

C2184 Úvod do programování v Pythonu (2021)

Procvičení logických výrazů

Následující úkoly jsou nepovinné, ale užitečné k procvičení logických výrazů. Řešte na papír (nebo z hlavy) bez použití Pythonu. Na konci souboru najdete správná řešení.

1.

Máme zadané proměnné:

```
x = 2  
y = 9
```

Jaký bude výsledek následujícího výrazu?

```
x < y and x**3 > y or y % x == 0 or x // y == 0
```

A) True

B) False

2.

Máme zadané proměnné:

```
x = 2  
y = 9
```

Jaký bude výsledek následujícího výrazu?

```
type(x+y) == int and type(x) == type(float(x)) or type(x*y) != type(x/y)
```

A) True

B) False

3.

Máme výraz:

```
x <= y < 2*x or x >= y and x**2 < 5*y
```

Pro které přiřazení proměnných bude tento výraz pravdivý?

A) x = 0; y = 1

- B) $x = 5; y = 10$
- C) $x = 3; y = 2$
- D) $x = 4; y = 3$
- E) $x = -5; y = -5$

4.

Jeden z výrazů $v1, v2, v3, v4$ je *tautologie*, tj. jeho výsledek vyjde vždy True bez ohledu na to, jaké hodnoty mají logické proměnné a a b .

Který to je?

- $v1 = (a \text{ and not } b) \text{ or } a \text{ or } b$
- $v2 = (a \text{ and not } b) \text{ or not } a \text{ or } b$
- $v3 = (a \text{ and not } b) \text{ or } a \text{ or not } b$
- $v4 = (a \text{ and not } b) \text{ and } a \text{ and not } b$

5.

Jeden z výrazů $v1, v2, v3, v4$ je *kontradikce*, tj. jeho výsledek vyjde vždy False bez ohledu na to, jaké hodnoty mají logické proměnné a a b .

Který to je?

- $v1 = a \text{ and } b$
- $v2 = \text{not } (a \text{ and not } b \text{ or } b)$
- $v3 = (a \text{ and } b \text{ or not } a \text{ and not } b) \text{ and } a$
- $v4 = a \text{ and } (b \text{ and not } a \text{ or not } (a \text{ or } b))$

6.

Mějme výraz v definovaný takto:

$$v = \text{not } (p \text{ or } q) \text{ or not } p \text{ and } q$$

Doplňte pravdivostní tabulku (0 = False, 1 = True). Při řešení je vhodné doplnit si do tabulky pomocné sloupce pro podvýrazy, např. $p \text{ or } q, \text{not } p \text{ and } q...$

p	q	v
0	0	
0	1	
1	0	
1	1	

7.

Mějme výraz v definovaný takto:

$$v = (\text{not } q \text{ or } r) \text{ and } (\text{not } r \text{ or } p) \text{ and } (\text{not } q \text{ or } p)$$

Doplňte pravdivostní tabulku (0 = False, 1 = True).

p	q	r	v
0	0	0	
0	0	1	
0	1	0	
0	1	1	
1	0	0	
1	0	1	
1	1	0	
1	1	1	

8.

Mějme výraz v definovaný takto:

$$v = p \text{ and not } q \text{ or } p$$

Tento výraz lze zjednodušit na jeden z následujících výrazů (tj. vždy budou mít stejnou pravdivostní hodnotu). Který to je?

- A) p
- B) q
- C) $p \text{ and } q$
- D) $p \text{ or } q$
- E) $p \text{ and not } q$

9.

Mějme výraz v definovaný takto:

$$v = a \text{ and not } b \text{ or } b \text{ and not } a$$

Tento výraz lze zjednodušit na jeden z následujících výrazů (tj. vždy budou mít stejnou pravdivostní hodnotu). Který to je?

- A) $a \text{ and } b$
- B) $a \text{ or } b$
- C) $a == b$
- D) $a != b$

Řešení

1.

A) True

Nejdřív vyhodnotíme aritmetické výrazy, pak porovnávací, pak and, nakonec or:

```
x = 2
y = 9
```

```
x < y and x**3 > y or y % x == 0 or x // y == 0
2 < 9 and 2**3 > 9 or 9 % 2 == 0 or 2 // 9 == 0
2 < 9 and 8 > 9 or 1 == 0 or 0 == 0
```

```
True and False or False or True
      |         |
      +-----+
      False
      |
      +-----+
      True
```

2.

A) True

```
x = 2
y = 9
```

```
type(x+y) == int and type(x) == type(float(x)) or type(x*y) != type(x/y)
type(2+9) == int and type(2) == type(float(2)) or type(2*9) != type(2/9)
type(11) == int and type(2) == type(2.0) or type(18) != type(0.2...)
```

```
True and False or True
      |         |
      +-----+
      False
      |
      +-----+
      True
```

3.

C) x = 3; y = 2

```
x <= y < 2*x or x >= y and x**2 < 5*y
```

```
True or False
      |
      +-----+
      True
```

4.

Tautologie:

$$v2 = (a \text{ and not } b) \text{ or not } a \text{ or } b$$

5.

Kontradikce:

$$v4 = a \text{ and } (b \text{ and not } a \text{ or not}(a \text{ or } b))$$

6.

Určíme pořadí vyhodnocování, vytvoříme pomocné sloupce pro podvýrazy a vyplníme po sloupcích.

$$v = \text{not } (p \text{ or } q) \text{ or } \text{not } p \text{ and } q$$

$$\text{not } \underbrace{(p \text{ or } q)} \text{ or } \underbrace{\text{not } p \text{ and } q}$$

$$\underbrace{\text{not } (p \text{ or } q) \text{ or } \text{not } p \text{ and } q}$$

p	q	p or q	not (p or q)	not p	not p and q	v
0	0	0	1	1	0	1
0	1	1	0	1	1	1
1	0	1	0	0	0	0
1	1	1	0	0	0	0

7.

$$v = (\text{not } q \text{ or } r) \text{ and } (\text{not } r \text{ or } p) \text{ and } (\text{not } q \text{ or } p)$$

Doplňte pravdivostní tabulku (0 = False, 1 = True).

p	q	r	not p	not q	not r	(not q or r)	(not r or p)	(not q or p)	v
0	0	0	1	1	1	1	1	1	1
0	0	1	1	1	0	1	0	1	0
0	1	0	1	0	1	0	1	0	0
0	1	1	1	0	0	1	0	0	0
1	0	0	0	1	1	1	1	1	1
1	0	1	0	1	0	1	1	1	1
1	1	0	0	0	1	0	1	1	0
1	1	1	0	0	0	1	1	1	1

8.

A) p

$$v = p \text{ and } \text{not } q \text{ or } p$$

$\underbrace{\quad\quad\quad}_{p \text{ and } \quad} \quad \text{or } p$
 $\quad\quad\quad \text{or } p$

Úvaha: Pokud q bude True, pak celý výraz bude

$$p \text{ and } \text{False} \text{ or } p$$

$\underbrace{\quad\quad\quad}_{\text{False}} \quad \text{or } p$
 $\quad\quad\quad \text{or } p$
 $\quad\quad\quad p$

Naopak pokud q bude False, pak celý výraz bude

$$p \text{ and } \text{True} \text{ or } p$$

$\underbrace{\quad\quad\quad}_p \quad \text{or } p$
 $\quad\quad\quad \text{or } p$
 $\quad\quad\quad p$

V obou případech se nám výraz zjednodušil na p .

Druhý způsob řešení: Pokud p bude True, pak celý výraz je

něco **or** True

což je True. Naopak pokud p bude False, pak celý výraz bude

(False **and** něco) **or** False

což je False. Výsledek výrazu je tedy vždy stejný jako p , tj. výraz lze zjednodušit na p .

Třetí způsob řešení je vytvořit pravdivostní tabulku pro všechny výrazy, a zjistit, který výraz má stejně vyplněný sloupec jako původní výraz.

9.

D) $a \neq b$

$$v = a \text{ and not } b \text{ or } b \text{ and not } a$$

$\underbrace{\quad\quad\quad}_{\quad} \text{ or } \underbrace{\quad\quad\quad}_{\quad}$
 $\quad\quad\quad \text{or } \quad\quad\quad$

Úvaha: Tento výraz můžeme číst “platí a a neplatí b , nebo platí b a neplatí a ”, jinými slovy “ a má opačnou hodnotu než b ”, což je přesně $a \neq b$.