

2. Základní typy dat



Spojitá a kategoriální data
Základní popisné statistiky
Frekvenční tabulky
Grafický popis dat

Anotace



- Realitu můžeme popisovat různými typy dat, každý z nich se specifickými vlastnostmi, výhodami, nevýhodami a vlastní sadou využitelných statistických metod – od binárních přes kategoriální, ordinální až po spojitá data roste míra informace v nich obsažené.
- Základním přístupem k popisné analýze dat je tvorba frekvenčních tabulek a jejich grafických reprezentací – histogramů.

Typy proměnných (dat)

Binární = dummy data

Proměnná, která může nabývat pouze dvou hodnot. Bývá definovaná odpovědí na otázku (např. TRUE × FALSE, 1 × 0).

Nominální = kategoriální data

Proměnná, která může nabývat počtu hodnot ($n \in \mathbb{N}$), pro které neexistuje přirozené pořadí (např. barvy vzorků).

Ordinální data

Nominální proměnná, pro kterou ale existuje jasné pořadí kategorií (např. velikost oděvů S, M, L, XL).

Kardinální data

Ordinální proměnná, u které lze určit rozdíl mezi kategoriemi. Ty jsou stejně vzdálené (např. počet dětí v rodině).

Intervalová data

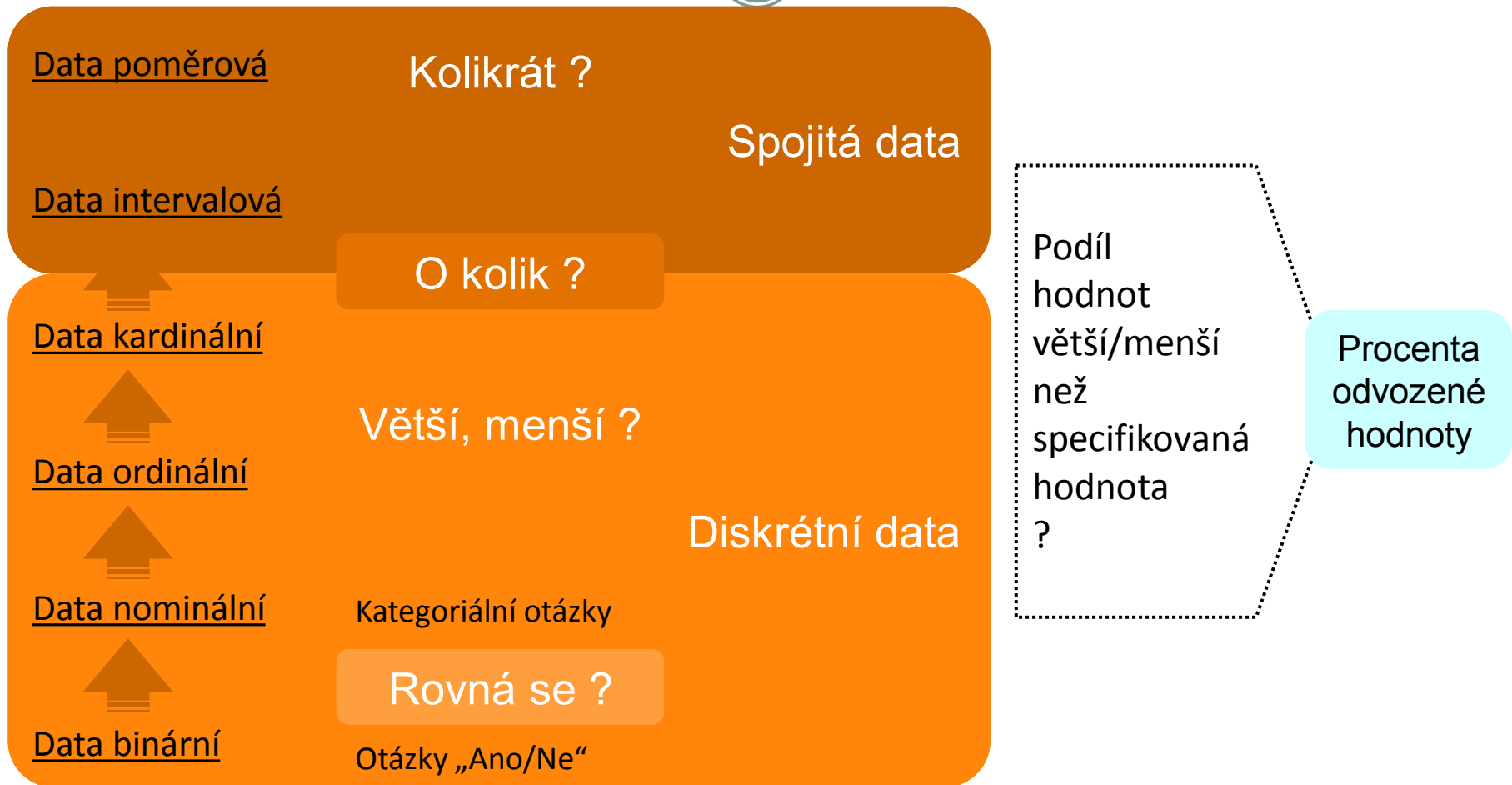
Spojité proměnná, u které lze určit rozdíl mezi kategoriemi – často jde o vzdálenost od 0 (např. teplota ve °C, čas).

Poměrová data

Intervalová proměnná, u které má smysl určovat podíly jednotlivých kategorií (např. hmotnost, vzdálenost).

Jak vznikají informace ?

– různé typy dat znamenají různou informaci



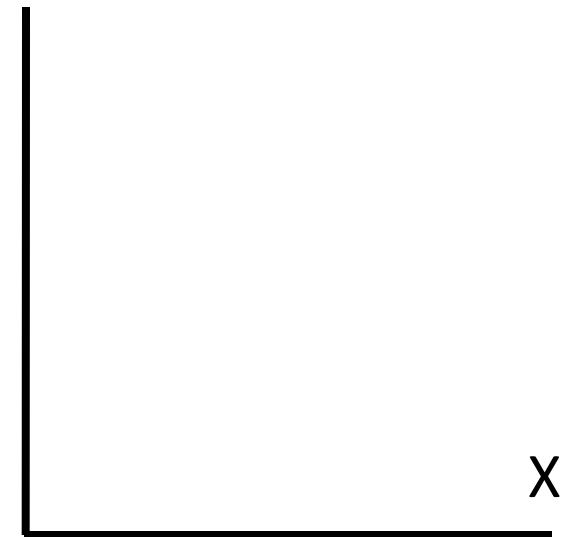
Samotná znalost typu dat ale na dosažení informace nestačí...

Jak vznikají informace ?

– různé typy dat znamenají různou informaci



$Y = f$



Samotná znalost typu dat ale na dosažení informace nestačí...

Jak vznikají informace ?

– základní popisné statistiky



Data:

$$\{x_i\}_{i=1}^n$$

p-tý kvantil

$$q_p = x_j: |\{x_k: x_k \leq x_j\}| = p \cdot n$$

Průměr:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

Medián:

$$\tilde{x} = x_j: |\{x_k: x_k \leq x_j\}| = \frac{n}{2}$$

Rozptyl (výběrový):

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}$$

Modus:

$$\hat{x} = \max_j |\{x_k: x_k = x_j\}|$$

Směrodatná odchylka (výběrová):

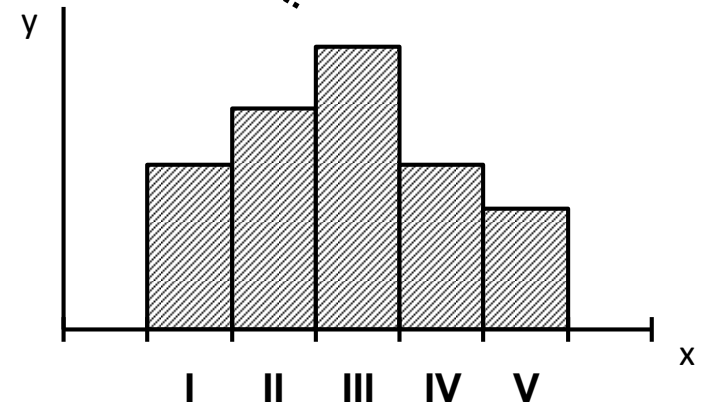
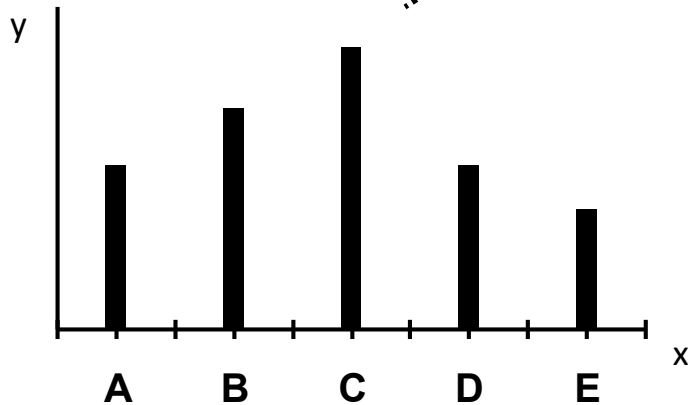
$$s = \sqrt{s^2}$$

JAK vznikají informace ?

- opakovaná měření informují rozložením hodnot

Y: frekvence
absolutní / relativní

KOLIK se
naměřilo



CO se
naměřilo

X: měřený znak

Diskrétní data

Spojité data

Odvozená data: Pozor na odvozené indexy



Příklad I:

Znak X: Hmotnost

Znak Y: Plocha

Příklad II:

X: Průměrný počet výrobků v prodejně

Y: Odhad prostoru průměrně nabízeného k vystavení výrobku

průměr : (min - max)

X: 1,2 : (1,15 - 1,24)



+ / - 3,8 %

Y: 1,8 : (1,75 - 1,84)



+ / - 2,5 %

$X/Y = 0,667 : \left(\frac{1,15}{1,84} - \frac{1,24}{1,75} \right)$



+ / - 6,2 %

Nová veličina má jinou šířku rozpětí než ty, ze kterých je odvozená

Jak vznikají informace ?

- frekvenční tabulka jako základní nástroj popisu

DISKRÉTNÍ DATA

Primární data

Počty epizod pro $n = 100$ hemofiliků

0
0
1
2
1
1
3
1
1
2
.
.
.
.
.
.
.
.
.
n = 100



Frekvenční sumarizace

N: 100 dětí (hemofiliků)

x: znak: počet krvácivých epizod za měsíc

x	n(x)	N(x)	p(x)	F(x)
0	20	20	0,2	0,2
1	10	30	0,1	0,3
2	30	60	0,3	0,6
3	40	100	0,4	1,0

$n(x)$ – absolutní četnost x

$N(x)$ – kumulativní četnost hodnot nepřevyšujících x;

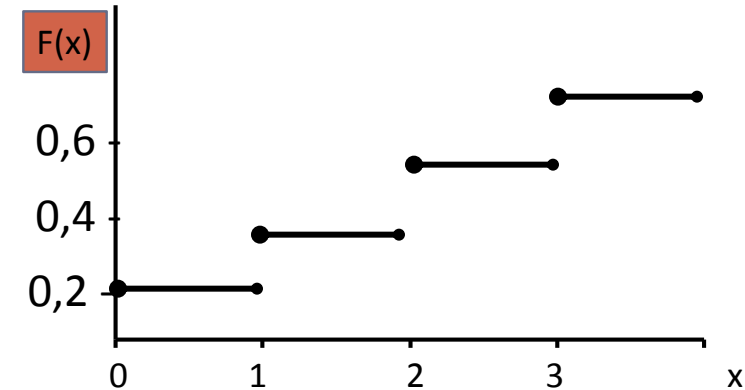
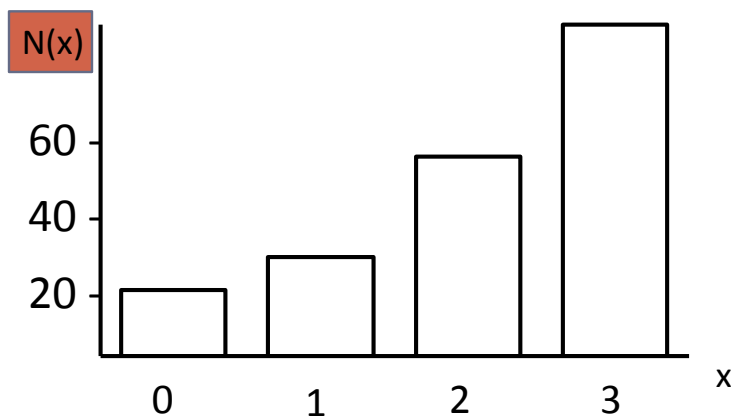
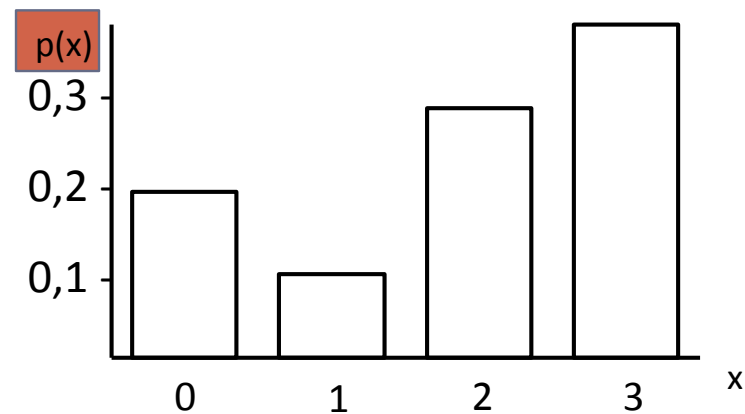
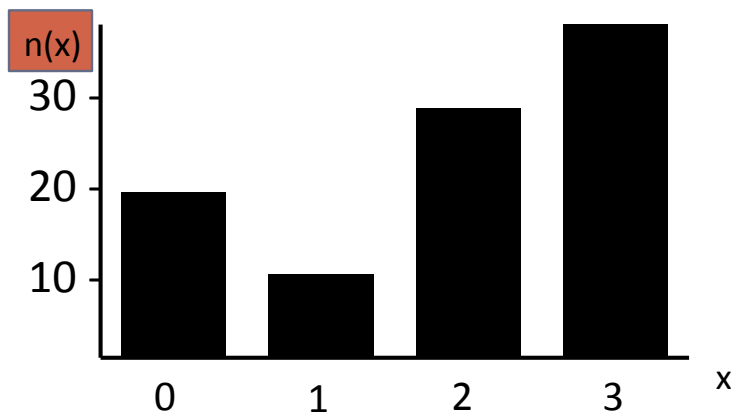
$$N(x) = \sum_{t \leq x} n(t)$$

$p(x)$ – relativní četnost; $p(x) = n(x) / n$

$F(x)$ – kumulativní relativní četnost hodnot nepřevyšujících x; $F(x) = N(x) / n$

Jak vznikají informace ?

Grafické výstupy z frekvenční tabulky



Jak vznikají informace ?

- frekvenční tabulka jako základní nástroj popisu

SPOJITÁ DATA

Příklad: **x:** koncentrace látky v krvi **n = 100** pacientů

Primární data

Hodnoty pro $n = 100$ osob

1,21
1,48
1,56
0,31
1,21
1,33
0,33
.
.
.
n = 100



Frekvenční sumarizace

$n = 100$ opakovaných měření (100 pacientů)
 x : koncentrace sledované látky v krvi (20 – 100 jednotek)

interv	$d(l)$	$n(l)$	$n(l)/n$	$N(x'')$	$F(x'')$
<20, 40)	20	20	0,2	20	0,2
<40, 60)	20	10	0,1	30	0,3
<60, 80)	20	40	0,4	70	0,7
<80, 100)	20	30	0,3	100	1,0

$d(l)$ – šířka intervalu

$n(l)$ – absolutní četnost

$n(l) / n$ – intervalová relativní četnost

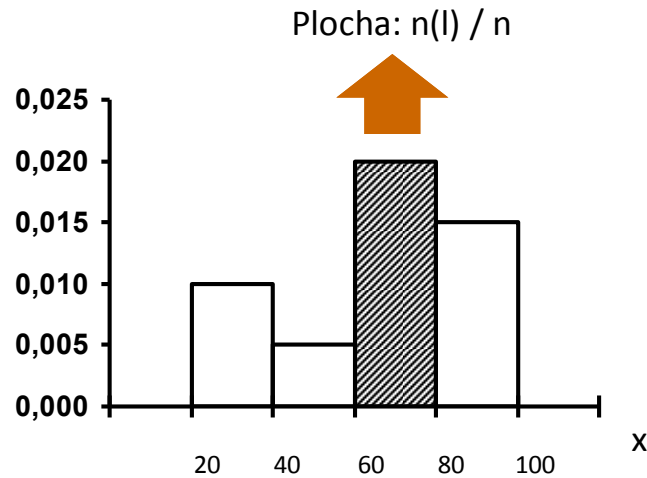
$N(x'')$ – intervalová kumulativní četnost do horní hranice X''

$F(x'')$ – intervalová relativní kumulativní četnost do horní hranice X''

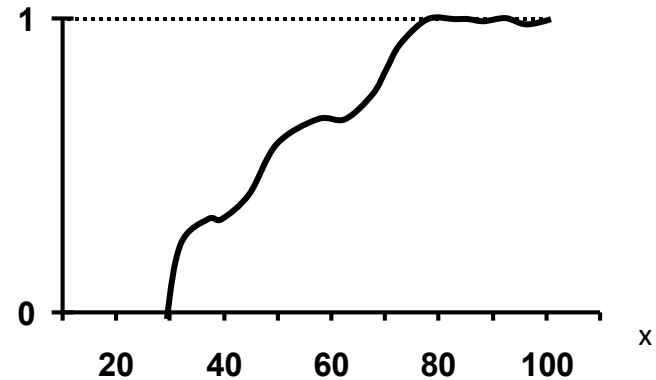
Jak vznikají informace ?

- frekvenční sumarizace spojitých dat

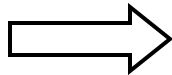
Histogram



Výběrová distribuční funkce

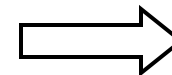


$$f(x) = \frac{n(l) / n}{d(l)}$$



Intervalová
hustota
četnosti

F(x)

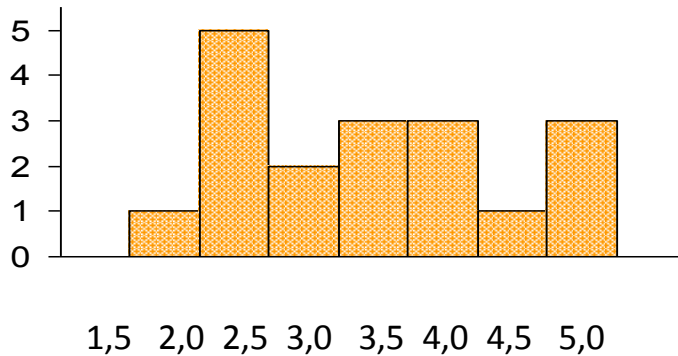


Intervalová
relativní
kumulativní
četnost

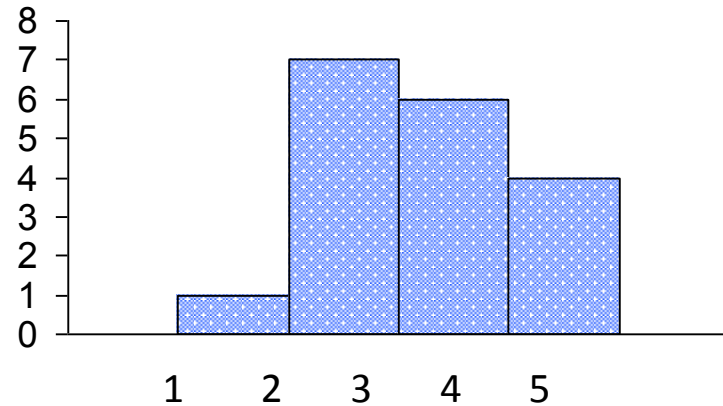
Počet zvolených tříd a velikost souboru určují kvalitu výstupů



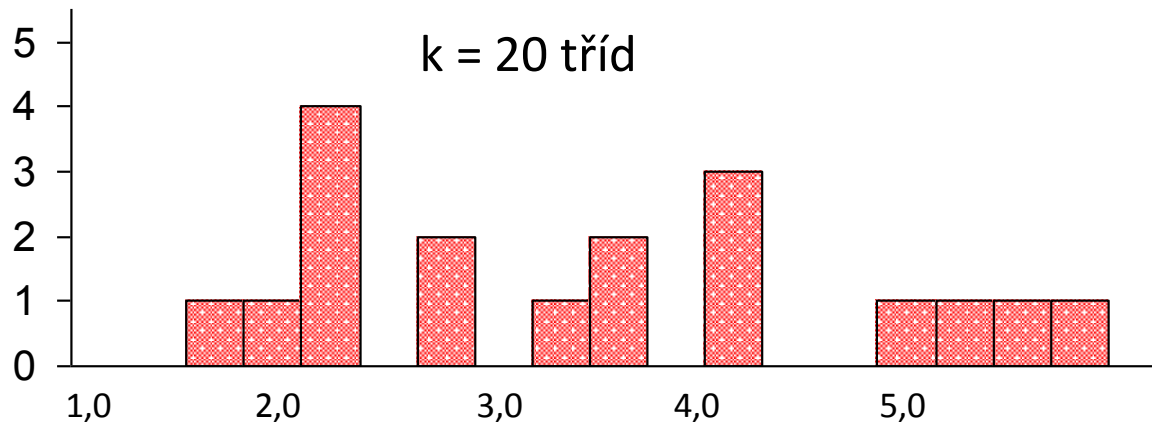
k = 10 tříd



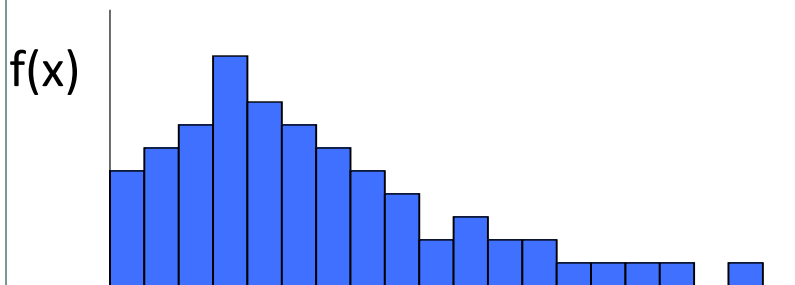
k = 5 tříd



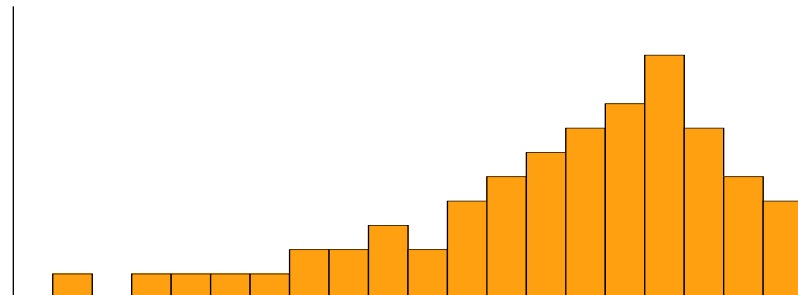
k = 20 tříd



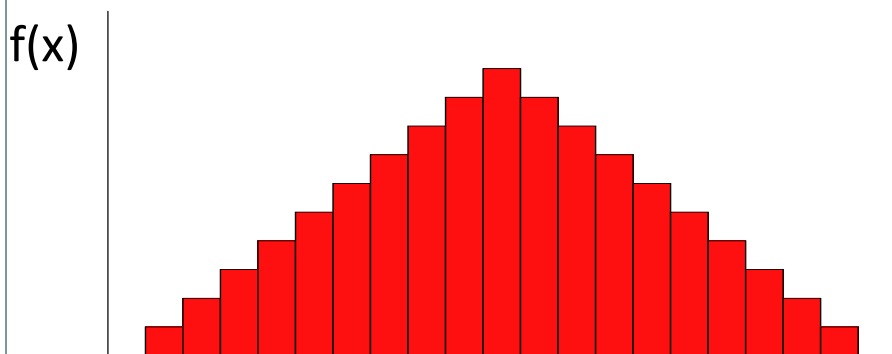
Histogram vyjadřuje tvar výběrového rozložení



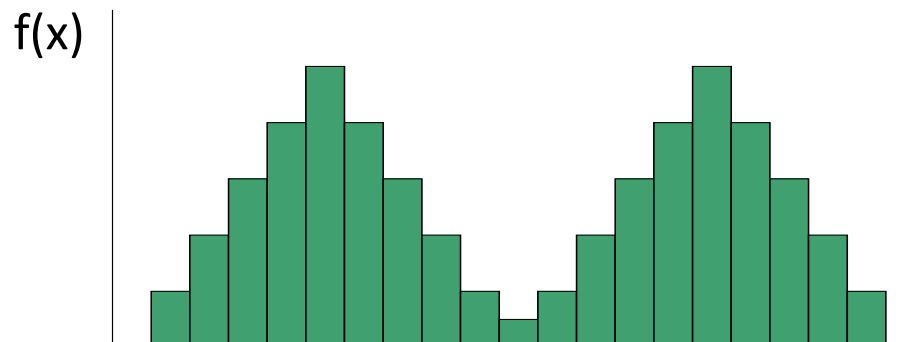
X



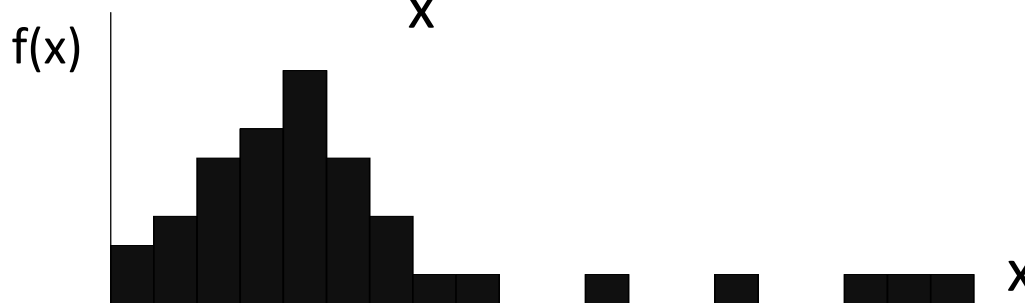
X



X

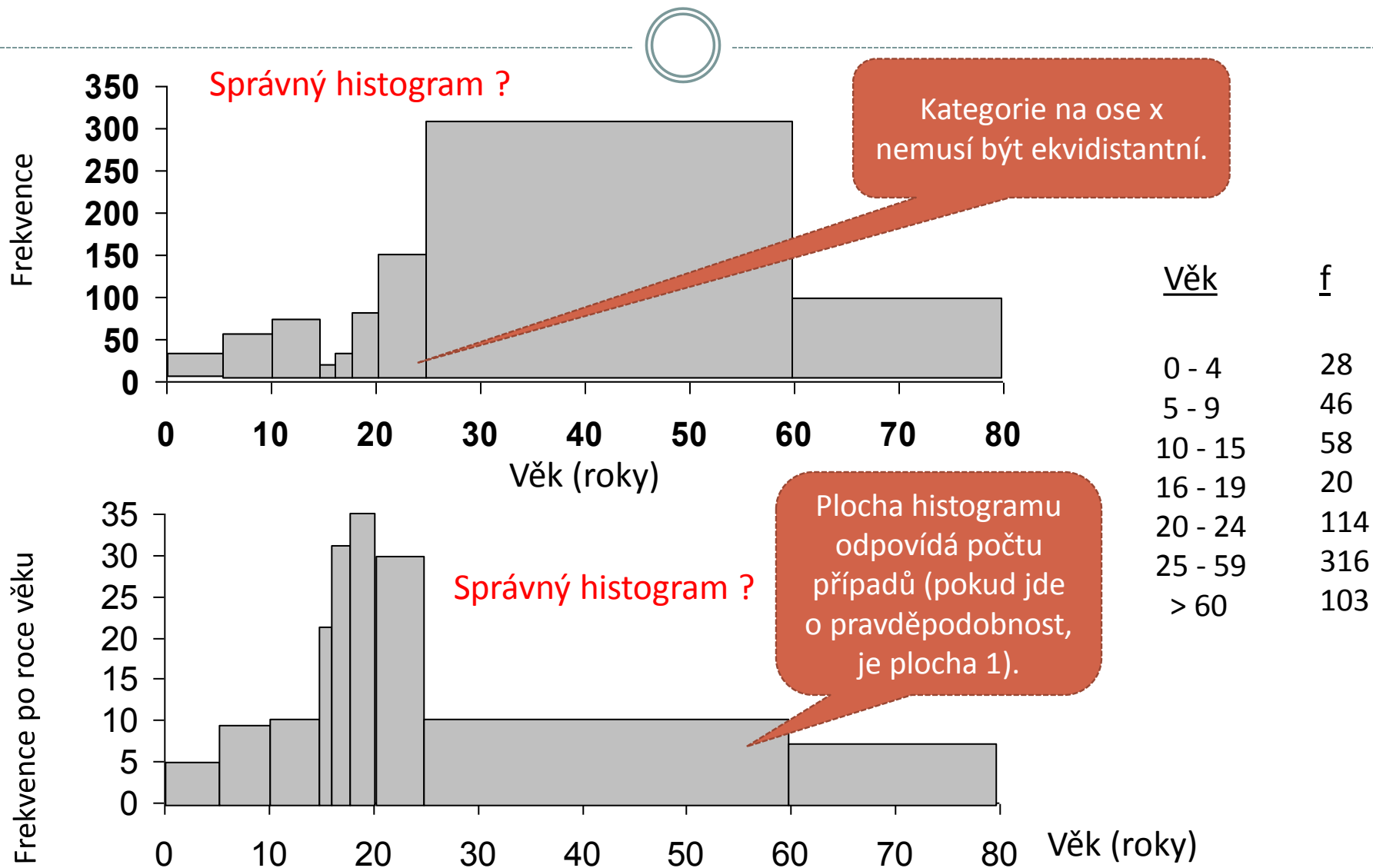


X

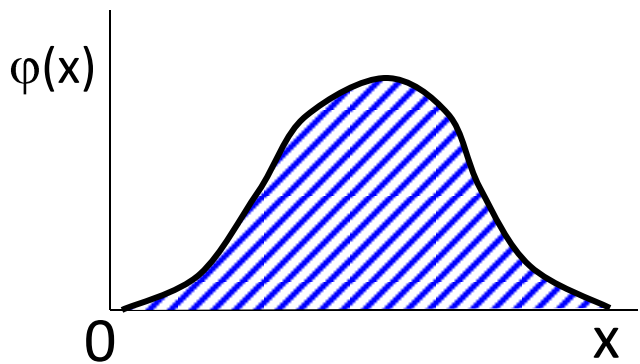


X

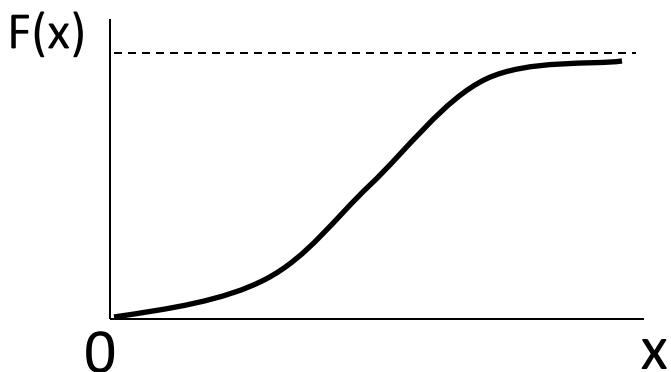
Příklad: věk účastníků vážných dopravních nehod



Pojem ROZLOŽENÍ - příklad spojitých dat



Rozložení

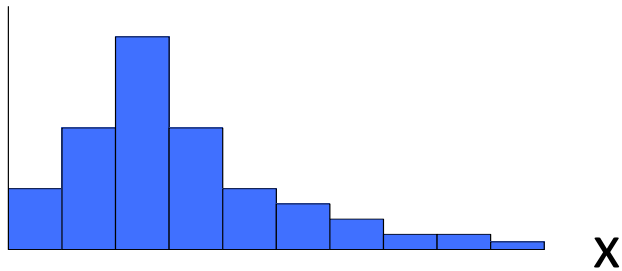


Distribuční
funkce

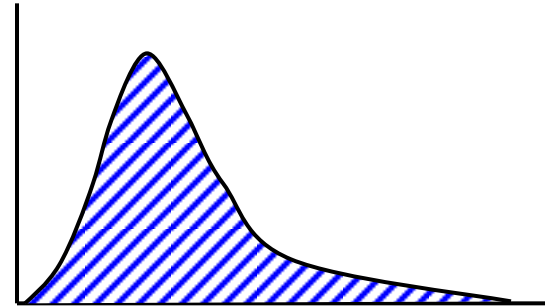
Je - li dána
distribuční
funkce,
je dáno rozložení

Výběrové rozložení hodnot lze modelově popsat a odhadnout tak pravděpodobnost výskytu X

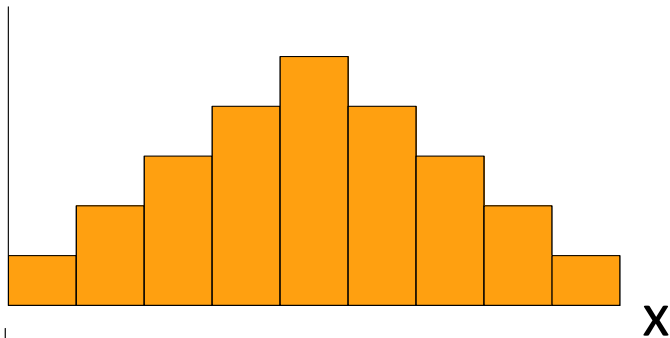
$f(x)$



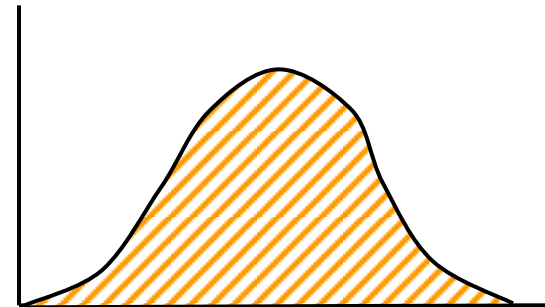
$\varphi(x)$



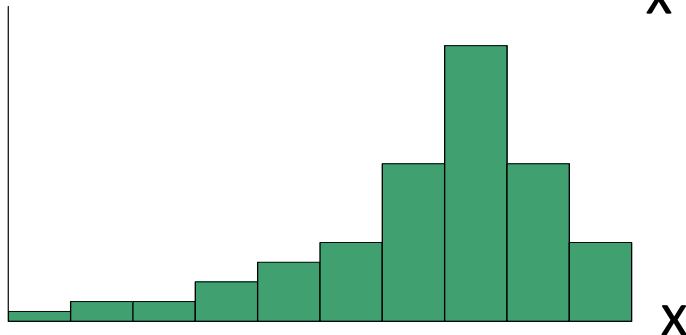
$f(x)$



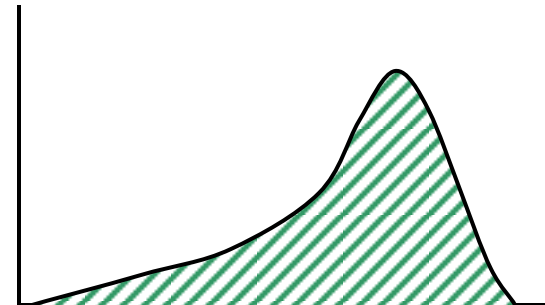
$\varphi(x)$



$f(x)$



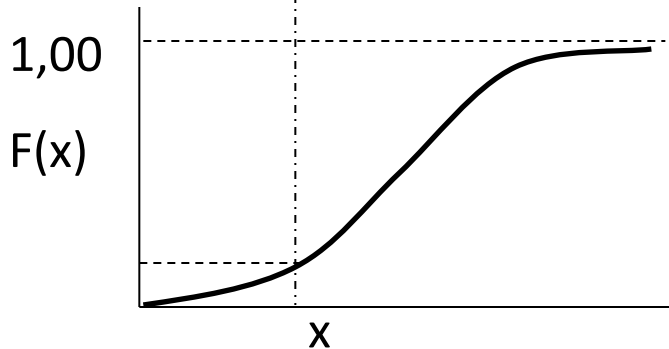
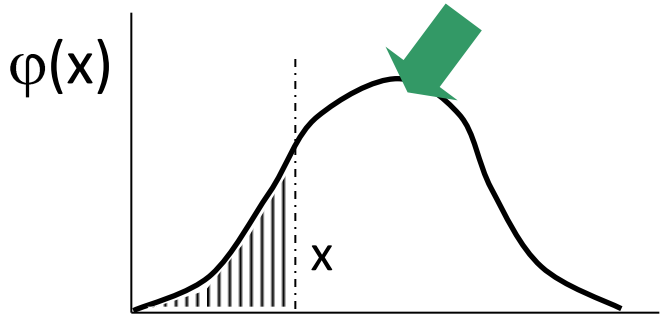
$\varphi(x)$



Distribuční funkce jako užitečný nástroj pro práci s rozložením

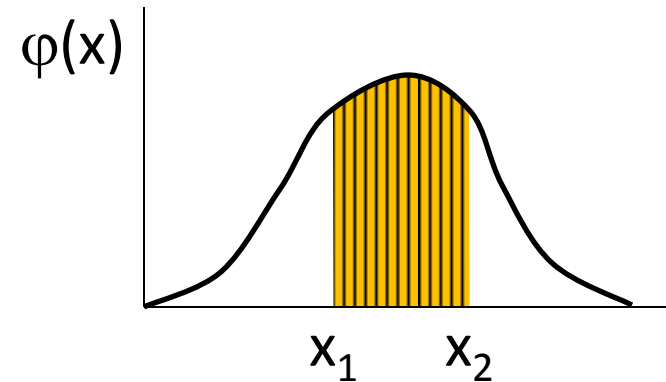


Plocha = relativní četnost



$\Phi(x)$... distribuční funkce

$F(x)$: Pravděpodobnost, že se X vyskytne v intervalu $(x_1; x_2)$.

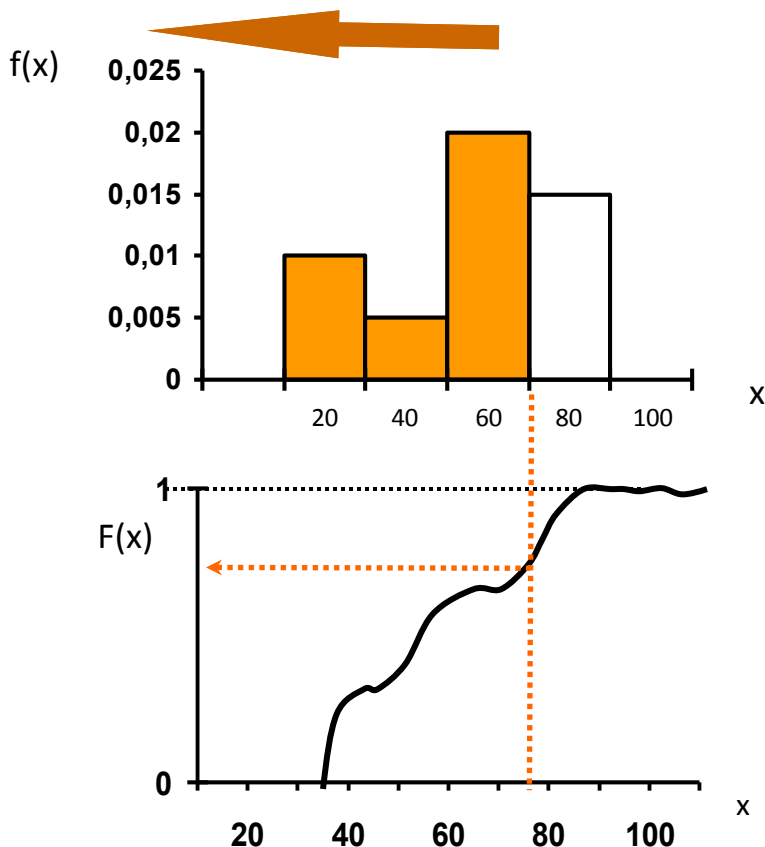


Známe-li distribuční funkci, pak známe rozložení sledované veličiny. Pro jakoukoli množinu hodnot (M) lze určit P , že X do této množiny patří.

Jak vznikají informace ?

- frekvenční sumarizace spojitých dat

Grafické výstupy z frekvenční tabulky – spojitá data



Uspořádání čísel podle velikosti a konstrukce rozložení umožňuje pravděpodobnostní zařazení každé jednotlivé hodnoty

KVANTIL

$X_{0.1}; X_{0.9}; X_{0.5}; X_{\theta}$

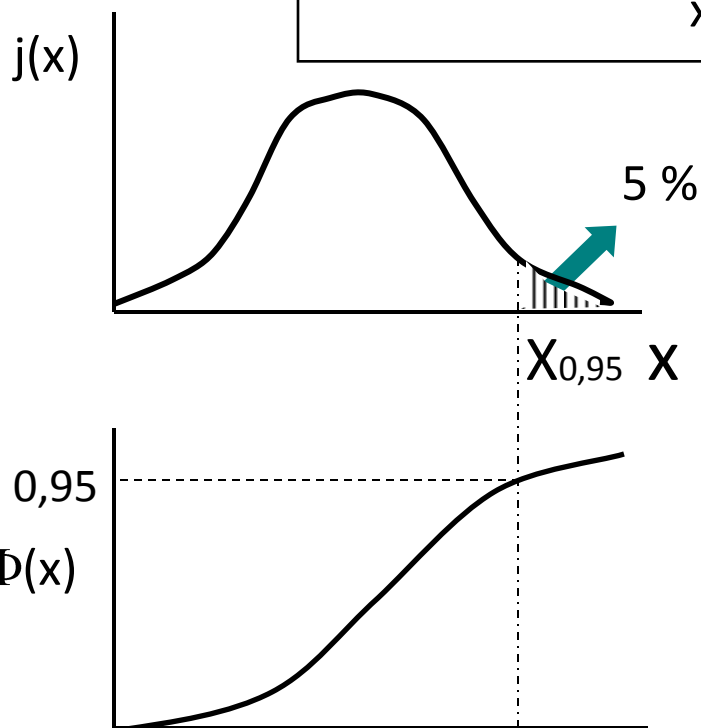
Otázka: Jak velké musí být X , aby 5 % všech hodnot bylo nad ním?



$\theta = 0,95$... pravděpodobnost

Hledáme: $P(X > x_\theta) = 0,95 = \theta$

$x_\theta = (X_{0,95}) = ?$



$$F(x) = \square$$



Kvantil je číslo, jehož hodnota distribuční funkce je rovna P , pro kterou je kvantil definován

Jakékoliv číslo na ose x je kvantilem*

* za předpokladu omezeného definičního oboru distribuční funkce