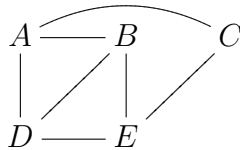
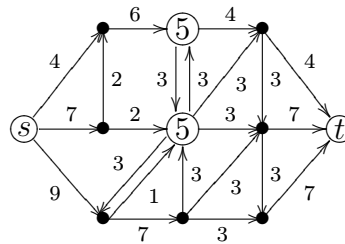


Teorie grafů – podzim 2014 – 4. termín

1. (10 bodů) Určete počet sledů délky osm z vrcholu A do vrcholu B v grafu



2. (10 bodů) Určete největší velikost toku v následující síti s danými kapacitami hran a dvou vrcholů a svoje rozhodnutí zdůvodněte.

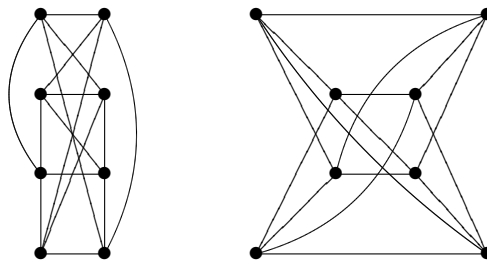


3. (5 bodů) Dejte příklad eulerovského 3-souvislého grafu se sedmi vrcholy, který není hamiltonovský. Pokud takový graf neexistuje, zdůvodněte proč.
4. (5 bodů) Dejte příklad grafu G s pěti vrcholy, který splňuje $\chi(G) = \kappa(G)$ a není bipartitní. Pokud takový graf neexistuje, zdůvodněte proč.
5. (5 bodů) Dejte příklad 2-souvislého grafu G s pěti vrcholy, který splňuje $\chi'(G) = 4$, ale odebráním kterékoli hrany se hodnota $\chi'(G)$ sníží. Pokud takový graf neexistuje, zdůvodněte proč.
6. (10 bodů) Určete, pro která přirozená čísla x, y a z je posloupnost

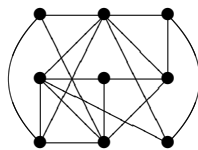
$$(1, 2, 3, 4, 5, 6, x, y, z)$$

skórem nějakého grafu, a svoje rozhodnutí zdůvodněte. Pro všechny takové hodnoty x, y a z dejte příklad grafu s tímto skóre.

7. (10 bodů) Najděte všechny vzájemně neizomorfní grafy G s osmi vrcholy, které splňují $\kappa'(G) = \kappa(G) + 2$.
8. (8 bodů) Rozhodněte, zda jsou následující dva grafy izomorfní. Svoje rozhodnutí zdůvodněte.



9. (7 bodů) Rozhodněte, zda následující graf je rovinný. Pokud rovinný je, doplňte jej na maximální rovinný graf. Pokud rovinný není, svoje rozhodnutí zdůvodněte.



10. (10 bodů) Necht n je přirozené číslo a G je obyčejný graf tvořený n kopiemi grafu K_4 , přičemž i -tá kopie má vrcholy s_i, t_i, u_i a v_i , a tyto kopie jsou spojeny hranami $s_i s_{i+1}, t_i t_{i+1}, u_i u_{i+1}$ a $v_i v_{i+1}$ pro $i = 1, \dots, n-1$. Určete hranovou a vrcholovou souvislost G , jeho hranové a vrcholové chromatické číslo a zda je G eulerovský či hamiltonovský.
11. (5 bodů) Definujte blok grafu.
12. (5 bodů) Formulujte Ramseyho větu pro k barev.
13. (10 bodů) Dokažte, že v rovinném grafu $G = (V, E)$, který splňuje $|E| > \frac{5}{2}|V|$, existuje komponenta s alespoň 13 vrcholy.