F7210 číslicová technika

Booleova algebra

- buď B_n třída všech funkcí $f(x_1,\dots x_n)$ definovaných na $\{0,1\}^n$, funkce z B_n nazýváme Boleovy funkce

?

- Kolik různých vektorů hodnot argumentů obsahuje definiční obor Boolleovy funkce $f(x_1,\ldots x_n)$?

A	B
0	0
0	1
1	0
1	1

?

- Kolik různých vektorů hodnot argumentů obsahuje definiční obor Boolleovy funkce $f(x_1,\ldots x_n)$?
- 2^n

?

- Kolik různých funkcí obsahuje třída B_n všech funkcí $f(x_1,\ldots x_n)$ definovaných na $\{0,1\}^n$?
- Třída B_n obsahuje právě

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
x	y																

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
x	y	0	NOR		$\bar{x}$		$\bar{y}$	XOR	NAND	AND	NXOR	y		x		OR	1
0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1
0	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1

?

- Kolik různých funkcí obsahuje třída B_n všech funkcí $f(x_1,\ldots x_n)$ definovaných na $\{0,1\}^n$?
- Třída B_n obsahuje právě 2^{2^n}

Definice operací

- $0+0=0$
- $0+1=1+0=1+1=1$
- $1.1=1$
- $0.1=1.0=0.0=0$
- $\overline{1}=0$
- $\overline{0}=1$

- Booleova dvouhodnotová algebra je algebra s oborem {0,1} a třídou operací {+,.,- }
- + logické sčítání,
- . logické násobení
- - negace

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
x	y	0	NOR		$\bar{x}$		$\bar{y}$	XOR	NAND	AND	NXOR	y		x		OR	1
0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1
0	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1

základní pravidla Booleovy algebry

- pravidlo agresivnosti a neutrálnosti prvků 0,1

  $x+1 = 1, x \cdot 1 = x$

  $x+0 = x, x \cdot 0 = 0$

- Pravidlo komutativní

  $x+y = y+x, x \cdot y = y \cdot x$

- Pravidlo asociativní

  $x+(y+z) = (x+y)+z, x \cdot (y \cdot z) = (x \cdot y) \cdot z$

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
x	y	0	NOR		$\bar{x}$		$\bar{y}$	XOR	NAND	AND	NXOR	y		x		OR	1
0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1
0	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1

základní pravidla Booleovy algebry

Pravidlo distributivní

$x \cdot (y + z) = ?$

$x \cdot (y + z) = (x \cdot y) + (x \cdot z)$

$x+(y \cdot z) = ?$

$x+(y \cdot z) = (x+y) \cdot (x+z),$

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
x	y	0	NOR		$\bar{x}$		$\bar{y}$	XOR	NAND	AND	NXOR	y		x		OR	1
0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1
0	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1

základní pravidla Booleovy algebry

- pravidlo idempotentnosti

$x+x=?$,

$x+x=x$,

$x \cdot x=?$

$x \cdot x=x$

- pravidlo absorpce

$x+(x \cdot y) = ?$,

$x+(x \cdot y) =x$,

$x \cdot (x + y) = ?$,

$x \cdot (x + y) = x$

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
x	y	0	NOR		$\bar{x}$		$\bar{y}$	XOR	NAND	AND	NXOR	y		x		OR	1
0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1
0	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1

základní pravidla Booleovy algebry

- pravidlo o vyloučeném třetím

$x+\overline{x}=?$,

$x+\overline{x}=1$,

$x\cdot\overline{x}=?$,

$x\cdot\overline{x}=0$

- pravidlo involuce

$\overline{(\overline{x})}=x$,

- de Morganova pravidla

$\overline{(x+y)}=?$,

$\overline{(x+y)}=\overline{x}\cdot\overline{y}$,

$\overline{(x\cdot y)}=?$,

$\overline{(x\cdot y)}=\overline{x}+\overline{y}$,

x	y	F(x,y)	
0	0	1	
0	1	1	
1	0	0	
1	1	0	

x	y	F(x,y)	
0	0	1	$\bar{x} * \bar{y}$
0	1	1	$\bar{x} * \mathrm{y}$
1	0	0	$x * \bar{y}$
1	1	0	$x * y$

$$F(x,y) = \bar{x} * \bar{y} * 1 + \bar{x} * \mathrm{y} * 1 + x * \bar{y} * 0 + x * y * 0$$

$$F(x,y) = \bar{x} * \bar{y} + \bar{x} * \mathrm{y}$$

$$F(x,y) = \bar{x} * (\bar{y} + y) = \bar{x}$$

x	y	F(x,y)	
0	0	0	$\bar{x} * \bar{y}$
0	1	1	$\bar{x} * \mathrm{y}$
1	0	0	$x * \bar{y}$
1	1	0	$x * y$

$$F(x,y) = \bar{x} * \bar{y} * 0 + \bar{x} * \mathrm{y} * 1 + x * \bar{y} * 0 + x * y * 0$$

$$F(x,y) = \bar{x} * \mathrm{y} * 1 = \bar{x} * \mathrm{y}$$

x	y	F(x,y)	
0	0	0	
0	1	1	
1	0	0	
1	1	0	

x	y	F(x,y)	
0	0	0	$x+y$
0	1	1	$x+\bar{y}$
1	0	0	$\bar{x}+y$
1	1	0	$\bar{x}+\bar{y}$

$$F(x,y) = (x+y+0)*(x+\bar{y}+1)*(\bar{x}+y+0)*(\bar{x}+\bar{y}+0)$$

$$F(x,y) = (x+y+0)*(\bar{x}+y+0)*(\bar{x}+\bar{y}+0)$$

$$F(x,y) = (x+y)*(\bar{x}+y)*(\bar{x}+\bar{y})$$

$$F(x,y) = x*(\bar{x}+y)*(\bar{x}+\bar{y})+y*(\bar{x}+y)*(\bar{x}+\bar{y})$$

$$F(x,y) = x*\left(\bar{x}*(\bar{x}+\bar{y})+y*(\bar{x}+\bar{y})\right)+y*\left(\bar{x}*(\bar{x}+\bar{y})+y*(\bar{x}+\bar{y})\right)$$

$$F(x,y) = x*\left((\bar{x}+\bar{x}*\bar{y})+(y*\bar{x}+y*\bar{y})\right)+y\left((\bar{x}+\bar{x}*\bar{y})+(y*\bar{x}+y*\bar{y})\right)*$$

$$F(x,y) = x*\left((\bar{x}+\bar{x}*\bar{y})+(y*\bar{x})\right)+y\left((\bar{x}+\bar{x}*\bar{y})+(y*\bar{x})\right)$$

$$F(x,y) = x*\left((\bar{x}+\bar{x}*\bar{y})+(y*\bar{x})\right)+y\left((\bar{x}+\bar{x}*\bar{y})+(y*\bar{x})\right)$$

$$F(x,y) = y*\bar{x} = \bar{x}*y$$

x	y	F(x,y)	

x	y	F(x,y)	

x	y	F(x,y)	
0	0	1	$\bar{x} * \bar{y}$
0	1	0	$\bar{x} * \mathrm{y}$
1	0	1	$x * \bar{y}$
1	1	1	$x * y$

$$F(x,y) = \bar{x} * \bar{y} * 1 + \bar{x} * \mathrm{y} * 0 + x * \bar{y} * 1 + x * y * 1$$

$$F(x,y) = \bar{x} * \bar{y} * 1 + x * \bar{y} * 1 + x * y * 1$$

$$F(x,y) = \bar{x} * \bar{y} + x * \bar{y} + x * y$$

$$F(x,y) = \bar{y} + x * y$$

x	y	F(x,y)	
0	0	1	$x + y$
0	1	0	$x + \bar{y}$
1	0	1	$\bar{x} + \mathrm{y}$
1	1	1	$\bar{x} + \bar{y}$

$$F(x, y) = (x + y + 1) * (x + \bar{y} + 0) * (\bar{x} + \mathrm{y} + 1) * (\bar{x} + \bar{y} + 1)$$

$$F(x, y) = x + \bar{y}$$

x	y		
0	0	1	$\bar{x} * \bar{y}$
0	1	1	$\bar{x} * \mathrm{y}$
1	0	0	$x * \bar{y}$
1	1	1	$x * y$

$$F(x,y) = \bar{x} * \bar{y} * 1 + \bar{x} * \mathrm{y} * 1 + x * \bar{y} * 0 + x * y * 1$$

$$F(x,y) = \bar{x} * \bar{y} + \bar{x} * \mathrm{y} + x * y$$

zjednodušte

$$F(x,y) = ?$$

x	y	F(x,y)	$\bar{x}$	$\bar{y}$	$x * y$	$\bar{y} + x * y$	$x + \bar{y}$
0	0	1	1	1	0	1	1
0	1	0	1	0	0	0	0
1	0	1	0	1	0	1	1
1	1	1	0	0	1	1	1

$$F(x, y) = (x + y + 1) * (x + \bar{y} + 0) * (\bar{x} + \mathrm{y} + 1) * (\bar{x} + \bar{y} + 1)$$

$$F(x, y) = x + \bar{y}$$

$$F(x, y) = \bar{x} * \bar{y} + x * \bar{y} + x * y$$

$$F(x, y) = \bar{y} + x * y$$

příklad

- Př:
- $f(x,y,z)_{def} = (x+y) \equiv x \cdot z$

x	y	z	x+y	xz		
1	1	1	1	1	1	
0	1	1	1	0		
1	0	1	1	1	1	
0	0	1	0	0	1	
1	1	0	1	0		
0	1	0	1	0		
1	0	0	1	0		
0	0	0	0	0	1	

x	y	z	x+y	xz		
1	1	1	1	1	xyz	
0	1	1	1	0		
1	0	1	1	1	$x\bar{y}z$	
0	0	1	0	0	$\bar{x}\bar{y}z$	
1	1	0	1	0		
0	1	0	1	0		
1	0	0	1	0		
0	0	0	0	0	$\bar{x}\bar{z}\bar{z}$	

Příklad

- $f = \overline{x} \cdot \overline{y} \cdot \overline{z} + \overline{x} \cdot \overline{y} \cdot z + x \cdot \overline{y} \cdot z + x \cdot y \cdot z$

normální součtová (součinová) forma

- Př:
- $f(x,y,z)_{def} = (x+y) \equiv x \cdot z$
- $f = (x+y) \cdot x \cdot z + \overline{(x+y)} \cdot \overline{(x \cdot z)}$
- $f = x \cdot x \cdot z + y \cdot x \cdot z + \overline{x} \cdot \overline{y} (\overline{x} + \overline{z})$
- $f = x \cdot x \cdot z + y \cdot x \cdot z + \overline{x} \cdot \overline{y} \cdot \overline{x} + \overline{x} \cdot \overline{y} \cdot \overline{z}$
- $f = xz + \overline{x} \cdot \overline{y}$

normální formy

- primitivní term $x^{\sim}=x$, $x^{\sim}=\overline{x}$
- elementární součin (součet): součin (součet) konečného počtu navzájem různých primitivních termů včetně jedničky (nuly)

Elementární součin součet, př.

- 1
- x
- $x\cdot y$
- $\bar{a}\cdot x$
- $\bar{x}\bar{y}$
- $x\cdot y\cdot x$
- $\overline{(x\cdot y)}$
- $x\cdot\bar{x}$

- 0
- x
- $X+y$
- $\bar{a}+x$
- $\bar{x}+\bar{y}$
- $x+y+x$
- $\overline{(x+y)}$
- $x+\bar{x}$

normální formy

- hodnost h elementárního součinu (součtu) odpovídá počtu písmen v něm obsažených
- Př. h(x+z+y)=?

h(x+z+y)=3

normální součtová (součinová) forma

- normální součtovou ndf (součinovou nkf) formou nazýváme součet (součin) konečného počtu navzájem různých elementárních součinů (součtů)
- ndf (nkf) se nazývá ndf (nkf) Boleovy funkce f je li rovna této funkci
- každou funkci lze převést na ndf (nkf)

normální součtová (součinová) forma

- Př:
- $f(x,y,z)_{def} = (x+y) \equiv x \cdot z$
- $f = (x+y) \cdot x \cdot z + \overline{(x+y)} \cdot \overline{(x \cdot z)}$
- $f = x \cdot x \cdot z + y \cdot x \cdot z + \overline{x} \cdot \overline{y} (\overline{x} + \overline{z})$
- $f = x \cdot x \cdot z + y \cdot x \cdot z + \overline{x} \cdot \overline{y} \cdot \overline{x} + \overline{x} \cdot \overline{y} \cdot \overline{z}$
- $f = xz + \overline{x} \cdot \overline{y}$

- $f=xyz+x\bar{y}z+\bar{x}\bar{y}\bar{z}+\bar{x}\bar{y}z$
- $f=xz+\bar{x}\bar{y}$

- buď dána třída boleovských proměných $\{x_1,\ldots.x_n\}$. Elementární součet se nazývá maxterm nebo konstituent nuly na dané třídě, obsahuje-li primitivní termy všech proměnných $x_1,\ldots.x_n$ tj. $M_i=x_{i1}+\ldots.+x_{in}$, existuje jeden a jen jeden vektor hodnot argumentů na kterém M_i nabývá hodnot nula
- Elementární součin se nazývá minterm nebo konstituent jednotky na dané třídě, obsahuje-li primitivní termy všech proměnných $x_1,\ldots.x_n$ tj. $m_i=x_{i1}\cdot\ldots.\cdot x_{in}$, existuje jeden a jen jeden vektor hodnot argumentů na kterém m_i nabývá hodnot jedna.

- Ndf (nkf) se nazývá úplnou na třídě argumentů $\{x_1,\ldots x_n\}$, je-li každý její elementární součin(součet) minterm (maxterm) na dané třídě proměnných úndf (únkf).
- úndf (únkf) se nazývá úndf (únkf) Boleovy funkce $f(x_1,\ldots x_n)$ úndf(f) (únkf(f)), je-li rovna této funkci

Vyjádření Booleovských proměnných

- Stav Boleovských proměnných vyjadřujeme stavovým indexem s
- Stavový index je číslo, které dostaneme, považujeme-li vektor hodnot $<a_1..a_n>$ proměnných $x_1..x_n$, za binární číslo o n řádech
- Naopak cifru na místě i tého řádu stavového indexu lze chápat jako hodnotu i té složky vektoru $<a_1..a_n>$

Věta 1.2

- Ke každé Booleově fci f existuje jedna a jen jedna úndf (unkf)
- Důkaz:
- Buď $f(x_1..x_n) \epsilon B_n$ nechť f_k je hodnota funkce na f na k tém vektoru hodnot argumentů $x_1..x_{n,}$ m_k minterm a M_k maxterm korespondující s uvažovaným vektorem hodnot argumentů

- Úplné normální formy funkce f
- Úndf (f)= $f_0 m_0 + f_1 m_1 + .. f_{2^n-1} m_{2^n-1}$
- Únkf (f)= $(f_0 + M_0)(f_1 + M_1) .. (f_{2^n-1} + M_{2^n-1})$
- Úndf *(f)= $g_0 m_0 + g_1 m_1 + .. g_{2^n-1} m_{2^n-1}$
- Únkf *(f)= $(g_0 + M_0)(g_1 + M_1) .. (g_{2^n-1} + M_{2^n-1})$

- úndf(f), (únkf(f)) je tedy ekvivalentní součtu (součinu) těch mintermů m_k (maxtermů) M_k

Pro které jsou hodnoty f_k fce f rovny jedné (nule). Na k tém vektoru argumentů buď $m_k=1$, $m_l=0$, $k\neq l$; $M_k=0$, $M_l=1$, $k\neq l$,

hodnoty úndf(f), (únkf(f)) na k tém vektoru jsou rovny hodnotám f_k funkce $f(x_1,\dots x_n)$.

Index k je zvolen libovolně

Algoritmus přechodu od tab. K undf (uknf) Booleovy funkce

1. vybereme v matici hodnot funkce všechny vektory hodnot argumentů na kterých funkce nabývá hodnoty 1 (0)
2. Zapíšeme mintermy (maxtermy) odpovídající těmto vektorům, má-li argument $x^{\sim}$ v daném vektoru hodnotu 1 (0) napíšeme jeho aserci (negaci), má-li $x^{\sim}$ v daném vektoru hodnotu 0,napíšeme jeho negaci (aserci).
3. Všechny takto získané mintermy (maxtermy) uvedeme do relace operátorem součtu (součinu)

příklad

- Př:
- $f(x,y,z)_{def} = (x+y) \equiv x \cdot z$

x	y	z	x+y	xz		
1	1	1	1	1	xyz	
0	1	1	1	0		
1	0	1	1	1	$x\bar{y}z$	
0	0	1	0	0	$\bar{x}\bar{y}z$	
1	1	0	1	0		
0	1	0	1	0		
1	0	0	1	0		
0	0	0	0	0	$\bar{x}\bar{z}\bar{z}$	

Příklad

- $f = \overline{x} \cdot \overline{y} \cdot \overline{z} + \overline{x} \cdot \overline{y} \cdot z + x \cdot \overline{y} \cdot z + x \cdot y \cdot z$

Mapy

- Každou Booleovu funkci $f(x_1,\dots x_n)$ lze zobrazi jedním a jen jedním způsobem jako podtřídu třídy vrcholů n rozměrné jednotkové krychle
- Zvolme v n-rozměrném prostoru souřadnicový systém $<x_1,\dots x_n>$. Protože n rozměrná krychle obsahuje 2^n vrcholů v_i, lze psát pro i tý minterm (maxterm)

$m_i(x_1\dots.x_n) \leftrightarrow v_i(x_1\dots.x_n)$

$M_i(x_1\dots.x_n) \leftrightarrow v_i(x_1\dots.x_n)$

Kde i je stavový index i tého vrcholu krychle

Protože ke každé funkci f existuje jediná undf(f) (unkf(f)),

Je uvedené zobrazení jediné

- Svobodova mapa Booleovy funkce $f(x_1,\ldots x_n)$, čtvercová nebo obdélníková matice rozdělená pro n proměnných na 2^n polí. Každému poli mapy koresponduje jeden a jen jeden vrchol v_i n rozměrné jednotkové krychle. Vrcholu v_0 je přiřazeno levé horní pole, v_{2^n-1}, pravé dolní pole.

- Počet řádků a sloupců závisí na způsobu rozkladu třídy argumenů $\{x_1, \ldots x_n\}$ na dvě podtřídy.

?

- Je-li $\{x_1,\ldots x_n\} = \{x_1,\ldots x_k\} \cap \{x_{k+1},\ldots x_n\}$
- Jaký je počet sloupců a řádků?
- počet sloupců 2^k
- počet řádků 2^{n-k}

příklad

- Úndf(f)=$\overline{x_1}\cdot x_2\cdot \overline{x_3}\cdot \overline{x_4}\cdot x_5+x_1\cdot \overline{x_2}\cdot \overline{x_3}\cdot x_4\cdot x_5+$
$x_1\cdot x_2\cdot \overline{x_3}\cdot \overline{x_4}\cdot \overline{x_5}+ x_1\cdot x_2\cdot x_3\cdot x_4\cdot x_5$

	0	1	2	3	4	5	6	7
0								
1		•						
2				•				
3	•							•

x_1	x_2
0	0
0	1
1	0
1	1

x_5	0	1	0	1	0	1	0	1
x_4	0	0	1	1	0	0	1	1
x_3	0	0	0	0	1	1	1	1

- Nechť o je oblast v m rozměrném vektorovém prostoru definovaná nerovností $g(x_1,\ldots x_m)\geq 0$
- g je všude definovaná spojitá fce
- Zaveďme booleovskou funkci (o) predikantem $(g(x_1,\ldots x_m)\geq 0)$
- Je-li dána Booleova fce
- $f(x_1,\ldots x_n) = f_0\, m_0 + f_1\, m_1 + \, ..\, f_{2\text{^}n-1}\, m_{2\text{^}n-1}$
- $f(x_1,\ldots x_n)= (f_0 + M_0)\,(f_1 + M_1)\, ..\, (f_{2\text{^}m-1} + M_{2\text{^}n-1})$
- Kde $m\geq n$

- Pak je-li $m_i\ (x_1,\ldots x_n) \in o \rightarrow (o)=1$
- je-li $m_i\ (x_1,\ldots x_n) \notin o \rightarrow (o)=0$
- Analogicky pro M_i
- Uvažujme oblasti $o_1, \ldots.\ o_{n,}$ určené nerovnostmi

$g_1(x_1,\ldots x_m) \geq 0, \ldots\ldots, g_n(x_1,\ldots x_m) \geq 0$

$m_i \in \cap\ o_i \rightleftarrows (\forall_i)\ (m_i \in o_i\ ) \rightarrow \&_i\ (o_i)=1$

$M_i \in \cup\ o_i \rightleftarrows (\exists_i)\ (M_i \in o_i\ ) \rightarrow \vee_i\ (o_i)=1$

Euler-Vennův diagram

Karnaugh Veithovy mapy

x

0	1

y

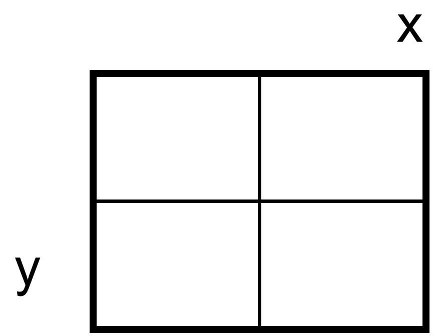
z

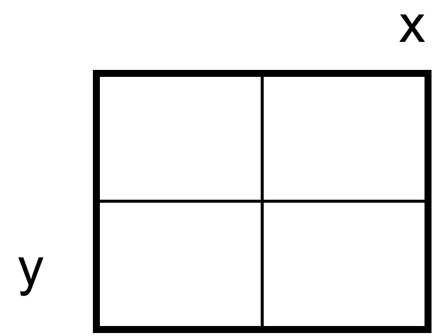
Karnaugh Veithovy mapy

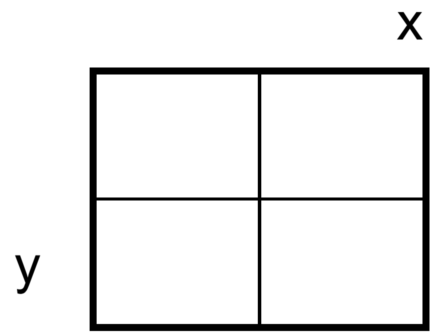
		x
	00	10
y	01	11

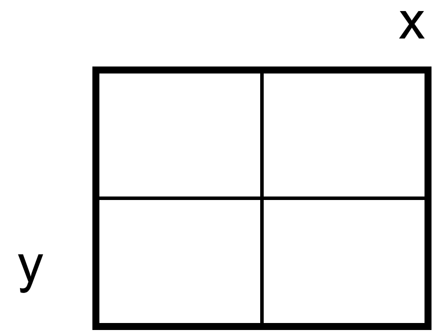
x

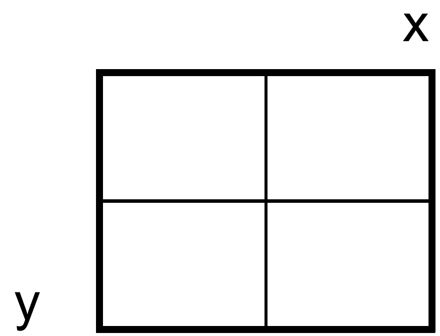
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
x	y	0	NOR		$\bar{x}$		$\bar{y}$	XOR	NAND	AND	NXOR	y		x		OR	1
0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1
0	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1

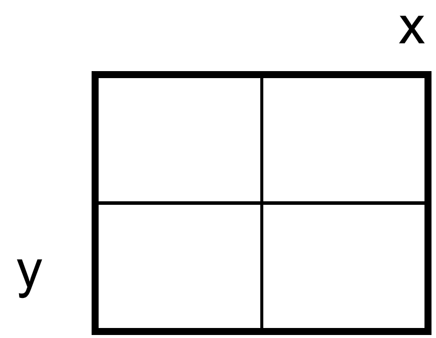

x
y


x
y

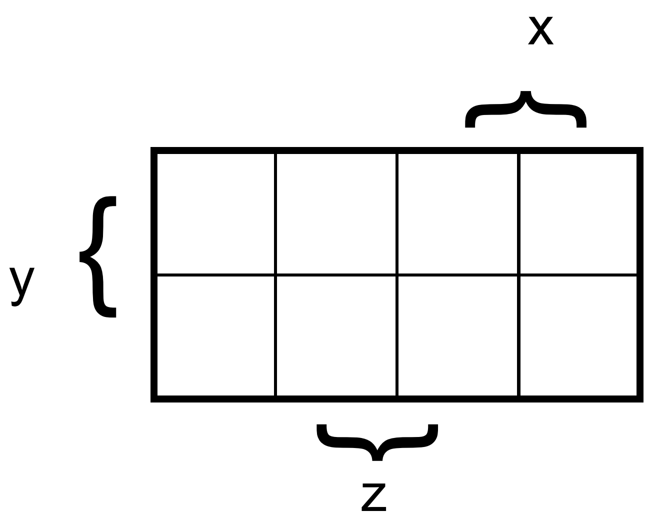

x
y


x
y


x
y

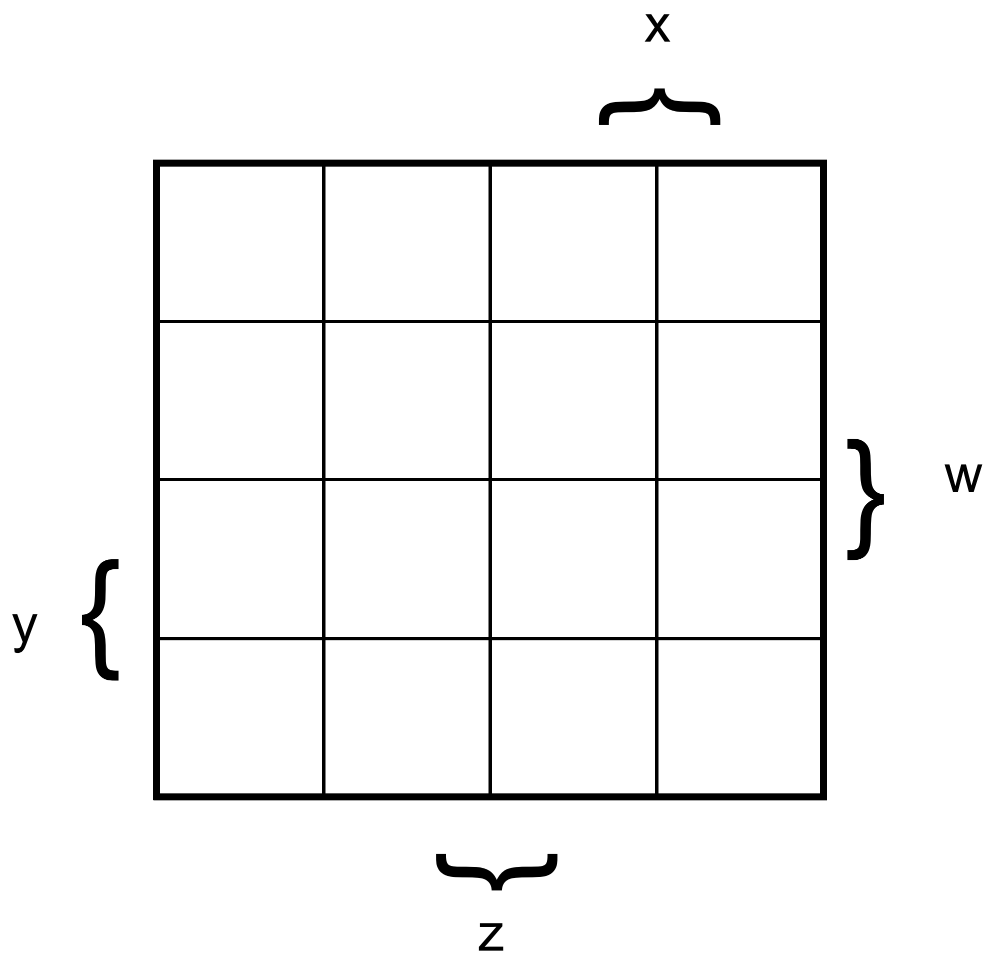

x
y

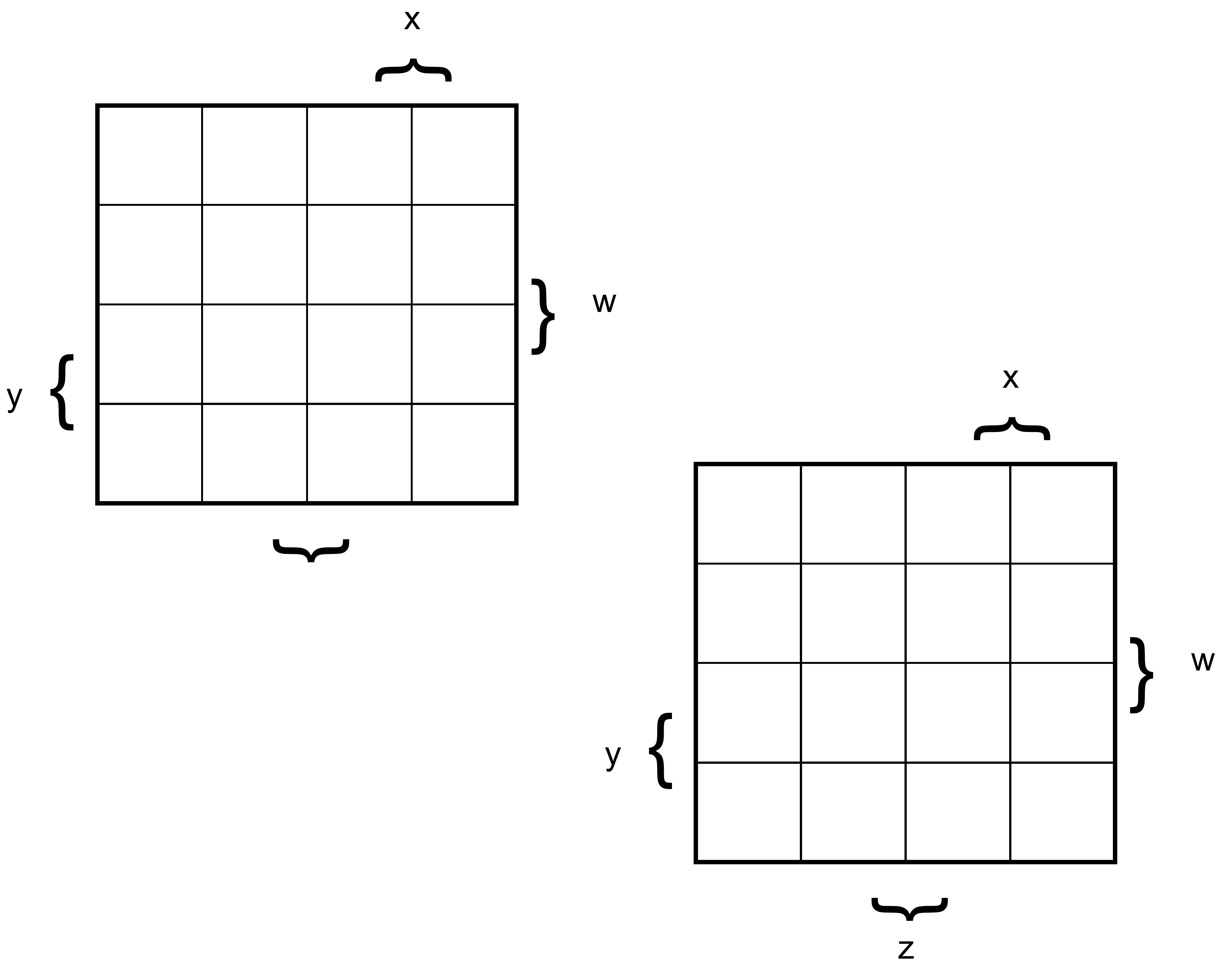
Karnaugh Veithovy mapy



z

Karnaugh Veithovy mapy




x
w
y
x
w
y
z

Úplné soustavy Booleových funkcí

- Existuje triviální úplná soustava v uzavřené třídě B_n, kterou tvoří ? funkcí této třídy
- $$2^{2^n}$$

- Věta:
- Funkce logického součtu, součinu a negace tvoří úplnou soustavu v B_n
- Soustavy funkcí $\{\cdot, \overline{\ }\}$ $\{+, \overline{\ }\}$ tvoří base třídy B_n

důkaz?

důkaz

- $x+\overline{x}=1$,
- $x\cdot\overline{x}=0$
- $\overline{(x+y)}=\overline{x}\cdot\overline{y}$,
- $\overline{(x\cdot y)}=\overline{x}+\overline{y}$,
- Věta: Ke každé Booleově fci f existuje jedna a jen jedna úndf (unkf)

- Ukažte, že soustavy
- $\{\cdot\}$
- $\{+\}$
- $\{\overline{}\}$
- $\{+,\cdot\}$
- Nejsou samy o sobě úplné

Minimalisace Booleovy funkce

- Minimalisací B.fce rozumíme proceduru ustanovení jejího nejjednosuššího vyjádření ve tvaru komposice funkcí libovolně zvolené úplné soustavy S funkcí.
- Za nejjednosušší vyjádření pokládáme obvykle výraz tvořený minimálním možným počtem komposicí.
- Vyjádření minimalisované B. fce ve tvaru ndf s nejmenším počtem písmen.