VZTAHY MEZI R-FAKTOREM a Q-FAKTOREM

4

~~[illegible]~~

Věta 1.53 | DP K. Šulter.

Příklad 2.

Definujme posloupnost $\{u_k\} \subset R^1$ takto:

(1) $u_{k+1} = u_k - u_{k-1}$, pro k liché

(2) $u_{k+1} = (u_k)^2 u_{k-1}$, pro k sudé,

$0 < |u_0|, |u_1| < 1$.

Pak platí

(A) $Q_R\{u_k\} \geq \frac{1+\sqrt{5}}{2}$

(B) $Q_Q\{u_k\} \leq \frac{3}{2}$

Řešení.

(A) Posloupnost $|u_k|$ je klesající a zdola ohraničená nulou. Tedy existuje

$$\lim_{k\to\infty} |u_k| = u^*$$

Ze vztahů (1), (2) plyne

$$|u^*| = |u^*|^2$$
$$|u^*| = |u^*|^3$$

Je tedy $u^* = 0$, a tedy posloupnost $\{u_k\}$ konverguje k nule a platí

$$|u_{k+1} - u^*| \leq |u_k - u^*|\,|u_{k-1} - u^*|,$$

kde $u^* = 0$. Zapíšeme poslední nerovnost ve tvaru

$$|u_{k+1} - u^*| \leq |u_k - u^*| \sum_{j=0}^{1} \gamma_j |u_{k-j} - u^*|,$$

$\gamma_0 = 0, \gamma_1 = 1$