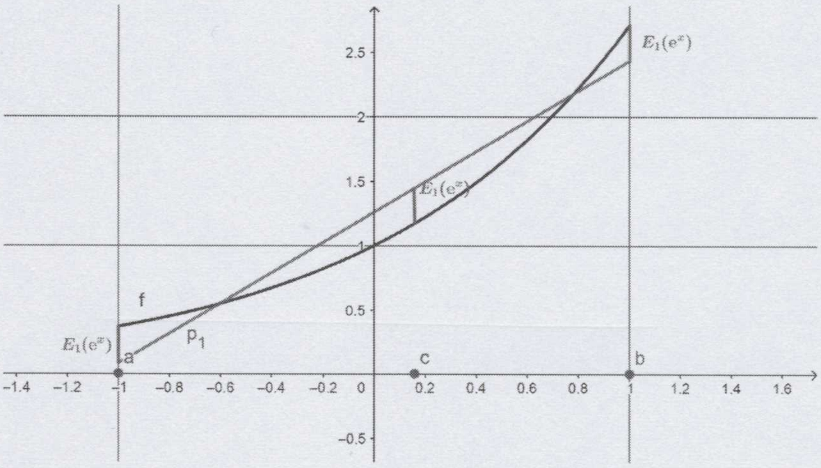
4

Polynóm $p_1(x)$ môžeme vyjadriť v tvare

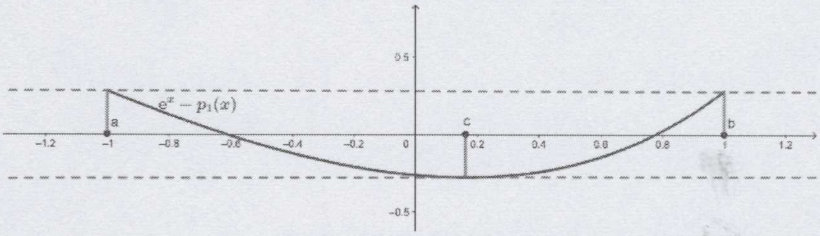
$$p_1(x) = \frac{e - e^{-1}}{2}x + \frac{e + e^{-1}}{4} - \frac{e - e^{-1}}{2}\frac{\ln(e^2 - 1) - \ln 2 - 2}{2} = \\ = 1,175201\,x + 1,264279\,.$$



Obrázok 3.3. Aproximácia $p_1(x)$ funkcie e^x

Chybu aproximácie určíme pomocou bodov alternanty ako

$$E_1(e^x) = |e^{-1} - p_1(-1)| = |e^c - p_1(c)| = |e - p_1(1)| = 0,278802\,. \tag{3.20}$$



Obrázok 3.4. Funkcia chýb a Čebyševova alternanta

Príklad 3.3. Pre funkciu $f(x) = \ln(x)$ spočítame polynóm $p_1 \in \Pi_1$ najlepšej aproximácie na intervale $[1, e]$. Keďže funkcia $f \in C^2[1, e]$ a $f''(x)$ nemení znamienko ($f''(x) < 0$), môžeme opäť využiť vzťahy (3.18) a (3.19). Dva body alternanty sú krajné body intervalu, t.j. body 1 a e. Tretí bod získame pomocou rovnosti

$$\frac{1}{c} = \frac{\ln(e) - \ln(1)}{e - 1}\,; \\ c = e - 1\,.$$

Polynóm najlepšej aproximácie je

$$p_1(x) = \frac{1}{e-1}x + \frac{\ln(e-1)}{2} - \frac{1}{e-1}\frac{e}{2} = 0,581977\,x - 0,520326\,.$$