

Sada příkladů č. 6. skupina A

Průběh funkce 2

Pro funkce:

1.

$$f(x) = \frac{1+x}{x-1}$$

2.

$$f(b) = \frac{a}{a+2}$$

provedte zbylé kroky výpočtu grafu průběhu funkce.

Pro funkce:

1.

$$f(t) = \frac{2t^2}{t+1}$$

2.

$$f(t) = (t-1)(t+2)(t-3)$$

provedte celý výpočet grafu funkce.

Řeš.: 1. $f(x) = \frac{1+x}{x-1}$

1.krok

- definiční obor: $R \setminus \{1\}$
- sudá: není
- lichá: není
- periodická: není
- body nespojitosti: $\{1\}$
- nulové body: $\{-1\}$
- intervaly: $(-\infty, -1) \oplus, \langle -1, 1 \rangle \ominus, (1, \infty) \oplus$

2.krok

- první derivace: $\frac{-2}{(x-1)^2}$

- body nespojitosti: $\{1\}$
- nulove body: \emptyset
- intervaly: $(-\infty, 1) \ominus, (1, \infty) \ominus$

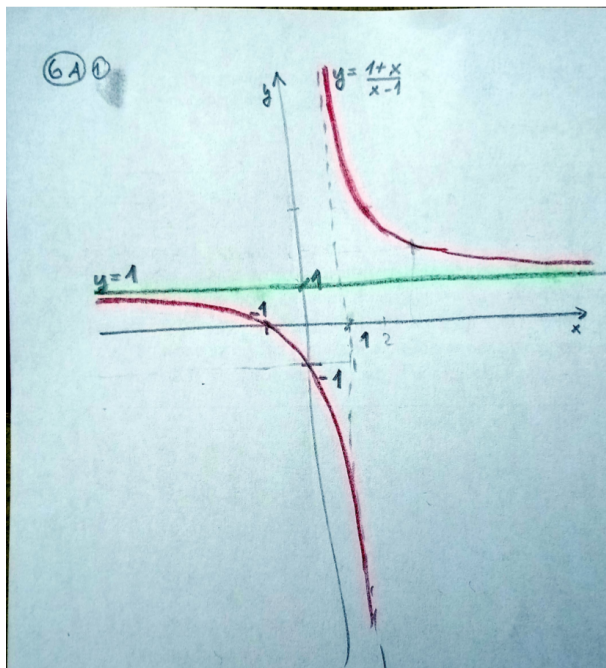
3.krok

- druha derivace: $\frac{4}{(x-1)^3}$
- body nespojitosti: $\{1\}$
- nulove body: \emptyset
- intervaly: $(-\infty, 1) \ominus, (1, \infty) \oplus$

4.krok

- asymptoty bez směrnice: body nespojitosti: 1
 1 zleva : $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{1+x}{x-1} = -\infty$
 1 zprava $\lim_{x \rightarrow +1} \frac{1+x}{x-1} = \infty$
- asymptoty se směrnici:
 ∞ : $a = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1+x}{x-1} \cdot \frac{1}{x} = 0$
 $b = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1+x}{x-1} - 0 \cdot x = 1$
 rovnice přímky: $y = 1$
 $-\infty$: $a = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1+x}{x-1} \cdot \frac{1}{x} = 0$
 $b = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1+x}{x-1} - 0 \cdot x = 1$
 rovnice přímky: $y = 1$

5.krok



2. $f(a) = \frac{a}{a+2}$

1.krok

- definiční obor: $R \setminus \{-2\}$
- sudá: není
- lichá: není
- periodická: není
- body nespojitosti: $\{-2\}$
- nulové body: $\{0\}$
- intervaly: $(-\infty, -2) \oplus, (-2, 0) \ominus, (0, \infty) \oplus$

2.krok

- první derivace: $\frac{2}{(a+2)^2}$
- body nespojitosti: $\{-2\}$

- nulové body: \emptyset
- intervaly: $(-\infty, -2) \oplus, (-2, \infty) \oplus$

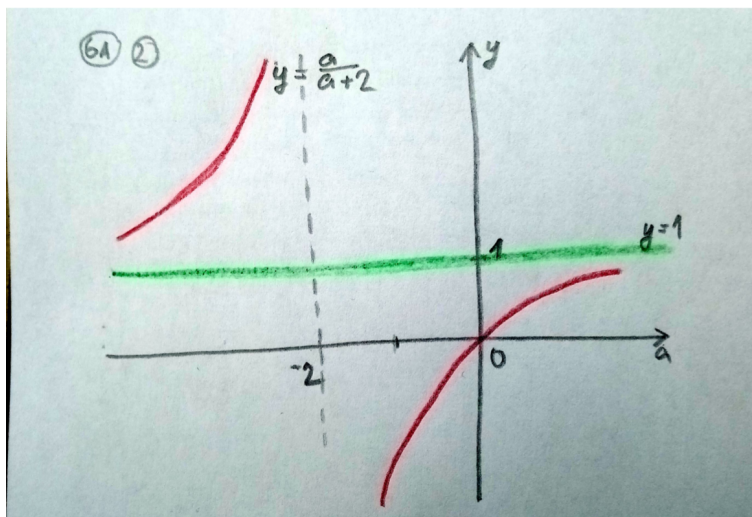
3.krok

- druhá derivace: $\frac{-4}{(a+2)^3}$
- body nespojitosti: $\{-2\}$
- nulové body: \emptyset
- intervaly: $(-\infty, -2) \oplus, (-2, \infty) \ominus$

4.krok

- asymptoty bez směrnice: body nespojitosti: 1
 - 1 zleva: $\lim_{a \rightarrow -2^-} \frac{a}{a+2} = \infty$
 - 1 zprava: $\lim_{a \rightarrow -2^+} \frac{a}{a+2} = -\infty$
- asymptoty se směrnici:
 - ∞ : $A = \lim_{a \rightarrow \infty} \frac{a}{a+2} \cdot \frac{1}{a} = 0$
 $b = \lim_{a \rightarrow \infty} \frac{a}{a+2} - 0 \cdot a = 1$
 rovnice přímky: $y = 1$
 - $-\infty$: $A = \lim_{a \rightarrow -\infty} \frac{a}{a+2} \cdot \frac{1}{a} = 0$
 $b = \lim_{a \rightarrow -\infty} \frac{a}{a+2} - 0 \cdot a = 1$
 rovnice přímky: $y = 1$

5.krok



3. $f(t) = \frac{2t^2}{t+1}$

1.krok

- definiční obor: $R \setminus \{-1\}$
- sudá: není
- lichá: není
- periodická: není
- body nespojitosti: $\{-1\}$
- nulové body: $\{0\}$
- intervaly: $(-\infty, -1) \ominus, (-1, 0) \oplus, (0, \infty) \oplus$

2.krok

- první derivace: $\frac{2t(t+2)}{(t+1)^2}$
- body nespojitosti: $\{-1\}$
- nulové body: $\{-2, 0\}$
- intervaly: $(-\infty, -2) \oplus, (-2, -1) \ominus, (-1, 0) \ominus, (0, \infty) \oplus$
- lokální extrémy: minimum $\{0\}$, maximum $\{-2\}$

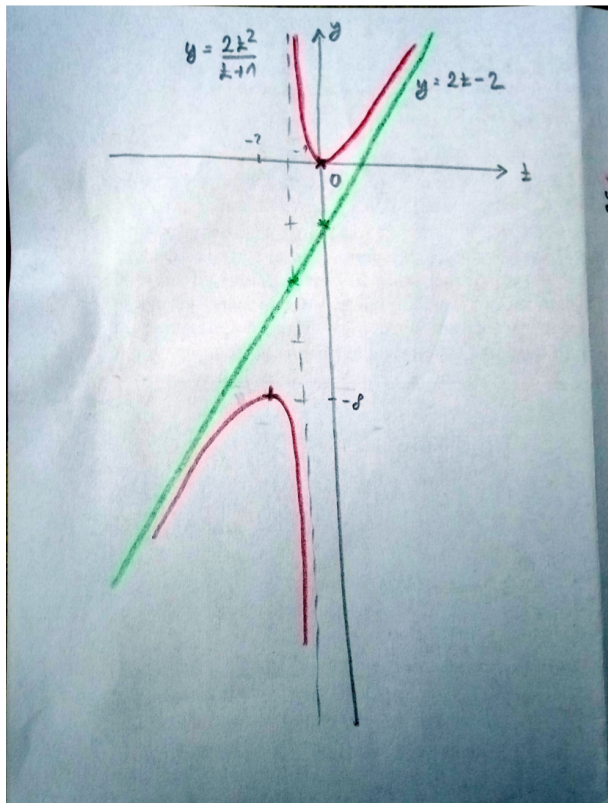
3.krok

- druhá derivace: $\frac{4}{(t+1)^3}$
- body nespojitosti: $\{-1\}$
- nulové body: \emptyset
- intervaly: $(-\infty, -1) \ominus, (-1, \infty) \oplus$
- inflexní body: \emptyset

4.krok

- asymptoty bez směrnice: body nespojitosti: -1
 -1 zleva : $\lim_{t \rightarrow -1} \frac{2t^2}{t+1} = -\infty$
 -1 zprava $\lim_{t \rightarrow -1} \frac{2t^2}{t+1} = \infty$
- asymptoty se směrnicí:
 ∞ : $a = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{2t^2}{t+1} \cdot \frac{1}{t} = 2$
 $b = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{2t^2}{t+1} - 2 \cdot t = -2$
 rovnice přímky: $y = 2t - 2$
 $-\infty$: $a = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{2t^2}{t+1} \cdot \frac{1}{t} = 2$
 $b = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{2t^2}{t+1} - 2 \cdot t = -2$
 rovnice přímky: $y = 2t - 2$

5.krok



4. $f(t) = (t - 1)(t + 2)(t - 3)$

1.krok

- definiční obor: R
- sudá: není
- lichá: není
- periodická: není
- body nespojitosti: \emptyset
- nulové body: $\{-2, 1, 3\}$
- intervaly: $(-\infty, -2) \ominus, \langle -2, 1 \rangle \oplus, \langle 1, 3 \rangle \ominus \langle 3, \infty \rangle \oplus$

2.krok

- první derivace: $3t^2 - 4t - 5$
- body nespojitosti: \emptyset

- nulové body: $\{\frac{2}{3} + \frac{\sqrt{19}}{3}, \frac{2}{3} - \frac{\sqrt{19}}{3}\}$
- intervaly: $(-\infty, \frac{2}{3} + \frac{\sqrt{19}}{3}) \oplus, (\frac{2}{3} + \frac{\sqrt{19}}{3}, \frac{2}{3} - \frac{\sqrt{19}}{3}) \ominus, (\frac{2}{3} - \frac{\sqrt{19}}{3}, \infty) \oplus$
- lokální extrémů: minimum $\{\frac{2}{3} + \frac{\sqrt{19}}{3}\}$, maximum $\{\frac{2}{3} - \frac{\sqrt{19}}{3}\}$

3.krok

- druhá derivace: $2(3t - 2)$
- body nespojitosti: \emptyset
- nulové body: $\{\frac{2}{3}\}$
- intervaly: $(-\infty, \frac{2}{3}) \ominus, (\frac{2}{3}, \infty) \oplus$
- inflexní body: $\frac{2}{3}$

4.krok

- asymptoty bez směrnice: body nespojitosti: \emptyset
- asymptoty se směrnicí:
 - ∞ : $a = \lim_{t \rightarrow \infty} (t - 1)(t + 2)(t - 3) \cdot \frac{1}{t} = \infty$
rovnice přímky: -
 - $-\infty$: $a = \lim_{t \rightarrow \infty} (t - 1)(t + 2)(t - 3) \cdot \frac{1}{t} = -\infty$
rovnice přímky: -

5.krok

