

# Sada příkladů č. 6. skupina C

## Průběh funkce 2

Pro funkce:

1. 
$$f(x) = \frac{2-x}{x+1}$$

2. 
$$f(c) = \frac{c}{c-3}$$

provedte zbylé kroky výpočtu grafu průběhu funkce.

Pro funkce:

1. 
$$f(t) = \frac{t^2}{1-2t}$$

2. 
$$f(t) = (t-1)(t+2)(t-3)$$

provedte celý výpočet grafu funkce.

Řeš.: 1.  $f(x) = \frac{2-x}{x+1}$

**1.krok**

- definiční obor:  $R \setminus \{-1\}$
- sudá: není
- lichá: není
- periodická: není
- body nespojitosti:  $\{-1\}$
- nulové body:  $\{2\}$
- intervaly:  $(-\infty, -1) \ominus, (-1, 2) \oplus, (2, \infty) \ominus$

**2.krok**

- první derivace:  $\frac{-3}{(x+1)^2}$
- body nespojitosti:  $\{-1\}$
- nulové body:  $\emptyset$

- intervaly:  $(-\infty, -1) \ominus, (-1, \infty) \ominus$

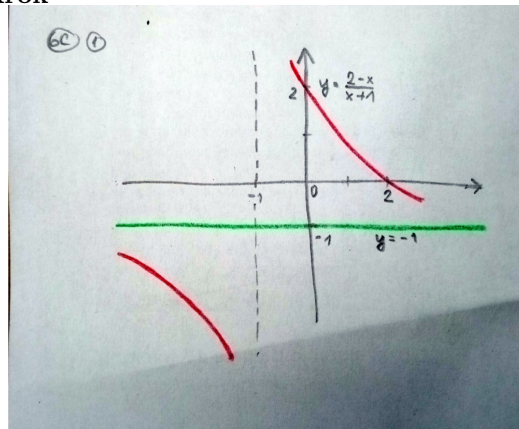
### 3.krok

- druhá derivace:  $\frac{6}{(x+1)^3}$
- body nespojitosti:  $\{-1\}$
- nulové body:  $\emptyset$
- intervaly:  $(-\infty, -1) \ominus, (-1, \infty) \oplus$

### 4.krok

- asymptoty bez směrnice: body nespojitosti: -1
  - 1 zleva:  $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{2-x}{x+1} = -\infty$
  - 1 zprava:  $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{2-x}{x+1} = \infty$
- asymptoty se směrnici:
  - $\infty$ :  $a = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2-x}{x+1} \cdot \frac{1}{x} = 0$   
 $b = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2-x}{x+1} - 0 \cdot x = -1$   
 rovnice přímky:  $y = -1$
  - $-\infty$ :  $a = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2-x}{x+1} \cdot \frac{1}{x} = 0$   
 $b = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2-x}{x+1} - 0 \cdot x = -1$   
 rovnice přímky:  $y = -1$

### 5.krok



2.  $f(c) = \frac{c}{c-3}$

### 1.krok

- definiční obor:  $R \setminus \{3\}$
- sudá: není
- lichá: není

- periodická: není
- body nespojitosti:  $\{3\}$
- nulové body:  $\{0\}$
- intervaly:  $(-\infty, 0) \oplus, (0, 3) \ominus, (3, \infty) \oplus$

## 2.krok

- první derivace:  $\frac{-3}{(c-3)^2}$
- body nespojitosti:  $\{3\}$
- nulové body:  $\emptyset$
- intervaly:  $(-\infty, 3) \ominus, (3, \infty) \ominus$

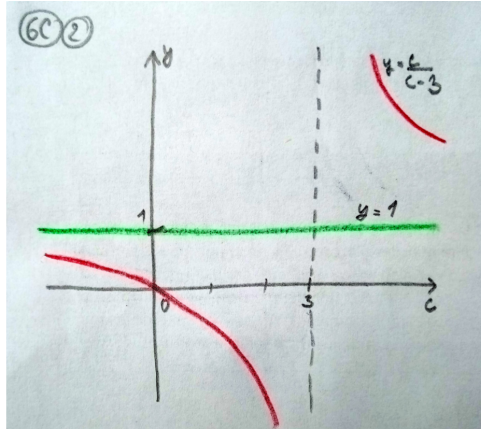
## 3.krok

- druhá derivace:  $\frac{6}{(c-3)^3}$
- body nespojitosti:  $\{3\}$
- nulové body:  $\emptyset$
- intervaly:  $(-\infty, 3) \ominus, (3, \infty) \oplus$

## 4.krok

- asymptoty bez směrnice: body nespojitosti: 3  
 -1 zleva :  $\lim_{c \rightarrow -3} \frac{c}{c-3} = -\infty$   
 -1 zprava  $\lim_{c \rightarrow +3} \frac{c}{c-3} = \infty$
- asymptoty se směrnicí:  
 $\infty$ :  $a = \lim_{c \rightarrow \infty} \frac{c}{c-3} \cdot \frac{1}{c} = 0$   
 $b = \lim_{c \rightarrow \infty} \frac{c}{c-3} - 0 \cdot c = 1$   
 rovnice přímky:  $y = 1$   
 $-\infty$ :  $a = \lim_{c \rightarrow \infty} \frac{c}{c-3} \cdot \frac{1}{c} = 0$   
 $b = \lim_{c \rightarrow \infty} \frac{c}{c-3} - 0 \cdot c = 1$   
 rovnice přímky:  $y = 1$

### 5.krok



3.  $f(t) = \frac{t^2}{1-2t}$

#### 1.krok

- definiční obor:  $R \setminus \{-1\}$
- sudá: není
- lichá: není
- periodická: není
- body nespojitosti:  $\{\frac{1}{2}\}$
- nulové body:  $\{0\}$
- intervaly:  $(-\infty, 0) \oplus, \langle 0, \frac{1}{2} \rangle \oplus, (\frac{1}{2}, \infty) \ominus$

#### 2.krok

- první derivace:  $\frac{2t(1-t)}{(1-2t)^2}$
- body nespojitosti:  $\{\frac{1}{2}\}$
- nulové body:  $\{0, 1\}$
- intervaly:  $(-\infty, 0) \ominus, \langle 0, \frac{1}{2} \rangle \oplus, (\frac{1}{2}, 1) \oplus, \langle 1, \infty \rangle \ominus$
- lokální extrém: minimum  $\{0\}$ , maximum  $\{-2\}$

#### 3.krok

- druhá derivace:  $\frac{2}{(1-2t)^3}$
- body nespojitosti:  $\{\frac{1}{2}\}$
- nulové body:  $\emptyset$

- intervaly:  $(-\infty, \frac{1}{2}) \cup (\frac{1}{2}, \infty)$
- inflexní body:  $\emptyset$

#### 4.krok

- asymptoty bez směrnice: body nespojitosti: -1

$$-1 \text{ zleva : } \lim_{t \rightarrow -\frac{1}{2}^-} \frac{t^2}{1-2t} = -\infty$$

$$-1 \text{ zprava } \lim_{t \rightarrow -\frac{1}{2}^+} \frac{t^2}{1-2t} = \infty$$

- asymptoty se směrnicí:

$$\infty: \quad a = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{t^2}{1-2t} \cdot \frac{1}{t} = \frac{-1}{2}$$

$$b = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{t^2}{1-2t} - \frac{1}{2} \cdot t = \frac{-1}{4}$$

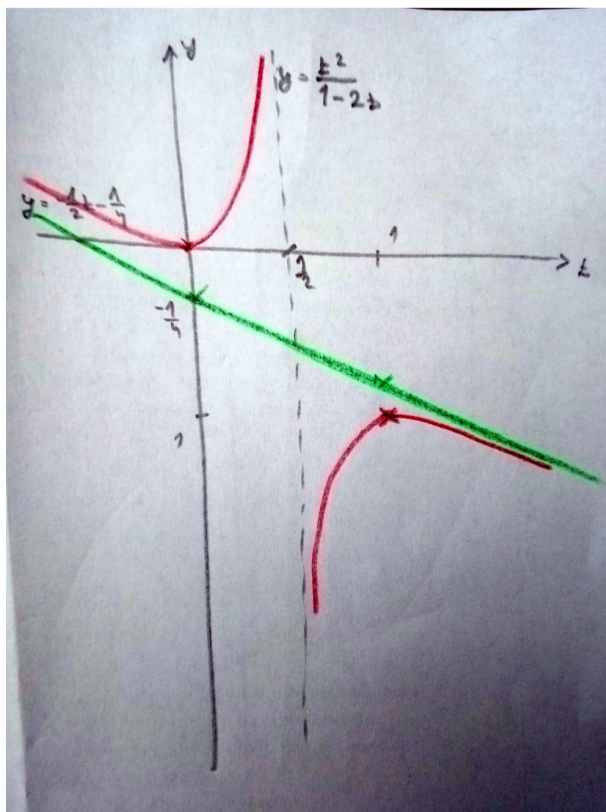
$$\text{rovnice přímky: } y = \frac{-1}{2}t - \frac{1}{4}$$

$$-\infty: \quad a = \lim_{t \rightarrow -\infty} \frac{t^2}{1-2t} \cdot \frac{1}{t} = \frac{-1}{2}$$

$$b = \lim_{t \rightarrow -\infty} \frac{t^2}{1-2t} - \frac{1}{2} \cdot t = \frac{-1}{4}$$

$$\text{rovnice přímky: } y = \frac{-1}{2}t - \frac{1}{4}$$

#### 5.krok



$$4. f(t) = (t-1)(t+2)(t-3)$$

### 1.krok

- definiční obor:  $R$
- sudá: není
- lichá: není
- periodická: není
- body nespojitosti:  $\emptyset$
- nulové body:  $\{-2, 1, 3\}$
- intervaly:  $(-\infty, -2) \ominus, \langle -2, 1 \rangle \oplus, \langle 1, 3 \rangle \ominus \langle 3, \infty \rangle \oplus$

### 2.krok

- první derivace:  $3t^2 - 4t - 5$
- body nespojitosti:  $\emptyset$
- nulové body:  $\{\frac{2}{3} + \frac{\sqrt{19}}{3}, \frac{2}{3} - \frac{\sqrt{19}}{3}\}$
- intervaly:  $(-\infty, \frac{2}{3} + \frac{\sqrt{19}}{3}) \oplus, \langle \frac{2}{3} + \frac{\sqrt{19}}{3}, \frac{2}{3} - \frac{\sqrt{19}}{3} \rangle \ominus, \langle \frac{2}{3} - \frac{\sqrt{19}}{3}, \infty \rangle \oplus$
- lokální extrémy: minimum  $\{\frac{2}{3} + \frac{\sqrt{19}}{3}\}$ , maximum  $\{\frac{2}{3} - \frac{\sqrt{19}}{3}\}$

### 3.krok

- druhá derivace:  $2(3t - 2)$
- body nespojitosti:  $\emptyset$
- nulové body:  $\{\frac{2}{3}\}$
- intervaly:  $(-\infty, \frac{2}{3}) \ominus, \langle \frac{2}{3}, \infty \rangle \oplus$
- inflexní body:  $\frac{2}{3}$

### 4.krok

- asymptoty bez směrnice: body nespojitosti:  $\emptyset$
- asymptoty se směrnicí:
  - $\infty$ :  $a = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{2t^2}{t+1} \cdot \frac{1}{t} = \infty$   
rovnice přímky: -
  - $-\infty$ :  $a = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{2t^2}{t+1} \cdot \frac{1}{t} = -\infty$   
rovnice přímky: -

5.krok

