

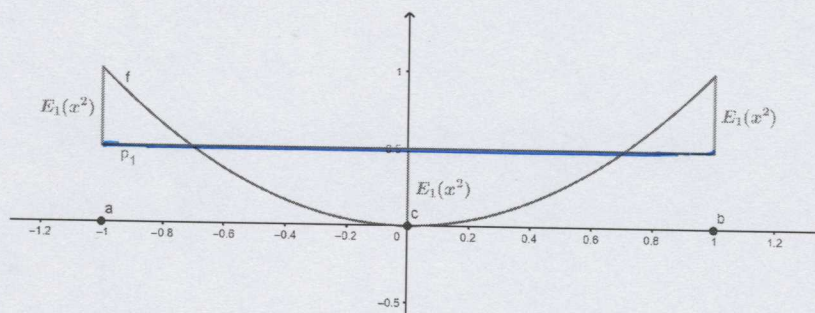
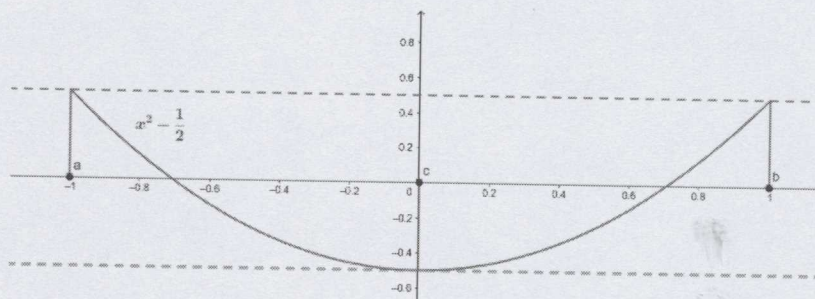
(3)

intervale. Dva body alternanty sú krajné body intervalu, konkrétne -1 a $+1$. Tretí bod získame z rovnice (3.19). Po dosadení je očividne $c = 0$. Body alternanty sú $-1, 0, 1$. Zo vzťahu (3.18) získame polynóm najlepšej aproximácie v tvare

$$p_1(x) = \frac{1}{2}, \quad x \in [-1, 1].$$

Polynóm prvého stupňa najlepšej aproximácie funkcie x^2 na intervale $[-1, 1]$ je vlastne konštanta. V bodoch alternanty je chyba aproximácie rovná

$$E_1(x^2) = |(-1)^2 - \frac{1}{2}| = |0 - \frac{1}{2}| = |1^2 - \frac{1}{2}| = \frac{1}{2}.$$


 Obrázok 3.1. Aproximácia $p_1(x)$ funkcie x^2


Obrázok 3.2. Funkcia chýb a Čebyševova alternanta

Príklad 3.2. Pre funkciu $f(x) = e^x$ spočítame polynóm $p_1 \in \Pi_1$ najlepšej aproximácie na intervale $[-1, 1]$. Keďže $f'(x) = f''(x) = e^x > 0$ pre $x \in \mathbb{R}$, sú predpoklady splnené. Bodmi alternanty sú opäť krajné body intervalu. Tretí bod alternanty získame pomocou rovnice (3.19) nasledovne

$$e^c = \frac{e^1 - e^{-1}}{2},$$

$$e^c = \frac{e^2 - 1}{2e},$$

$$c = \ln(e^2 - 1) - \ln(2) - 1,$$

$$c = 0,161439.$$