze získat

- ☑ *autoregresivní systémy s klouzavým průměrem* (ARMA).

SEPARACE DRIFTU ČASOVÉ ŘADY

FREKVENČNÍ FILTRACE

FILTRY S KLOUZAVÝM PRŮMĚREM (MA)

$$y(n) = \sum_{m=0}^{M-1} w(m) \cdot x(n - M + 1 + m)$$

- ✓ s rovnoměrnými vahami;
- ✓ s nerovnoměrnými vahami;

SEPARACE DRIFTU ČASOVÉ ŘADY

FREKVENČNÍ FILTRACE

MA FILTRY S ROVNOMĚRNÝMI VAHAMI

$$h_R(n) = \begin{cases} \frac{1}{M} & \text{pro } |n| \leq \frac{M-1}{2}; \\ 0 & \text{pro } |n| > \frac{M-1}{2}. \end{cases}$$

Frekvenční přenosová funkce posloupnosti $h_R(n)$ je

$$\begin{aligned} H_R(e^{i\Omega T_s}) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} h_R(n) \cdot e^{-i\Omega n T_s} = \frac{1}{M} \sum_{n=-\frac{M-1}{2}}^{\frac{M-1}{2}} e^{-i\Omega n T_s} = \\ &= \frac{1}{M} e^{-i\Omega \frac{M-1}{2} T_s} \left[1 + e^{-i\Omega T_s} + e^{-i2\Omega T_s} + \dots + e^{-i\Omega(M-1)T_s} \right] \end{aligned}$$

SEPARACE DRIFTU ČASOVÉ ŘADY

FREKVENČNÍ FILTRACE

MA FILTRY S ROVNOMĚRNÝMI VAHAMÍ

Součet M členů geometrické řady v závorce s jednotkovým první

členem a s kvocientem $q = e^{-i\Omega T_s}$ je $\frac{e^{-i\Omega M T_s} - 1}{e^{-i\Omega T_s} - 1}$. Proto pro

frekvenční přenosovou funkcí je dále

$$\begin{aligned} H_R(e^{i\Omega T_s}) &= \frac{1}{M} e^{-i\Omega \frac{M-1}{2} T_s} \frac{e^{-i\Omega M T_s} - 1}{e^{-i\Omega T_s} - 1} = \frac{1}{M} \cdot \frac{e^{-i\Omega \frac{M}{2} T_s} - e^{i\Omega \frac{M}{2} T_s}}{e^{-i\Omega \frac{T_s}{2}} - e^{i\Omega \frac{T_s}{2}}} = \\ &= \frac{1}{M} \cdot \frac{e^{i\Omega \frac{M}{2} T_s} - e^{-i\Omega \frac{M}{2} T_s}}{e^{i\Omega \frac{T_s}{2}} - e^{-i\Omega \frac{T_s}{2}}} \cdot \frac{2i}{2i} = \frac{1}{M} \cdot \frac{\sin\left(\Omega \frac{M}{2} T_s\right)}{\sin\left(\Omega \frac{T_s}{2}\right)}. \end{aligned}$$

SEPARACE DRIFTU ČASOVÉ ŘADY

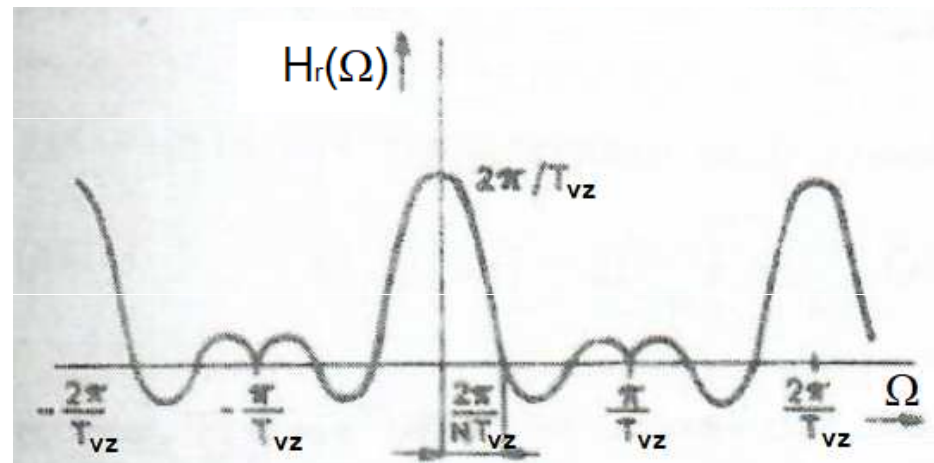
FREKVENČNÍ FILTRACE

MA FILTRY S ROVNOMĚRNÝMI VAHAMI

Funkce $H_R(e^{i\Omega T_s})$ je pro daný nekauzální tvar impulzní charakteristiky reálná periodická funkce spojité proměnné Ω s periodou $\Omega_s = 2\pi/T_s$

Funkce prochází nulou, když je argument funkce sinus v čitateli roven celočíselným násobkům π , tj.

$$\Omega_k \frac{M}{2} T_s = k\pi.$$



Z toho jsou frekvence, kdy $H_R(e^{i\Omega T_s})$ prochází nulou

$\Omega_k = k \frac{2\pi}{MT_s} = k \frac{\Omega_s}{M}$. Tyto frekvence jsou tedy nepřímo úměrné délce impulzní odezvy.

POZNÁMKA

Je-li třeba použít filtr s impulzní odezvou se sudým počtem vzorků (ekonomika, epidemiologie, demografie) vytváří se filtr s lichým počtem vzorků zprůměrněním dvou po sobě jdoucích výstupních vzorků.

$$y_1(n) = \frac{1}{4} (x(n-2) + x(n-1) + x(n) + x(n+1));$$

$$y_2(n) = \frac{1}{4} (x(n-1) + x(n) + x(n+1) + x(n+2));$$

$$y(n) = \frac{1}{2} (y_1(n) + y_2(n)).$$

$$y(n) = \frac{1}{8} (x(n-2) + 2x(n-1) + 2x(n) + 2x(n+1) + x(n+2))$$

POZNÁMKA

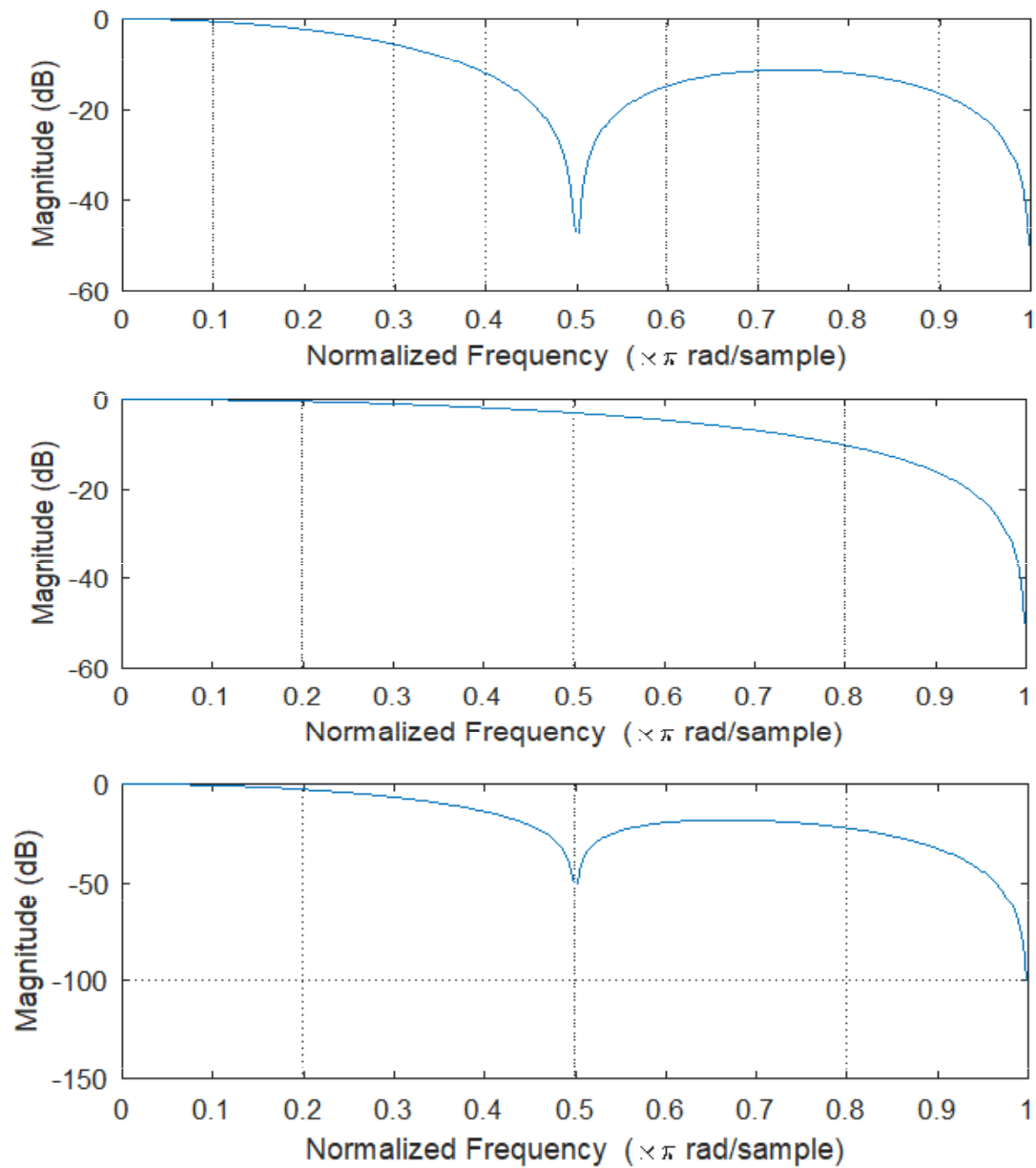
$$Y_1(z) = \frac{1}{4}(z^{-2} + z^{-1} + 1 + z) \cdot X(z) \Rightarrow H_1(z) = \frac{1}{4}(z^{-2} + z^{-1} + 1 + z);$$

$$Y_2(z) = \frac{1}{4}(z^{-1} + 1 + z + z^2) \cdot X(z) \Rightarrow H_2(z) = \frac{1}{4}(z^{-1} + 1 + z + z^2) \Rightarrow H_1(z) = H_2(z) \cdot z^{-1};$$

$$Y(z) = \frac{1}{2}(Y_1(z) + Y_2(z)) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{4}(z^{-2} + z^{-1} + 1 + z) \cdot X(z) + \frac{1}{4}(z^{-1} + 1 + z + z^2) \cdot X(z) \right) \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow H(z) &= \frac{1}{2}(H_1(z) + H_2(z)) = \frac{1}{2}(H_2(z) \cdot z^{-1} + H_2(z)) = \frac{1}{2}(z^{-1} + 1) \cdot H_2(z) = \\ &= \frac{1}{2}(z^{-1} + 1) \cdot \frac{1}{4}(z^{-1} + 1 + z + z^2) \end{aligned}$$

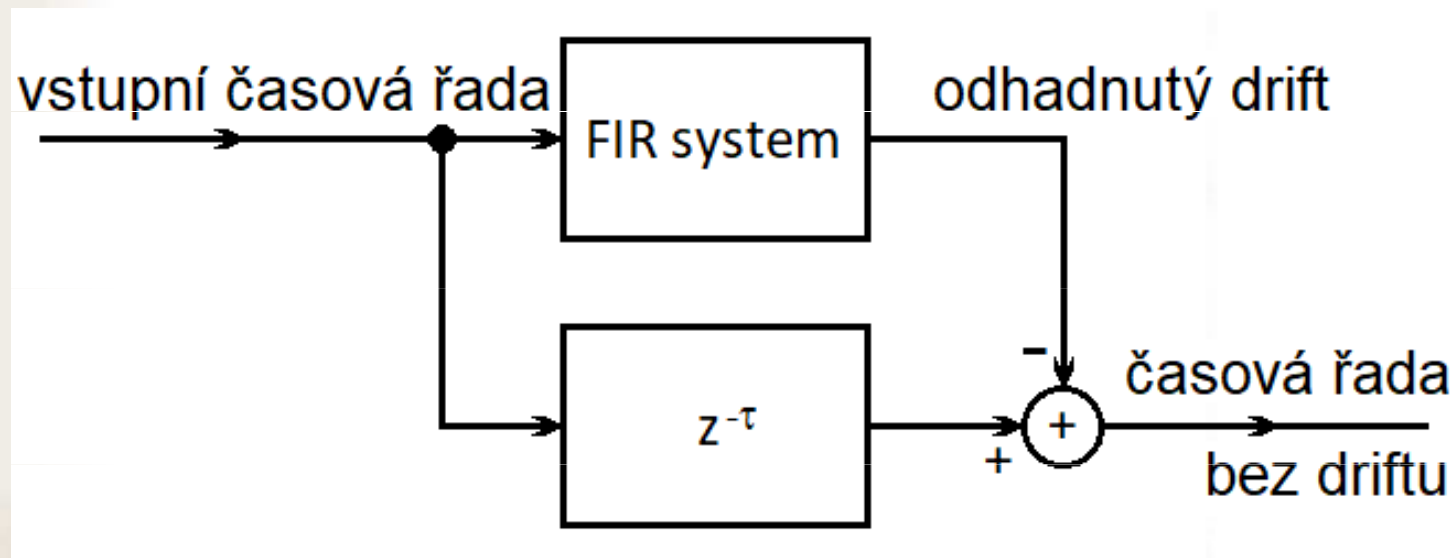
POZNÁMKA



SEPARACE DRIFTU ČASOVÉ ŘADY

FREKVENČNÍ FILTRACE

Pokud je cílem získat data očištěná o drift, pak lze odhad driftu od vstupní posloupnosti odečíst, ovšem vstupní posloupnost musí být zpožděna o $\tau = (M-1)/2$ vzorků, tj. zpoždění způsobené průchodem časové řady FIR filtrem.



SEPARACE DRIFTU ČASOVÉ ŘADY

FREKVENČNÍ FILTRACE

MA FILTRY S NEROVNOUVAHAMI

- ✓ trojúhelníkové okno (Bartlettovo, Feierovo);
- ✓ Hammingovo okno;
- ✓ Blackmanovo okno;
- ✓ mocninové kosinové posloupnosti;
- ✓

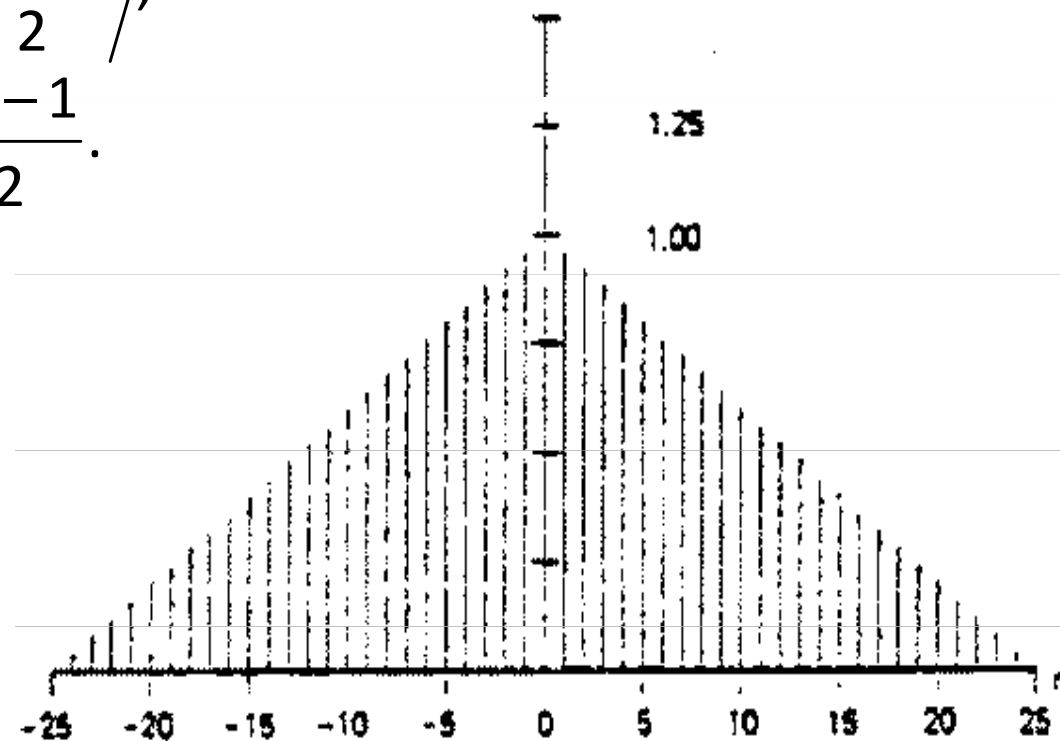
SEPARACE DRIFTU ČASOVÉ ŘADY

FREKVENČNÍ FILTRACE

MA FILTRY S NEROVNOUJĚRNÝMI VAHAMI

- ☑ *trojúhelníková váhová posloupnost*

$$h_T(n) = \begin{cases} \frac{2n}{M} + 1 & \text{pro } n \in \left\langle -\frac{M-1}{2}, 0 \right\rangle; \\ 1 - \frac{2n}{M} & \text{pro } n \in \left\langle 0, \frac{M-1}{2} \right\rangle; \\ 0 & \text{pro } |n| > \frac{M-1}{2}. \end{cases}$$



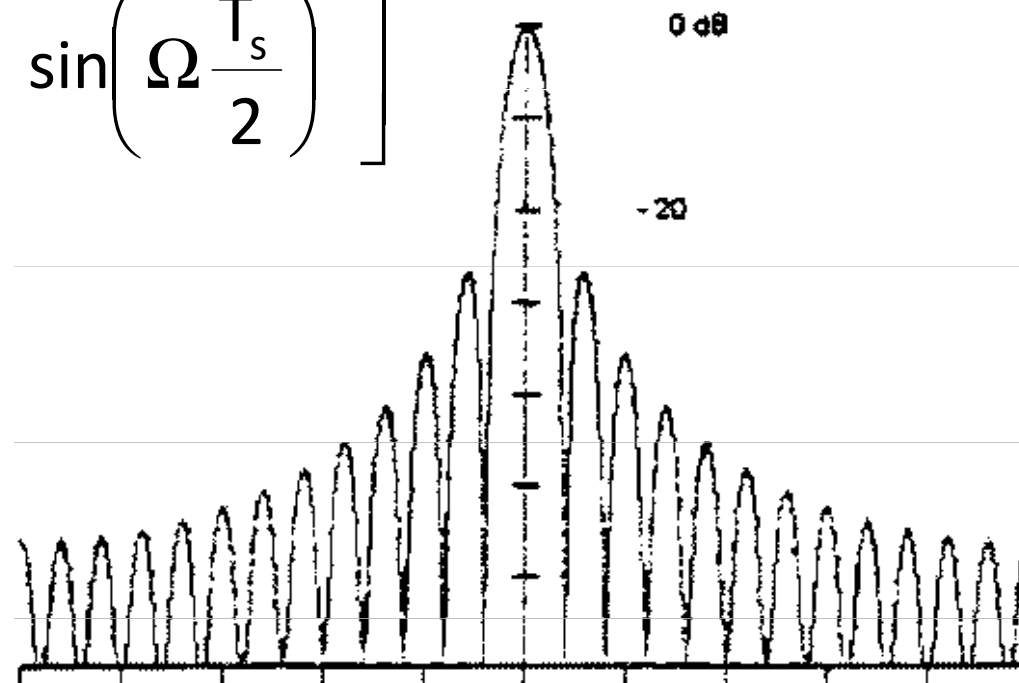
SEPARACE DRIFTU ČASOVÉ ŘADY

FREKVENČNÍ FILTRACE

MA FILTRY S NEROVNOMĚRNÝMI VAHAMI

- ☑ *trojúhelníková váhová posloupnost*

$$H_T(e^{i\Omega T_s}) = \frac{2}{M} \cdot e^{-i\left(\frac{M}{2}-1\right)\Omega T_s} \cdot \left[\frac{\sin\left(\Omega \frac{M}{4} T_s\right)}{\sin\left(\Omega \frac{T_s}{2}\right)} \right]^2$$



SEPARACE DRIFTU ČASOVÉ ŘADY

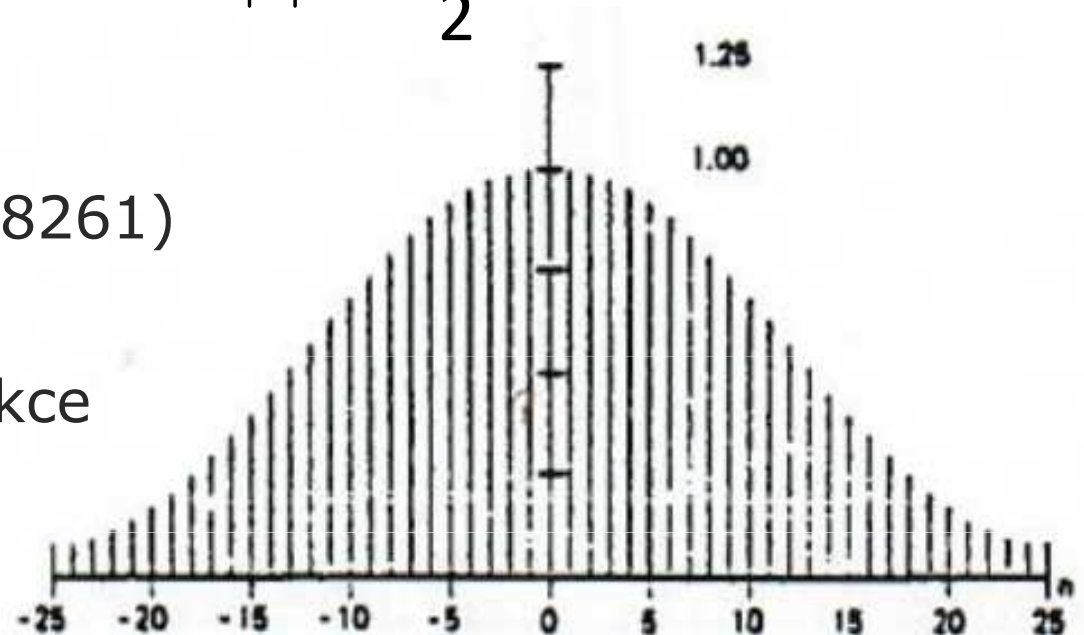
FREKVENČNÍ FILTRACE

MA FILTRY S NEROVNOUJĚRNÝMI VAHAMI

- ☑ *Hammingova váhová posloupnost*

$$h_H(n) = \begin{cases} \alpha + (1 - \alpha) \cdot \cos\left(\frac{2\pi n}{M}\right) & \text{pro } |n| \leq \frac{M-1}{2}; \\ 0 & \text{pro } |n| > \frac{M-1}{2}. \end{cases}$$

Když $\alpha = 25/46$ ($\alpha \approx 0,543478261$)
je maximálně potlačen první
postranní lalok spektrální funkce



SEPARACE DRIFTU ČASOVÉ ŘADY

FREKVENČNÍ FILTRACE

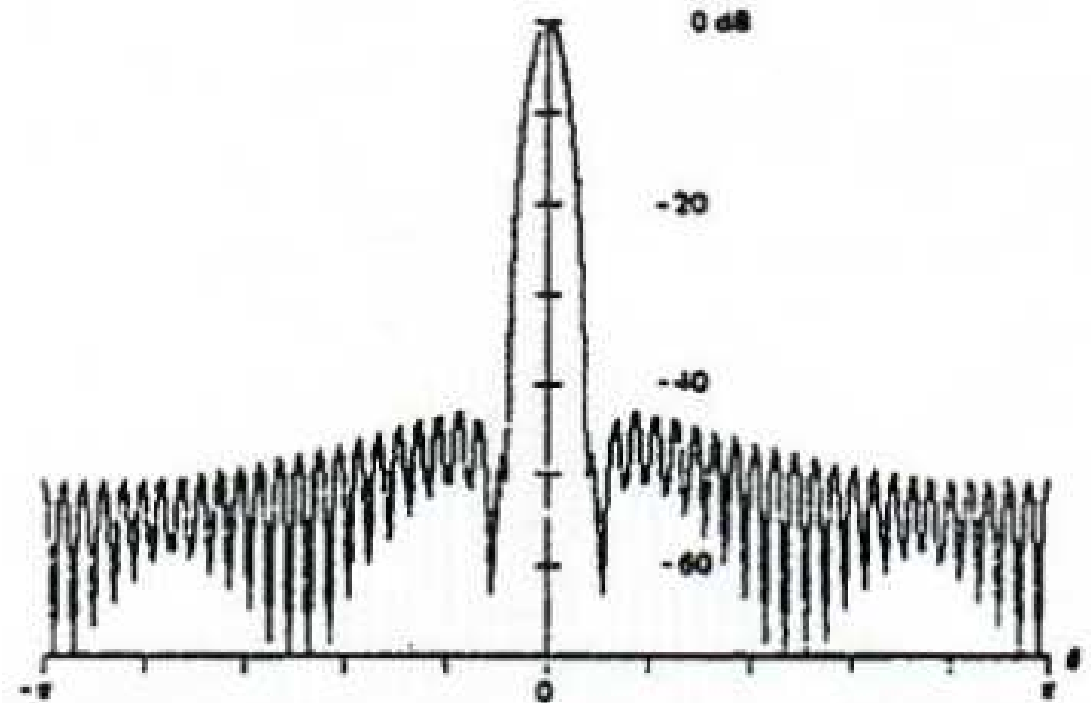
MA FILTRY S NEROVNOUJĚRNÝMI VAHAMI

- ☑ *Hammingova váhová posloupnost*

$$H_H(e^{i\Omega T_s}) = \sum_{n=-\frac{M-1}{2}}^{\frac{M-1}{2}} h_H(n) \cdot e^{-i\Omega n T_s} = \alpha H_{R1}(\Omega) + \frac{1-\alpha}{2} H_{R1}\left(\Omega - \frac{2\pi}{MT_s}\right) + \frac{1-\alpha}{2} H_{R1}\left(\Omega + \frac{2\pi}{MT_s}\right)$$

kde

$$H_{R1}(\Omega) = \frac{\sin\left(\Omega \frac{MT_s}{2}\right)}{\sin\left(\Omega \frac{T_s}{2}\right)}$$



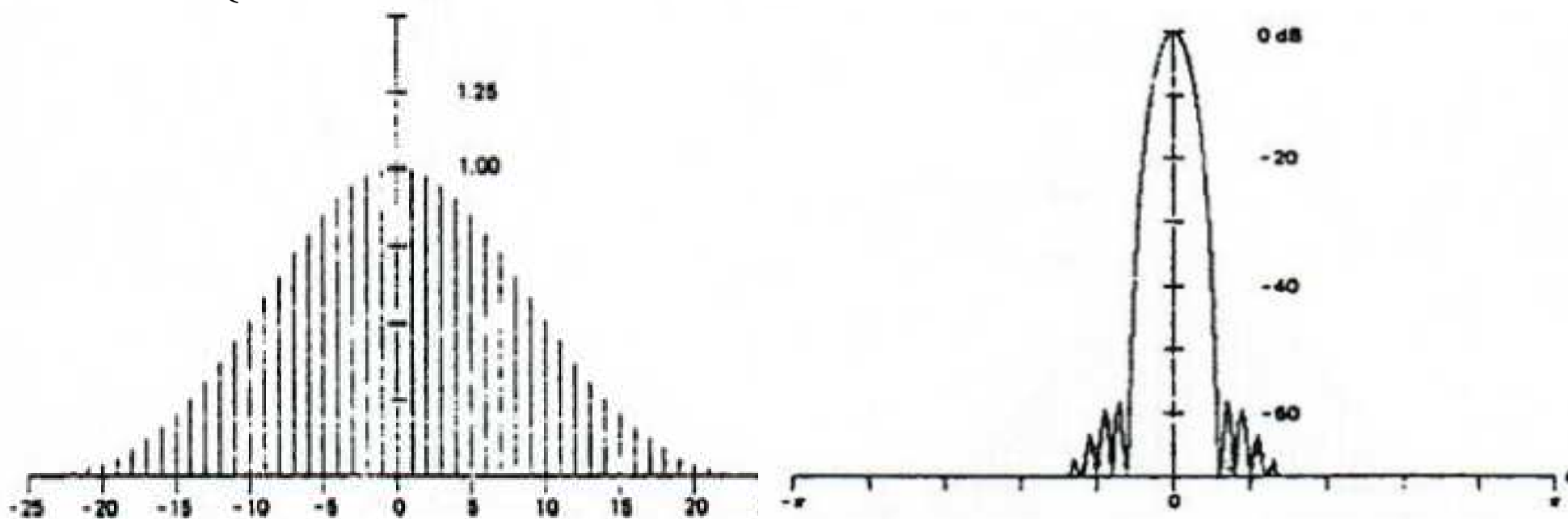
SEPARACE DRIFTU ČASOVÉ ŘADY

FREKVENČNÍ FILTRACE

MA FILTRY S NEROVNOMĚRNÝMI VAHAMI

- ☑ *Blackmanova váhová posloupnost*

$$h_B(n) = \begin{cases} 0,42 + 0,50 \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{M}n\right) + 0,08 \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{M}2n\right) & \text{pro } |n| \leq \frac{M-1}{2}; \\ 0 & \text{pro } |n| > \frac{M-1}{2}. \end{cases}$$



SEPARACE DRIFTU ČASOVÉ ŘADY

FREKVENČNÍ FILTRACE

MA FILTRY S NEROVNOUJĚRNÝMI VAHAMI

☑ *kosinová váhová posloupnost*

$$h_{c2}(n) = \begin{cases} 0,5 \cdot \left[1,0 + \cos\left(\frac{2\pi}{M}n\right) \right] & \text{pro } |n| \leq \frac{M-1}{2}; \\ 0 & \text{pro } |n| > \frac{M-1}{2}. \end{cases}$$

$$H_{c2}(e^{i\Omega T_s}) = 0,5 \cdot D(\Omega) + 0,25 \cdot \left[D\left(\Omega - \frac{2\pi}{M}\right) + D\left(\Omega + \frac{2\pi}{M}\right) \right]$$

kde

$$D(\Omega) = e^{i\frac{\Omega T_s}{2}} \cdot H_{R1}(\Omega)$$

SEPARACE DRIFTU ČASOVÉ ŘADY

FREKVENČNÍ FILTRACE

MA FILTRY S NEROVNOU MĚRNÝMI VAHAMÍ

váhová funkce	šířka hlavního laloku spektrální funkce [dB]	pokles velikosti prvního vedlejšího laloku vůči hlavnímu laloku spektrální funkce [rad/s]
rovnoměrné váhy	$4\pi/MT_s$	-13
Bartletova	$8\pi/MT_s$	-27
Hammingova	$8\pi/MT_s$	-43
Blackmanova	$12\pi/MT_s$	-58

Základní vlastnosti čtyř základních systémů s klouzavým průměrem

SEPARACE DRIFTU ČASOVÉ ŘADY

FREKVENČNÍ FILTRACE

MA FILTRY S NEROVNOUVAHAMI

Savitzkého-Golayův filtr

Koeficienty impulzní odezvy jsou určovány pomocí aproximace úseku časové řady polynomiální funkcí. Je tedy kombinací polynomiální aproximace a filtrace systémem s klouzavým průměrem.

Princip výpočtu koeficientů filtru si ukažme na příkladu, kdy úseky s pěti vzorky budeme centrálně aproximovat polynomem třetího stupně.

SEPARACE DRIFTU ČASOVÉ ŘADY

FREKVENČNÍ FILTRACE

MA FILTRY S NEROVNOUVAHAMI

Savitzkého-Golayův filtr

Předpokládejme, že v každém intervalu časové řady známe hodnoty $x(n+i)$, $i = -2, -1, \dots, 2$. Chceme-li těchto pět hodnot v každém intervalu časové řady proložit kubickou parabolou, pak koeficienty této paraboly určíme minimalizací celkové kvadratické odchylky mezi skutečnou hodnotou vzorku časové řady a jejím odhadem, tj. výrazu

$$\sum_{i=-2}^2 [x(n+i) - b_0 - b_1 i - b_2 i^2 - b_3 i^3]^2$$

SEPARACE DRIFTU ČASOVÉ ŘADY

FREKVENČNÍ FILTRACE

MA FILTRY S NEROVNOUČNÝMI VAHAMÍ

Savitzkého-Golayův filtr

Derivováním uvedeného výrazu podle parametrů b_0, \dots, b_3 získáme soustavu čtyř lineárních rovnic

$$b_0^* \sum_{i=-2}^2 1 + b_1^* \sum_{i=-2}^2 i + b_2^* \sum_{i=-2}^2 i^2 + b_3^* \sum_{i=-2}^2 i^3 = \sum_{i=-2}^2 x(n+i);$$

$$b_0^* \sum_{i=-2}^2 i + b_1^* \sum_{i=-2}^2 i^2 + b_2^* \sum_{i=-2}^2 i^3 + b_3^* \sum_{i=-2}^2 i^4 = \sum_{i=-2}^2 x(n+i)i;$$

$$b_0^* \sum_{i=-2}^2 i^2 + b_1^* \sum_{i=-2}^2 i^3 + b_2^* \sum_{i=-2}^2 i^4 + b_3^* \sum_{i=-2}^2 i^5 = \sum_{i=-2}^2 x(n+i)i^2;$$

$$b_0^* \sum_{i=-2}^2 i^3 + b_1^* \sum_{i=-2}^2 i^4 + b_2^* \sum_{i=-2}^2 i^5 + b_3^* \sum_{i=-2}^2 i^6 = \sum_{i=-2}^2 x(n+i)i^3,$$

SEPARACE DRIFTU ČASOVÉ ŘADY

FREKVENČNÍ FILTRACE

MA FILTRY S NEROVNOUJĚRNÝMI VAHAMI

Savitzkého-Golayův filtr

Pro konkrétní hodnoty i a jejich součty dostáváme

$$5b_0^* + 10b_2^* = \sum_{i=-2}^2 x(n+i);$$

$$10b_1^* + 34b_3^* = \sum_{i=-2}^2 x(n+i)i;$$

$$10b_0^* + 34b_2^* = \sum_{i=-2}^2 x(n+i)i^2;$$

$$34b_1^* + 130b_3^* = \sum_{i=-2}^2 x(n+i)i^3.$$

Zde se projevuje další, tentokrát numerická, výhoda lichého počtu vzorků zkoumaného intervalu, protože pro liché j platí

$$\sum_{i=-2}^2 i^j = 0.$$

SEPARACE DRIFTU ČASOVÉ ŘADY

FREKVENČNÍ FILTRACE

MA FILTRY S NEROVNOUJĚRNÝMI VAHAMI

Savitzkého-Golayův filtr

Ze všech parametrů b_0^*, \dots, b_3^* je užitečná pouze hodnota b_0^* , protože ta určuje odhad hodnoty časové řady uprostřed daného intervalu, tj. pro $i = 0$ (další výhoda lichého počtu vzorku). Stačí proto vyřešit soustavu složenou z první a třetí rovnice a to navíc jen pro jednu jedinou neznámou b_0^* .

$$b_0^* = \frac{1}{35} \left(17 \sum_{i=-2}^2 x(n+i) - 5 \sum_{i=-2}^2 i^2 x(n+i) \right)$$

a po rozepsání součtových členů

$$\begin{aligned} y(n) = \hat{x}(n) = b_0^* &= \frac{1}{35} [17x(n-2) + 17x(n-1) + 17x(n) + 17x(n+1) + 17x(n+2) - \\ &\quad - 5.4x(n-2) - 5x(n-1) - 5x(n+1) - 5.4x(n+2)] = \\ &= \frac{1}{35} (-3x(n-2) + 12x(n-1) + 17x(n) + 12x(n+1) - 3x(n+2)). \end{aligned}$$

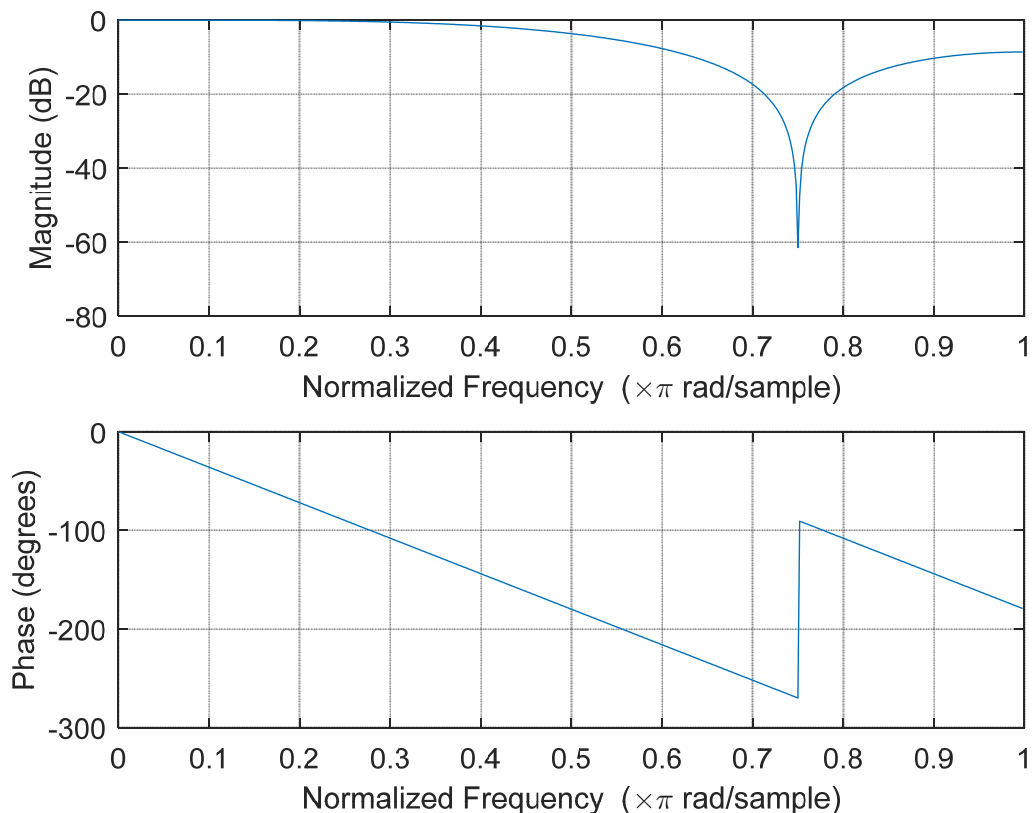
SEPARACE DRIFTU ČASOVÉ ŘADY

FREKVENČNÍ FILTRACE

MA FILTRY S NEROVNOUČNÝMI VAHAMI

Savitzkého-Golayův filtr

Hodnoty vzorků impulzní odezvy v tomto případě jsou $\{-3/35, 12/35, 17/35, 12/35, -3/35\}$.



SEPARACE DRIFTU ČASOVÉ ŘADY

FREKVENČNÍ FILTRACE

MA FILTRY S NEROVNOUVAHAMI

Savitzkého-Golayův filtr

stupeň polynomu	3. (2.) stupeň	5. (4.) stupeň
délka intervalu		
5	$\{-3, 12, \mathbf{17}, 12, -3\}/35$	$\{0, 0, \mathbf{1}, 0, 0\}$
7	$\{-2, 3, 6, \mathbf{7}, 6, 3, -2\}/21$	$\{5, -30, 75, \mathbf{131}, 75, -30, 5\}/231$
9	$\{-21, 14, 39, 54, \mathbf{59}, 54, 39, 14, -21\}/231$	$\{15, -55, 30, 135, \mathbf{179}, 135, 30, \dots\}/429$
11	$\{-36, 9, 44, 69, 84, \mathbf{89}, 84, 69, \dots\}/429$	$\{18, -45, -10, 60, 120, \mathbf{143}, 120, \dots\}/429$
13	$\{-11, 0, 9, 16, 21, 24, \mathbf{25}, 24, 21, \dots\}/143$	$\{110, -198, -135, 110, 390, 600, \mathbf{677}, \dots\}/2431$

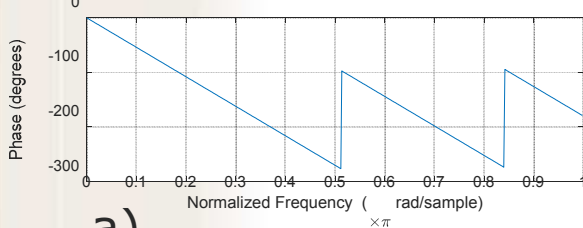
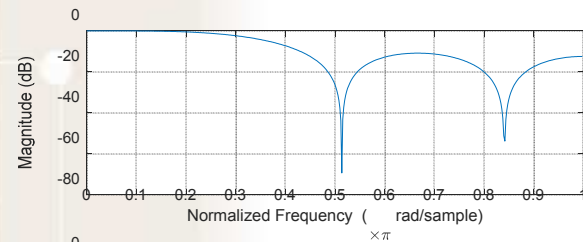
Hodnoty vzorků impulzní odezvy S-G filtru pro různé délky intervalů a různé stupně aproximujících polynomů (silně je vyznačen střední vzorek posloupnosti)

SEPARACE DRIFTU ČASOVÉ ŘADY

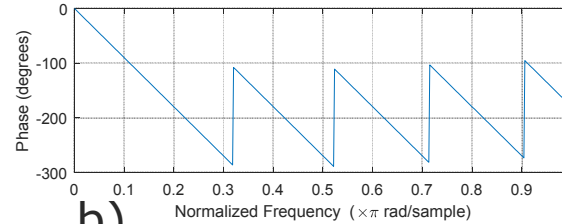
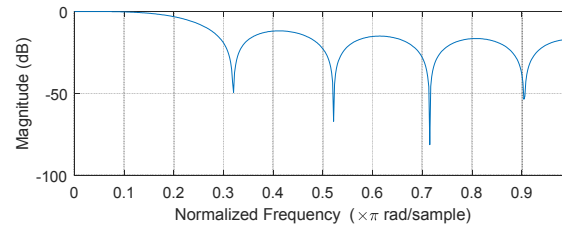
FREKVENČNÍ FILTRACE

MA FILTRY S NEROVNOMĚRNÝMI VAHAMI

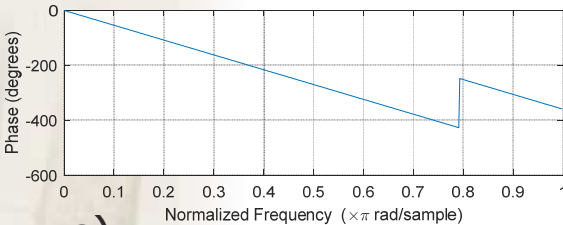
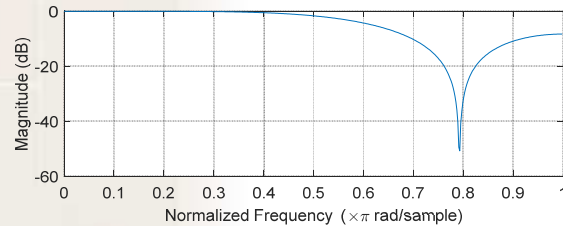
Savitzkého-Golayův filtr



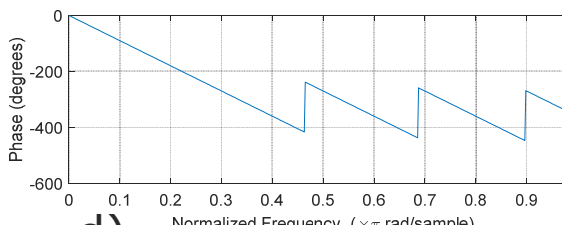
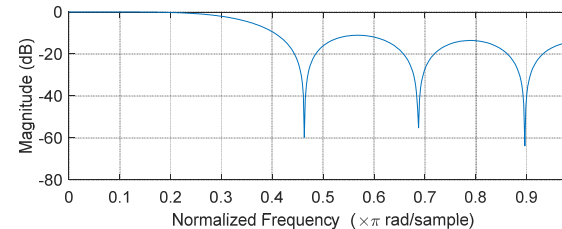
a)



b)



c)



d)

Frekvenční charakteristiky vybraných S-G filtrů ve frekvenčním rozsahu do poloviny vzorkovací frekvence –

a) 3. stupeň, délka intervalu 7;

b) 3. stupeň, délka intervalu 11;

c) 5. stupeň, délka intervalu 7;

d) 5. stupeň, délka intervalu 11;

SEPARACE DRIFTU ČASOVÉ ŘADY

FREKVENČNÍ FILTRACE

MA FILTRY S NEROVNOU MĚRNÝMI VAHAMI

Savitzkého-Golayův filtr

Komentář:

Prodlužováním aproximovaného intervalu se zužuje šířka prvního laloku (přenášeného frekvenčního pásma), naopak zvyšováním stupně aproximujícího polynomu se rozšiřuje pásmo přenášených frekvencí, tj. šířka prvního laloku frekvenční charakteristiky.