

Fyzikální praktikum 4

Magnetizační křivka

Cíle úlohy

Měření magnetizační křivky feromagnetického vzorku pomocí vibračního magnetometru. Pozorování změn magnetizační křivky po vyžhání vzorku. Zejména je možné pozorovat změny s rychlostí chlazení vzorků (pomalé chladnutí nebo rychlé zakalení).

Teorie

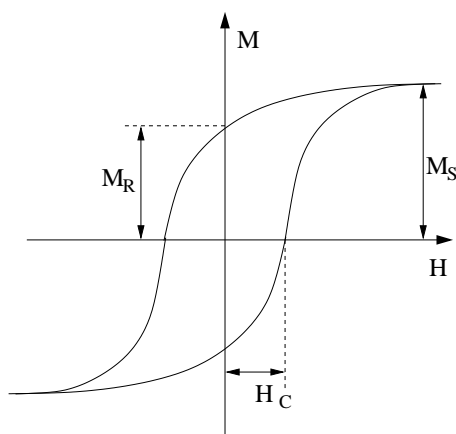
Vztah mezi magnetickou intenzitou \mathbf{H} a magnetickou indukcí \mathbf{B} je dán vztahem

$$\mathbf{B} = \mu_0 (\mathbf{H} + \mathbf{M}), \quad (1)$$

kde \mathbf{M} je vektor magnetizace, který udává objemovou hustotu magnetického momentu. Magnetický moment je potom objem vzorku násobený magnetizací

$$\mathbf{m} = V\mathbf{M}. \quad (2)$$

Při známé hustotě vzorku a jeho hmotnosti můžeme potom snadno přepočítat celkový magnetický moment příslušející na jeden atom. Magnetický moment příslušející jednomu atomu je vhodné udávat v jednotkách Bohrova magnetonu $\mu_B = 9,274 \cdot 10^{-24} \text{ Am}^2$.



Obrázek 1: Hysterezní závislost.

Paramagnetické a diamagnetické materiály za běžných teplot vykazují lineární závislost magnetizace na vnějším poli

$$M = \chi H, \quad (3)$$

kde χ je magnetická susceptibilita, kladná pro paramagnetika a záporná pro diamagnetika. Obvykle je susceptibilita velmi malá v řádu 10^{-4} až 10^{-8} . Relativní permeabilita je rovna $\mu_r = 1 + \chi$.

Feromagnetické materiály vykazují nelineární hysterezní závislost podle obrázku 1. Hlavní parametry hysterezní smyčky jsou koercitivní pole H_c kdy je magnetizace nulová, remanentní magnetizace M_R a saturační magnetizace. Dále pak je možné zavést susceptibilitu závislou na vnějším poli jako derivaci magnetizace

$$\chi = \frac{dM}{dH}. \quad (4)$$

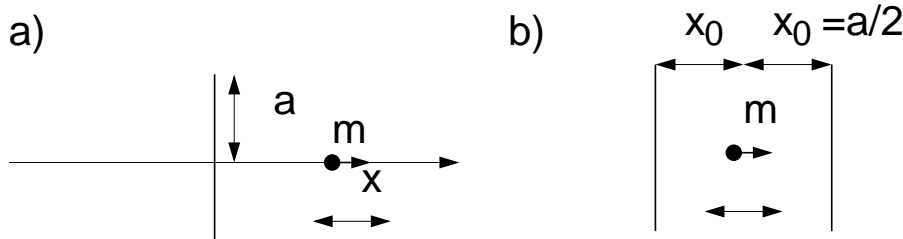
Často se udává hodnota v okolí počátku, tedy pro nulové vnější pole. Tato hodnota je důležitá například pro účinnost transformátorů, kdy se snažíme pracovat jen v oblasti malých polí daleko saturace.

Změna magnetizace feromagnetu se děje pohybem doménových stěn v materiálu a změnou objemu jednotlivých domén. Defekty v krystalu mohou pohyb doménových stěn zpomalit a vedou tak ke změně tvaru hysterezní křivky. Můžeme například studovat vliv rychlosti chlazení materiálu na tvar hysterezní smyčky. Při rychlém chladnutí (kalení) zůstane v materiálu obvykle více defektů než při pomalém chladnutí, kdy je proces blíže termodynamické rovnováze.

Vibrační magnetometr

Vibrující magnetizovaný vzorek v blízkosti cívky mění tok magnetického pole, který indukuje v cívice elektromotorické napětí podle Maxwellových rovnic

$$U = -\frac{d\Phi}{dt}. \quad (5)$$



Obrázek 2: Schematický nákres vzájemné polohy vzorku jako magnetického dipólu a detekční cívky.

Jednoduchý kvantitativní popis našeho experimentu je možný v přiblížení, kdy permanentní magnet nahradíme magnetickým dipólem a cívku kruhovým závitem. Dále budeme pohyb magnetu v těsné blízkosti cívky aproximovat harmonickým kmitavým pohybem po ose cívky

$$x(t) = x_0 + A \cos(\omega t) \quad (6)$$

s amplitudou A se střední polohou x_0 . Zjednodušená situace je znázorněná na obrázku 2a. Magnetické pole magnetického dipólu je dáno vztahem [1, 2]

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi r^3} \left[\frac{3(\mathbf{r} \cdot \mathbf{m})\mathbf{r}}{r^2} - \mathbf{m} \right], \quad (7)$$

kde \mathbf{r} je polohový vektor vztážený na magnetický dipól, \mathbf{m} magnetický dipólový moment a μ_0 je permeabilita vakua. Snadným výpočtem lze ověřit, že magnetický indukční tok pole magnetického dipólu orientovaného ve směru osy x plochou kruhového závitu je roven

$$\Phi(x) = \frac{\mu_0 m}{2} \frac{a^2}{(a^2 + x^2)^{3/2}}, \quad (8)$$

kde a je poloměr kruhového závitu, do jehož středu umístíme počátek osy x .

K určení napětí indukovaného v závitě při pohybu magnetu uijeme Faradayův zákon (5). Provedeme-li za tohoto předpokladu časovou derivaci magnetického indukčního toku (8), získáme pro napětí indukované v cívce s N závity:

$$U(t) = -N \frac{d\Phi}{dt} = -\frac{3N\mu_0 mA\omega}{2a^2} \frac{x_0/a}{[1 + (x_0/a)^2]^{5/2}} \sin(\omega t) , \quad (9)$$

kde jsme zanedbali amplitudu kmitů vzhledem k vzdálenosti x_0 .

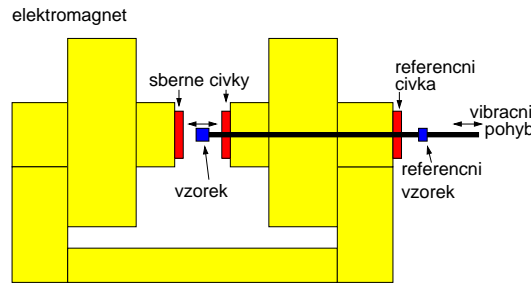
Ve skutečnosti se lepších výsledků dosahuje použitím dvojice detekčních cívek v obrázku 2b. Cívky jsou zapojeny v opačném smyslu, takže případné změny vnějšího magnetického pole se odečtou, zatímco signál od vzorku se zdvojnásobí. Maximální citlivosti se dosahuje, pokud je vzdálenost detekčních cívek (pick-up coils) rovna jejich poloměru a vzorek je umístěn ve středu mezi cívkami. Potom je indukované napětí rovno

$$U(t) = -\frac{48}{25\sqrt{5}} \frac{N\mu_0 mA\omega}{a^2} \sin(\omega t) , \quad (10)$$

kde amplituda napětí je úměrná frekvenci kmitů, amplitudě kmitů a zejména pak magnetickému momentu vzorku. Amplituda napětí je potom rovna

$$U_{\max} = \frac{48}{25\sqrt{5}} \frac{N\mu_0 A\omega}{a^2} m . \quad (11)$$

Schéma použitého magnetometru je na obrázku 3.



Obrázek 3: Schématické uspořádání magnetometru. Žlutě součásti elektromagnetu, červeně sběrné cívky, modře vzorek a referenční magnet, černě vibrující tyč.

Změnou vnějšího magnetického pole (změnou proudu tekoucího elektromagnetem) můžeme potom naměřit magnetizační křivku vzorku, tedy závislost magnetického momentu vzorku na magnetickém poli.

Lock-in zesilovač

K potlačení šumu obvodu používáme takzvaný lock-in zesilovač. Toto zařízení zesiluje střídavou složku měřeného signálu, které má stejnou frekvenci jako referenční signál a velmi efektivně potlačuje elektromagnetický šum na jiných frekvencích než má měřená složka. Takto můžeme měřit střídavá napětí ve zlomcích mikrovoltu. Zdrojem referenčního signálu je malý permanentní magnet umístěný na vibrující tyči vně magnetu a referenční cívka v jeho blízkosti. Referenční signál má tedy nutně stejnou frekvenci i fázi jako měřený signál. Je vhodné používat experimentální frekvenci odlišnou od možných zdrojů rušení; zejména je dobré se vyhýbat násobkům síťové frekvence 50 Hz a podobně.

Lock-in zesilovač měří středovanou hodnotu

$$U_{\text{out}} = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} U_{\text{in}}(\tau) \sin(\omega_{\text{ref}}\tau + \phi) d\tau , \quad (12)$$

tvar	orientace pole	N
koule	libovolná	1/3
tenká destička	kolmo k ploše	1
tenká destička	v rovině plochy	0
dlouhý tenký válec	podél osy válce	0
dlouhý tenký válec	kolmo na osu	1/2

Tabulka 1: Tabulka demagnetizačního faktoru pro některé speciální případy.

kde U_{in} je vstupní signál, ω_{ref} frekvence referenčního signálu, ϕ laditelný fázový posun a T volitelná časová konstanta lock-in zesilovače, vždy mnohem větší než perioda měřeného signálu. Pro harmonický vstupní signál se stejnou frekvencí jako je referenční a nulovým fázovým posunem je výstupní napětí rovno efektivní hodnotě harmonické složky napětí (amplitudě dělené $\sqrt{2}$):

$$U_{\text{lock-in}} = \frac{48}{25\sqrt{10}} \frac{N\mu_0 A\omega}{a^2} m, \quad (13)$$

kde první část vztahu je kalibrační konstanta magnetometru.

Demagnetizační pole

Pro správnou interpretaci naměřených dat je ještě třeba uvážit demagnetizační pole ve vzorku. Magnetické pole uvnitř vzorku H_i , B_i je odlišné od magnetického pole vně vzorku H_e , B_e . Zřejmě platí

$$B_e = \mu_0 H_e, \quad B_i = \mu_0 (H_i + M). \quad (14)$$

Dále pak platí spojitosti tečných složek intenzity a normálových složek na rozhraní. Řešením jsou vztahy pro pole uvnitř vzorku:

$$H_i = H_e - NM, \quad B_i = \mu_0 (H_i + M) = B_e + \mu_0 (1 - N)M, \quad (15)$$

kde N je demagnetizační faktor závisící na tvaru a orientaci vzorku vzhledem ke směru magnetického pole. Některé hodnoty jsou uvedeny v tabulce 1. V našem případě se omezíme na vzorky z tenkého plechu s orientací magnetického pole v rovině destičky. Demagnetizační faktor je pak zanedbatelný a korekci dle vztahu (15) nemusíme uvažovat.

Doporučený postup a úkoly pro měření

Student má tři týdny na provedení měření. Doporučený postup:

- První týden – seznámení s magnetometrem; kalibrace magnetometru pomocí referenčního vzorku (permanentního magnetu).
- Druhý a třetí týden – změření magnetizační křivky pro několik různých vzorků nebo pozorování změn po vyžhání vzorku.

Výstupem praktika budou prezentovány vyučujícímu naměřené závislosti ve formě grafů a naměřené hodnoty, včetně odhadu nejistot, pokud je to možné a vhodné.

Literatura:

- [1] D. Griffith, *Introduction to electrodynamics*, Prentice-Hall (1999).
- [2] J.D. Jackson: *Classical electrodynamics*, Willey (1999).