Domácí úkol z 1. listopadu 2018
(odevzdává se 8. listopadu 2018)

Nechť K je těleso algebraických čísel stupně $[K : \mathbb{Q}] = n$. Nechť M_1 a M_2 jsou plné moduly v K, přičemž M_1 má bázi $\alpha_1, \ldots, \alpha_n$ a M_2 bázi $\beta_1, \ldots, \beta_n$. Součin $M_1 \cdot M_2$ modulů M_1 a M_2 definujeme jako modul generovaný v K množinou součinů $\{\alpha_i \beta_j;\ 1 \leq i \leq n,\ 1 \leq j \leq n\}$.

1. Dokažte, že výše definovaný součin $M_1 \cdot M_2$ modulů M_1 a M_2 je skutečně určen pouze moduly M_1 a M_2, tj. nezávisí na volbě obou bází.

2. Dokažte, že součin $M_1 \cdot M_2$ modulů M_1 a M_2 je plný modul v K.

3. Dokažte, že průnik $M_1 \cap M_2$ modulů M_1 a M_2 je plný modul v K.