

```
> sum((-1)^n/4^n,n=1..5000);
```

```
-39901262337615167697674843253671701676469936637723849097040178997058877660443\  
89326383992336807238919579866225884641824854311298269882756223518757186419\  
26479157114600935875890535304931025321197910411001738363866230850172169212\  
36209371018149732179249776180979789676018507883266515701243136618947805113\  
82477613045019328774888209351974325397090644573707632338863155125928152567\  
37615214644570701832829523679127629179389277988216819210725356421292428546\  
66788073051131299061206285360469938800671868633302918595546559331551212345\  
16406281598839635921475649136752456007460577097450380166892916290930111585\  
92028296678432314691762785141907595382385556016539154713488882461240375156\  
72651005456647578541420747605732786062856266482803248391343381148122839308\  
68464927760249771229461041486398451922359250026198572048341668161521186464\  
03225369845769925116826256881230734779029742285126302221794910284066276404\  
05863281915192929512020811691683132144089925734033030123841262008372844551\  
81734180114921283571390382291211013650250081201503968452379611847423610888\  
95761458127904850966784439654148089463247535216932260675574120796068263942\  
66987309245401126339874911016483561945621966582628807143755049537019714553\  
87585286644319879975377332161673767567605528656555034454731514548956822458\  
87794676217232148465065839496262403952083565639313949517963290625168682719\  
19725568260256370812566953298177381042095161765231647923971540244814088661\  
16615173807863920920680994631316641734421182660180750564683107949078879543\  
05149105810204246218946432215069496514815505479726965969966815138759112932\  
77243749138998558033144207402728866271634428623582796445967691694668880541\  
92836570201014585549672910115726900220170597562477894785739908166869231761\  
40879182379716302915583542872393974562629189675664041629499643437160227781\  
42456501811653634872441154951842835307431375451229809165809984922057260163\  
07116661626020397535171246868707791081835124680168977505232528713729766703\  
89274407545864801889124938465087008013560545476755107528134537972724820749\  
82821933437114101518196200493579760356543851906762564843908056605518816897\  
91002935333677939599377248327262675278780674691160281527348375542211076845\  
14789982203729364393931633029702609884447398954295261383109364353657524007\  
25554515447562730663222393622561585338963774402597287321537103279721069204\  
59574311503589477049273889384617578853189643401610224064473099257633807147\  
82427366767871835128374677010219405432278308791819831963093088346726233138\  
72062244499875939998453563464716046223725289150598271516350016399678472569\  
23049976217792046448872434754323617271403093696811724465958570775124697311\  
28810739252440379271420576247231350250866766065400581953373011371143150110\  
33455037798388259422675380299832362630343088015457301146379114901840660370\  
60969422763663081464810663807692416807284352740782310127957800148570734439\  
25618069559490666409367375917371604759044372582401614856391026358963152488\  
96597036923019409776054549443149376263189500819464230160996380911606833653\  
89957428263212642137278302336354860958519341875/  
19950631168807583848837421626835850838234968318861924548520089498529438830
```

(1)

22194663191996168403619459789933112942320912427155649134941378111759378593\  
20963239578557300467937945267652465512660598955205500869181933115425086084\  
60618104685509074866089624888090489894838009253941633257850621568309473902\  
55691238806522509664387444104675987162698545322286853816169431577562964076\  
28368807607322285350916414761839563814589694638994108409605362678210646214\  
27333394036525565649530603142680234969400335934316651459297773279665775606\  
17258203140799419817960737824568376228003730288548725190083446458145465055\  
79296014148339216157345881392570953797691192778008269577356744441230620187\  
57836325502728323789270710373802866393031428133241401624195671690574061419\  
65434232463880124885614730520743199225961179625013099286024170834080760593\  
23201612684922884962558413128440615367389514871142563151110897455142033138\  
20202931640957596464756010405845841566072044962867016515061920631004186422\  
27590867090057460641785695191145605506825125040600751984226189805923711805\  
44447880729063952425483392219827074044731623767608466130337787060398034131\  
97133493654622700563169937455508241780972810983291314403571877524768509857\  
27693792643322159939987688666080836883783802764328277517227365757274478411\  
22943897338108616074232532919748131201976041782819656974758981645312584341\  
35959862784130128185406283476649088690521047580882615823961985770122407044\  
33058307586903931960460340497315658320867210591330090375282341553974539439\  
77152574552905102123109473216107534748257407752739863482984983407569379556\  
46638621874569499279016572103701364433135817214311791398222983845847334440\  
27096418285100507292774836455057863450110085298781238947392869954083434615\  
88070439591189858151457791771436196987281314594837832020814749821718580113\  
89071228250905826817436220577475921417653715687725614904582904992461028630\  
08153558330813010198767585623434353895540917562340084488752616264356864883\  
35194637203772932400944562469232543504006780272738377553764067268986362410\  
37491410966718557050759098100246789880178271925953381282421954028302759408\  
44895501467666838969799688624163631337639390337345580140763674187771105538\  
42257394991101864682196965816514851304942223699477147630691554682176828762\  
00362777257723781365331611196811280792669481887201298643660768551639860534\  
60229787155751794738524636944692308789426594821700805112032236549628816903\  
57391213683383935917564187338505109702716139154395909915981546544173363116\  
56936031122249937969999226781732358023111862644575299135758175008199839236\  
28461524988108896023224436217377161808635701546848405862232979285387562348\  
65564405369626220189635710288123615675125433383032700290976686505685571575\  
05516727518899194129711337690149916181315171544007728650573189557450920330\  
18530484711381831540732405331903846208403642176370391155063978900074285367\  
21962809034779745333204683687958685802379522186291200807428195513179481576\  
24448298518461509704888027274721574688131594750409732115080498190455803416\  
826949787141316063210686391511681774304792596709376

> evalf (1) ;

—0.2000000000

(2)

Po dostatečně dlouhé době bude hodnota aproximována. Můžeme však spočítat rovnou celou sumu.

```
> sum((-1)^n/4^n, n=1..infinity);
```

$$-\frac{1}{5}$$

(3)

Příklad 2

Rozhodněte, zda řada konverguje nebo diverguje:  $\sum_{n=1}^{\infty} -2 + (-1)^n$

```
> sum(-2+(-1)^n, n=1..infinity);
```

$$-\infty$$

(4)

Tedy řada diverguje.

Příklad 3

Rozhodněte, zda řada konverguje nebo diverguje:  $\sum_{n=1}^{\infty} (-2 + (-1)^n)^n$

```
> sum((2+(-1)^n)^n, n=1..infinity);
```

$$\sum_{n=1}^{\infty} (2 + (-1)^n)^n$$

(5)

```
> evalf(%);
```

$$\text{Float}(\infty)$$

(6)

Zkusíme i ástěné součty

```
> sum((2+(-1)^n)^n, n=1..5000);
```

```
45438723335105497571634713360419703756938104376229734217201084956668995747960\
59189960788740193501249701722916768172460409604876842165761181663059203872\
17156855613836645173559721285320151515724797758304077922283761996222332913\
02038692689923537031656112316591800892045761218585674920764821356005655738\
72715444022660544497758281744463106904518782999657495296197617720863225282\
71835853196636169632602699080089499490113472905662423025976918679093938537\
52236619076065052781666219191294276763726360942692366379311706932820072220\
64392783904742403398779854142747193596554405116338570717049392670926377471\
13523918043013842417119522957086472322665487520454270667860802232277606518\
26553166040751638293731099871354346830452783538872485880136277162465737198\
89914885179907492408804961961803304703654856274648980943941288172446783761\
09059476970804550947113542559897217017332903952439183750780052568220148841\
98419680287129358706087404428663902887209391443934858245048326227808967535\
70607836286158263588071997135633666271624989469208971493720309725965388094\
15061616157015019855747797058591547374362886006240698392068787375941845571\
17995242910121428971000534022102870028507077551063987495252652231668728462\
31454939306055644462279170582709095871465506864572173090030226760467976952\
17242033560882100227060588787566985095423076538022760109978962192494677391\
65167021187099963390970076931559334658182111443267419039423364308065863027\
22031227943253337161158234059722271108339919505439285810794897582663439916\
4404609864391923915349066846200260457057491811282376051967716599092431400\
86383454508754099322871596292002999035875469188356296970407781723275773481\
```

(7)

```
54432077237615378833284192600538973924588936114844309195137929942174410117\
57812598533133714198007519381076939184972870875903409137155112207576432208\
29565060818121661512663606198051376481098428779929409980112320717092004218\
40005714745728550047135277566029535403762519021175991749598974027428072456\
16702418685569293872162204701986652448884393854554331424865749999174538522\
91927382876512694642540665265160031010318442653752618090481225136910912649\
12975525259795411309393103335349740911308387973096535616700858750480854158\
09159339154618738840107416426041353318501531255538064366171249532183617620\
43712974408242032141499503999995206167018800105433091476717655662724122795\
12359649315505184398269342261852947962165296901756402300279699212800555258\
529123060615000
```

```
> evalf((7));
```

4.543872334 10<sup>2385</sup>

(8)

Skuten vidíme, že ada diverguje.

Příklad 4

Rozhodněte zda řada konverguje nebo diverguje:  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n^2 - \ln 2}{\ln n + 1}$

```
> sum((ln(n^2)-ln(2))/(ln(n)+1),n=1..infinity);
```

∞

(9)

I zde ada diverguje.

Příklad 5

Určete součet řady:  $\sum_{n=-1}^{\infty} \left(\frac{4}{5}\right)^n$

```
> sum((4/5)^n,n=-1..infinity);
```

$\frac{25}{4}$

(10)

Příklad 6

Určete součet řady:  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{5}{4}\right)^n$

```
> sum((5/4)^n,n=1..infinity);
```

∞

(11)

Zde opt ada diverguje.

Příklad 7

Určete součet řady:  $9 - 12 + 16 - \frac{64}{3} + \frac{256}{9} - \dots$

Příklad nemáme zadaný ve tvaru sumy, musíme jej tedy nejprve pepsat!

```
> sum(9*(-4/3)^n,n=0..infinity);
```

$\sum_{n=0}^{\infty} 9 \left(-\frac{4}{3}\right)^n$

(12)

```
> evalf((12));
```

3.857142857

(13)

Vidíme, že tentokrát nám software nefunguje

> 9\*sum((-4/3)^n,n=0..5000);

11400360667890047913621383786763343336134267610778242599154336856302536474412\ (14)  
54093252569239087782548451390350252754807101231799505680787492433930624691\  
21851187747028838821683010087123150091770831546000496675390351671477762632\  
10345534576614209194071364623137082764576716538076147343212324748270801461\  
09279318012862665364253774100564092970597327021059323525389472893122329304\  
96461489898448771952237006765465036908396936568061948345921530406083551013\  
33368020871751799731773224388705696800191962466657976741584731237586060670\  
04687509028239895977564471181929273144988736313557251476255118940265746167\  
40579513336694947054789367183419480099094960956181333618467459637976083608\  
35089991433983159010183794392036437614134471848493690492651146201089638835\  
01832069906439582682004604584832783275666686230969181941324775787159011646\  
78931374396997970367169262816843563094462855861859717456174666401847847370\  
97340693334814008996629032127366179742290082651835912514728644178813919212\  
43657371746941174262977094491785345551825050490399089120755729133358932678\  
16804441843135708920745233955986597841544658086762657970628488339553509212\  
70984667112643343209752177245556089848381097020714287290541116152365098083\  
73790704320118710446019082574858072076046548383336644937360606856453310289\  
38894496224758437115818136145847096958944272373761430807456129265989844758\  
92627833692868682566530080589467781217697733802444245618263092185491531485\  
99271941049139937074029710724519462994397279161785337156973291755819495996\  
26383646962296481016939674733785265068873110948249116405668396197322751203\  
41743697272408923183802261504304845832976041000362165869132535011302069345\  
30885466113489642359324677762135081991140611499763153080800757987314018355\  
78765718420810070120162000510039085301796115191686477037203335116472456892\  
62703802955234191016972964985420326832576319102501645391820217676433834890\  
59437696547361638542496945504467070687013296911324556262671689181821874457\  
52232231594441752119262077453925493781787274745725608234734413348144104283\  
61242200693234102276220174078661920875670793212727270396634324638632465147\  
94362950639557917786396648605500438287689199976232138909020239183588100834\  
80104234243962750501755670101111254779729545893265054822448882006949401478\  
44222751320140605247843475350197845118590502254219732866798258285243705330\  
43158940212804427268552241706466644553329815499017853735571125912443634412\  
85298329682597177850476863009861098529245542748771956813686100690065202267\  
60733210025106653802252145447222428447050938130094762199062886982588288834\  
07310323719054855136783645284947935107036573654058158290161382883046084521\  
08949908522846769915643942719724116044012552785426696764074294738433665867\  
12135868042133425786483895739481594266012409831239727715385779628998631080\  
51247381610022469022660207977594332100877112066409741982241819486773854983\  
22795849895639854069325238209444094202764833401460324815922769434068011956\  
39031741333871325370517022664625350307444358521821931767653160966344033297\  
417745702238626703134780978315398090023602162501/

```
44877751442079503774454037886834275315494424075288626387359096253500242714\
03515249343988879203458024396763374585849343614424569720657541907815367114\
93547809240112431254492404662997847063225407207662522546096082727897503538\
67952630807594986209413981345497868445325477295030701901156310934672598178\
50738484389158183253824946451105642574720512378271266662020935918736655037\
31626504546367048068772940937363051357521099726326580170889853746843549568\
92594801599087471657068312315250661014087630973770560361856110327834884021\
94631499045831844349035831954708886117132399412460581304411900634736717409\
84803480412881988980165056318969961947973002950637485699425047705908422327\
42544743867694569519302450469008745033906620033124812331733467928061694555\
25817199886597439498675362925394373634275214672863850845376732136466614107\
41836108125403263754021840535861626881004773238471544872840276595129106319\
84393500918802103070326999905608556941123169769327343069871652667879317498\
80069736134603613099840071108282107324712716038981934786660464503433052235\
15471665793735323476400738564996139799875913961487645134214388925803399353\
65054810116454440917502222749651459624719513163013396530859508792327574052\
80228597470919561130333115230205144786045891858631676220335832322726388125\
38486164971418155160718084532135868627254738841025207664306152061424686101\
12755720514752691321867624767339811688551290974264955475594492211662287272\
12564969114018027987319662453392318292452681401980680776109427059340902162\
88043502319648315297929373498119703960945241967221019630668610090468239438\
42060625634082720098096663304979756048430494290556401280958427438739037800\
96942648965172953460576083153185717505110705122088735120192728819695974726\
04205247010896922186862229648771434014009849749013237934950276654032174254\
03288459319326539912605099857973384075536887337066596948128505995769967411\
57372845150366151654367541014880029170769148166934494806666270591632027725\
88263409796232661030984851560199492990072972240844004277950484691357209420\
76337706057161987846560533990385343240504018214966669252435043185320405839\
65346148666923254727219153682306518262628452728862317566041186033333808251\
02033737618918141964286525843383744546487408919758556112954243209414502338\
39055518987069868673719999510123452055473598814918946263186881635222443578\
06925787307965931046319278362727755997987323750026426076345955258481778326\
18126333141788889
```

```
> evalf ((14)) ;
```

2.540314588 10<sup>625</sup>

(15)

Využijmee-li však ástených sout, vidíme již správný výsledek! A tedy že ada diverguje.

Příklad 8

Určete součet řady:  $\sum_{n=3}^{\infty} \ln^n 2$

```
> sum ( (ln (2)) ^n,n=3..infinity) ;
```

$-\frac{\ln(2)^3}{\ln(2) - 1}$

(16)

```
> evalf((16));
```

$$1.085291159$$

(17)

Příklad 9

Vyřešte rovnici:  $\ln x + \frac{1}{2} \ln x + \frac{1}{4} \ln x + \dots = 2$

Příklad nemáme zadaný ve tvaru sumy, musíme jej tedy nejprve pepsat! Dostaneme:

```
> sum(ln(x) * (1/2)^n, n=0..infinity)=2;
```

$$2 \ln(x) = 2$$

(18)

```
> solve((18), x);
```

$$e$$

(19)

Příklad 10

Vyřešte rovnici:  $3 - x + \frac{x^2}{3} - \frac{x^3}{9} + \dots = 2$

Příklad nemáme zadaný ve tvaru sumy, musíme jej tedy nejprve pepsat!

```
> sum(3*(-x/3)^n, n=0..infinity)=3*x;
```

$$\sum_{n=0}^{\infty} 3 \left( -\frac{x}{3} \right)^n = 3x$$

(20)

```
> solve((20), x);
```

Warning, solutions may have been lost

$$\text{RootOf} \left( - \left( \sum_{n=0}^{\infty} 3 \left( -\frac{Z}{3} \right)^n \right) + 3_Z \right)$$

(21)

Nyní spoteme sumu run:

```
> 3/(1+x/3)=3*x;
```

$$\frac{3}{1 + \frac{x}{3}} = 3x$$

(22)

```
> solve((22), x);
```

Chceme však aby platilo  $|x/3| < 1$ .

```
> evalf(abs(-3/2 - sqrt(21)/6)); evalf(abs(-3 + sqrt(21))/6);
```

$$2.263762616$$

$$0.2637626160$$

(23)

Pípustným ešením je tedy pouze druhé ešení.

Příklad 11

Určete součet řady:  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^{2n+1} + 2^{n-2}}{10^{2n}}$

```
> sum((5^(2*n+1)+2^(n-2))/10^(2*n), n=1..infinity);
```

$$\frac{983}{588}$$

(24)

Příklad 12

Určete součet řady:  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+3)}$

```
> sum(1/(n*(n+3)), n=1..infinity);
```

$$\frac{11}{18}$$

(25)

Příklad 13

Určete součet řady:  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2n+1}{n(n+1)}$

```
> sum((-1)^(n+1)*(2*n+1)/(n*(n+1)),n=1..infinity);
```

1

(26)

Příklad 14

Určete součet řady:  $\sum_{n=1}^{\infty} \ln \frac{(n+1)^2}{n(n+2)}$

```
> sum(ln((n+1)^2/(n*(n+2))),n=1..infinity);
```

ln(2)

(27)