Domácí úloha z 25. října 2018 (odevzdává se 1. listopadu 2018)

1. Nalezněte minimální polynom čísla $\alpha = \sqrt{2}+\sqrt[3]{3}$ nad $\mathbb{Q}$. Polynom nejen sestavte, ale také dokažte, že to je hledaný minimální polynom.

2. Nechť $I \subseteq J$ jsou ideály okruhu R, nechť J/I je rozklad grupy $(J,+)$ podle podgrupy I. Dokažte, že J/I je ideál okruhu R/I a že platí

$$\big(R/I\big)\big/\big(J/I\big) \cong R/J.$$

[Návod: v první úloze lze postupovat tak, že dokážete rovnost $\mathbb{Q}(\alpha) = \mathbb{Q}(\sqrt{2}, \sqrt[3]{3})$ a pomocí této rovnosti zjistíte stupeň hledaného polynomu; ve druhé úloze užijte hlavní větu o faktorokruzích dvakrát, nejprve pro sestrojení vhodného surjektivního homomorfismu okruhů, pak pro sestrojení požadovaného izomorfismu okruhů.]