

Sada příkladů č. 6. skupina D

Průběh funkce 2

Pro funkce:

1.

$$f(x) = \frac{2-x}{x-1}$$

2.

$$f(d) = \frac{d}{d+3}$$

provedte zbylé kroky výpočtu grafu průběhu funkce.

Pro funkce:

1.

$$f(t) = \frac{t^2}{1-2t}$$

2.

$$f(t) = t^3 - 4t^2 + 4t$$

provedte celý výpočet grafu funkce.

Řeš.: 1. $f(x) = \frac{2-x}{x-1}$ **1.krok**

- definiční obor: $R \setminus \{1\}$
- sudá: není
- lichá: není
- periodická: není
- body nespojitosti: $\{1\}$
- nulové body: $\{2\}$
- intervaly: $(-\infty, 1) \ominus, (1, 2) \oplus, \langle 2, \infty \rangle \ominus$

2.krok

- první derivace: $\frac{-1}{(x-1)^2}$
- body nespojitosti: $\{1\}$
- nulové body: \emptyset

- intervaly: $(-\infty, 1) \ominus, (1, \infty) \ominus$

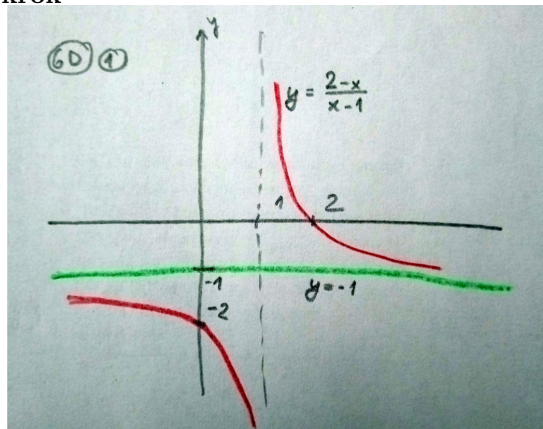
3.krok

- druhá derivace: $\frac{2}{(x-1)^3}$
- body nespojitosti: $\{1\}$
- nulové body: \emptyset
- intervaly: $(-\infty, 1) \ominus, (1, \infty) \oplus$

4.krok

- asymptoty bez směrnice: body nespojitosti: 1
 1 zleva : $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2-x}{x-1} = -\infty$
 1 zprava $\lim_{x \rightarrow +1} \frac{2-x}{x-1} = \infty$
- asymptoty se směrnici:
 ∞ : $a = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2-x}{x-1} \cdot \frac{1}{x} = 0$
 $b = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2-x}{x-1} - 0 \cdot x = -1$
 rovnice přímky: $y = -1$
 $-\infty$: $a = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2-x}{x-1} \cdot \frac{1}{x} = 0$
 $b = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2-x}{x-1} - 0 \cdot x = -1$
 rovnice přímky: $y = -1$

5.krok



2. $f(x) = \frac{d}{d+3}$

1.krok

- definiční obor: $R \setminus \{-3\}$
- sudá: není
- lichá: není

- periodická: není
- body nespojitosti: $\{-3\}$
- nulové body: $\{0\}$
- intervaly: $(-\infty, -3) \oplus, (-3, 0) \ominus, (0, \infty) \oplus$

2.krok

- první derivace: $\frac{3}{(d+3)^2}$
- body nespojitosti: $\{-3\}$
- nulové body: \emptyset
- intervaly: $(-\infty, -3) \oplus, (-3, \infty) \oplus$

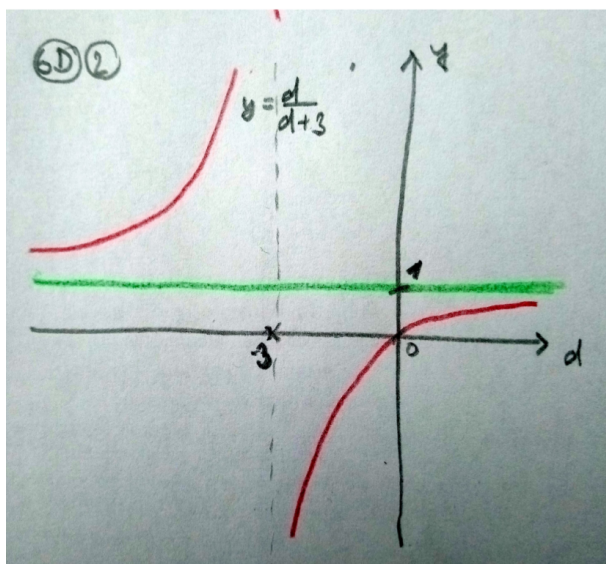
3.krok

- druhá derivace: $\frac{-6}{(d+3)^3}$
- body nespojitosti: $\{-3\}$
- nulové body: \emptyset
- intervaly: $(-\infty, -3) \ominus, (-3, \infty) \oplus$

4.krok

- asymptoty bez směrnice: body nespojitosti: 1
1 zleva : $\lim_{d \rightarrow -2} \frac{d}{d+3} = \infty$
1 zprava $\lim_{d \rightarrow -2} \frac{d}{d+3} = -\infty$
- asymptoty se směrnicí:
 ∞ : $a = \lim_{d \rightarrow \infty} \frac{d}{d+3} \cdot \frac{1}{d} = 0$
 $b = \lim_{d \rightarrow \infty} \frac{d}{d+3} - 0 \cdot d = 1$
rovnice přímky: $y = 1$
 $-\infty$: $a = \lim_{d \rightarrow -\infty} \frac{d}{d+3} \cdot \frac{1}{d} = 0$
 $b = \lim_{d \rightarrow -\infty} \frac{d}{d+3} - 0 \cdot d = 1$
rovnice přímky: $y = 1$

5.krok



3. $f(t) = \frac{t^2}{1-2t}$

1.krok

- definiční obor: $R \setminus \{-1\}$
- sudá: není
- lichá: není
- periodická: není
- body nespojitosti: $\{\frac{1}{2}\}$
- nulové body: $\{0\}$
- intervaly: $(-\infty, 0) \oplus, \langle 0, \frac{1}{2} \rangle \oplus, (\frac{1}{2}, \infty) \ominus$

2.krok

- první derivace: $\frac{2t(1-t)}{(1-2t)^2}$
- body nespojitosti: $\{\frac{1}{2}\}$

- nulové body: $\{0, 1\}$
- intervaly: $(-\infty, 0) \ominus, (0, \frac{1}{2}) \oplus, (\frac{1}{2}, 1) \oplus, (1, \infty) \ominus$
- lokální extrémy: minimum $\{0\}$, maximum $\{-2\}$

3.krok

- druhá derivace: $\frac{2}{(1-2t)^3}$
- body nespojitosti: $\{\frac{1}{2}\}$
- nulové body: \emptyset
- intervaly: $(-\infty, \frac{1}{2}) \oplus, (\frac{1}{2}, \infty) \ominus$
- inflexní body: \emptyset

4.krok

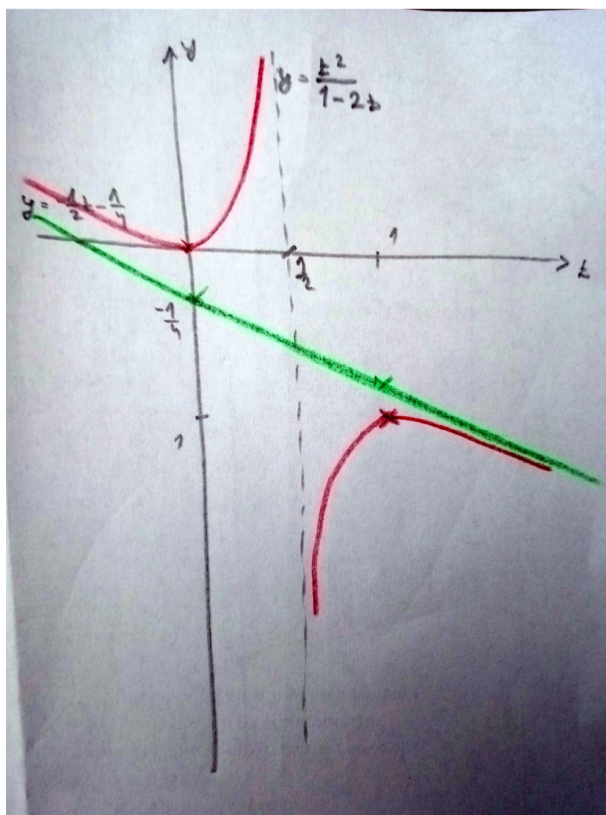
- asymptoty bez směrnice: body nespojitosti: -1
 -1 zleva : $\lim_{t \rightarrow -\frac{1}{2}} \frac{t^2}{1-2t} = -\infty$
 -1 zprava $\lim_{t \rightarrow +\frac{1}{2}} \frac{t^2}{1-2t} = \infty$

- asymptoty se směrnici:

$$\begin{aligned} \infty: \quad a &= \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{t^2}{1-2t} \cdot \frac{1}{t} = \frac{-1}{2} \\ b &= \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{t^2}{1-2t} - \frac{1}{2} \cdot t = \frac{-1}{4} \\ \text{rovnice přímky: } y &= \frac{-1}{2}t - \frac{1}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -\infty: \quad a &= \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{t^2}{1-2t} \cdot \frac{1}{t} = \frac{-1}{2} \\ b &= \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{t^2}{1-2t} - \frac{1}{2} \cdot t = \frac{-1}{4} \\ \text{rovnice přímky: } y &= \frac{-1}{2}t - \frac{1}{4} \end{aligned}$$

5.krok



4. $f(t) = t^3 - 4t^2 + 4t$

1.krok

- definiční obor: R
- sudá: není
- lichá: není
- periodická: není
- body nespojitosti: \emptyset
- nulové body: $\{0, 2\}$
- intervaly: $(-\infty, 0) \oplus, \langle 0, 2 \rangle \ominus, \langle 2, \infty \rangle \oplus$

2.krok

- první derivace: $3t^2 - 8t + 4$
- body nespojitosti: \emptyset

- nulové body: $\{\frac{2}{3}, 2\}$
- intervaly: $(-\infty, \frac{2}{3}) \oplus, \langle \frac{2}{3}, 2 \rangle \ominus, \langle 2, \infty \rangle \oplus$
- lokální extrémy: minimum $\{2\}$, maximum $\{\frac{2}{3}\}$

3.krok

- druhá derivace: $2(3t - 4)$
- body nespojitosti: \emptyset
- nulové body: $\{\frac{4}{3}\}$
- intervaly: $(-\infty, \frac{4}{3}) \ominus, \langle \frac{4}{3}, \infty \rangle \oplus$
- inflexní body: $\frac{4}{3}$

4.krok

- asymptoty bez směrnice: body nespojitosti: \emptyset
- asymptoty se směrnicí:
 - ∞ : $a = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{2t^2}{t+1} \cdot \frac{1}{t} = \infty$
rovnice přímky: -
 - $-\infty$: $a = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{2t^2}{t+1} \cdot \frac{1}{t} = -\infty$
rovnice přímky: -

5.krok

