

PŘÍKLADY KE CVIČENÍ PŘEDMĚTU C1460: ÚVOD DO MATEMATIKY  
TÉMA 2: LIMITY A DERIVACE

SKUPINA: Vyučující

VERONIKA BENDOVÁ  
PODZIMNÍ SEMESTR, 2018

## 2.1 Vlastnosti základních funkcí

### Příklad 2.4. Limity funkcí v nevlastním bodě

Vypočítejte následující limity

2.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{21x^3 + 5x - 1}{4 + x^2 + 3x^3} &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{21x^3 + 5x - 1}{3x^3 + x^2 + 4} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3(21 + \frac{5}{x^2} - \frac{1}{x^3})}{x^3(3 + \frac{1}{x} + \frac{4}{x^3})} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{21 + \frac{5}{x^2} - \frac{1}{x^3}}{3 + \frac{1}{x} + \frac{4}{x^3}} = \\ &= \frac{21 + 0 + 0}{3 - 0 - 0} = \frac{21}{3} = 7 \end{aligned}$$

3.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-x^4 - 3x^3 + 1}{2 + x^3 - x^2} &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-x^4 - 3x^3 + 1}{x^3 - x^2 + 2} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4(-1 - \frac{3}{x} + \frac{1}{x^4})}{x^3(1 - \frac{1}{x} + \frac{2}{x^3})} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x(-1 - \frac{3}{x} + \frac{1}{x^4})}{1 - \frac{1}{x} + \frac{2}{x^3}} \\ &= \frac{\infty(-1 - 0 + 0)}{1 - 0 + 0} = \frac{-\infty}{1} = -\infty \end{aligned}$$

3. (navíc)

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x^4 - 3x^3 + 1}{2 + x^3 - x^2} &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x^4 - 3x^3 + 1}{x^3 - x^2 + 2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^4(-1 - \frac{3}{x} + \frac{1}{x^4})}{x^3(1 - \frac{1}{x} + \frac{2}{x^3})} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x(-1 - \frac{3}{x} + \frac{1}{x^4})}{1 - \frac{1}{x} + \frac{2}{x^3}} \\ &= \frac{-\infty(-1 + 0 + 0)}{1 + 0 - 0} = \frac{\infty}{1} = \infty \end{aligned}$$

4.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^5 - 2x^3 + 6}{3 + x^2 + x^7} &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^5 - 2x^3 + 6}{x^7 + x^2 + 3} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^5(5 - \frac{2}{x^2} + \frac{6}{x^5})}{x^7(1 + \frac{1}{x^5} + \frac{3}{x^7})} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(5 - \frac{2}{x^2} + \frac{6}{x^5})}{x^2(1 + \frac{1}{x^5} + \frac{3}{x^7})} = \\ &= \frac{5 - 0 + 0}{\infty(1 + 0 + 0)} = \frac{5}{\infty} = 0 \end{aligned}$$

*Poznámka:* V úkolech 2 a 3(navíc) kde máme limitu pro  $x \rightarrow -\infty$  měním na druhém řádku výpočtů znaménka u nul tak, jako by  $-\infty$  bylo číslo, tj.  $-\frac{1}{-\infty} = \frac{1}{\infty}$ ,  $-\frac{1}{(-\infty)^2} = -\frac{1}{\infty}$ , apod.