

Při sprchování stoupla v koupelně teplota vzduchu na 39 °C, tlak zůstal atmosférický (101325 Pa). Hmotnostní koncentrace vodní páry ve vzduchu byla $c_m(\text{H}_2\text{O}) = 50,4 \text{ g m}^{-3}$. Kolik procent částic vzduchu v koupelně tvořili molekuly vody? (Předpokládejte, že vzduch i voda se chovají jako ideální plyny.) $M(\text{H}_2\text{O}) = 18,0 \text{ g mol}^{-1}$

Konstanta: $R = 8,314 \text{ m}^3 \text{ Pa K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$

Co bylo potřeba vypočítat:

Pro výpočet toho, jakou část vzduchu tvoří voda, potřebujeme znát počet částic vody a počet všech částic vzduchu. Cílem je tedy zjistit podíl částic vody ve vzduchu:

$$\frac{n_{\text{voda}}}{n_{\text{vzduch}}} \times 100 \% \quad (1)$$

Známe podmínky a pracujeme s přiblížením ideálního plynu. K dispozici máme teplotu a tlak vzduchu v místnosti, k tomu ovšem plynovou konstantu. Máme také hmotnostní koncentraci vody. Ze stavové rovnice ideálního plynu

$$pV = nRT \quad (2)$$

nám chybí objem a látkové množství. Z převodu mezi látkovou a hmotnostní koncentrací taky:

$$c_n(\text{voda}) = \frac{n_{\text{voda}}}{V_{\text{vzduch}}} = \frac{c_m(\text{voda})}{M_{\text{voda}}} \quad (3)$$

Látková množství chceme zjistit, ale jaký je tedy objem místnosti? Na tom vlastně vůbec nezáleží. Voda bude zabírat stejnou relativní část vzduchu v jakémkoliv objemu: Pokud by to bylo 20 %, bylo by to 20 % celé místnosti, 20 % v 1 m^3 , nebo 20 % z $22,4 \text{ dm}^3$ (což je objem vzduchu, kterým je mnoho studentů z nějakého důvodu posedlých). Takže za objem si můžete dosadit cokoliv, za předpokladu, že stejný objem dosadíte při výpočtu vzduchu i vody, tedy do obou rovnic. Lze to ovšem vyjádřit i elegantněji:

$$\frac{n_{\text{voda}}}{n_{\text{vzduch}}} = \frac{n_{\text{voda}}}{n_{\text{vzduch}}} \cdot \frac{V_{\text{vzduch}}}{V_{\text{vzduch}}} \quad (4)$$

(poměr $\frac{V_{\text{vzduch}}}{V_{\text{vzduch}}} = 1$, takže matematicky jen dělíme poměr částic jedničkou)

$$\frac{n_{\text{voda}}}{n_{\text{vzduch}}} \cdot \frac{V_{\text{vzduch}}}{V_{\text{vzduch}}} = \frac{\frac{n_{\text{voda}}}{V_{\text{vzduch}}}}{\frac{n_{\text{vzduch}}}{V_{\text{vzduch}}}} = \frac{c_n(\text{voda})}{c_n(\text{vzduch})} \quad (5)$$

Poměr koncentrací vody a vzduchu je tedy stejný jako poměr jejich látkových množství v místnosti. Pak už jde jen o vyjádření látkové koncentrace z hmotnostní u vody, a ze stavové rovnice u vzduchu:

$$c_n(\text{voda}) = \frac{c_m(\text{voda})}{M_{\text{voda}}} = \frac{50,4 \text{ g m}^{-3}}{18,0 \text{ g mol}^{-1}} = 2,8 \text{ mol m}^{-3} \quad (6)$$

$$c_n(\text{vzduch}) = \frac{n_{\text{vzduch}}}{V_{\text{vzduch}}} = \frac{p_{\text{vzduch}}}{RT_{\text{vzduch}}} = \frac{101325 \text{ Pa}}{8,314 \text{ m}^3 \text{ Pa K}^{-1} \text{ mol}^{-1} \times 312,15 \text{ K}} = 39,0 \text{ mol m}^{-3} \quad (7)$$

Pokud byste neřešili koncentrace, ale počítali látkové množství pro objem $V = 1 \text{ m}^3$, vyšlo by vám 2,8 mol vody a 39 mol vzduchu.

$$\frac{n_{\text{voda}}}{n_{\text{vzduch}}} = \frac{c_n(\text{voda})}{c_n(\text{vzduch})} = \frac{2,8 \text{ mol m}^{-3}}{39,0 \text{ mol m}^{-3}} = 0,072 \times 100 \% = 7,2 \% \quad (8)$$

A co jiné způsoby řešení? Protože jde o ideální plyny, kde jakýkoliv plyn zabírá za daných podmínek stejný objem, bude poměr částic stejný jako poměr objemu.

$$\frac{n_{\text{voda}}}{n_{\text{vzduch}}} = \frac{V_{\text{voda}}}{V_{\text{vzduch}}}$$

Řešení se ale bude pořád točit kolem stejné podstaty. Například lze místo látkového množství vzduchu v 1 m³ spočítat objem 1 mol vzduchu. Ten pak můžete dosadit do výpočtu látkového množství vody z její koncentrace.

$$V_{\text{vzduch}} = \frac{n_{\text{vzduch}} RT_{\text{vzduch}}}{p_{\text{vzduch}}} = \frac{1 \text{ mol} \times 8,314 \text{ m}^3 \text{ Pa K}^{-1} \text{ mol}^{-1} \times 312,15 \text{ K}}{101325 \text{ Pa}} = 0,0256 \text{ m}^3 \quad (9)$$

Povšimněte si prosím, že výsledek není 0,0224 m³. Tolik by to bylo, kdyby teplota byla 0 °C (schválně, zkuste dosadit).

Jak ale zjistíte objem vody v tomto objemu vzduchu? Zbytečně komplikovaně. Můžete ale snadno zjistit látkové množství vody, a to z rovnice (3):

$$n_{\text{voda}} = \frac{c_m(\text{voda}) V_{\text{vzduch}}}{M_{\text{voda}}} = \frac{50,4 \text{ g m}^{-3} \times 0,0256 \text{ m}^3}{18,0 \text{ g mol}^{-1}} = 0,072 \text{ mol} \quad (10)$$

To se číselně podobá na správný výsledek. Proč? A co s tím teď?

Vždy, když dostanete částkový výsledek, je užitečné vědět, co jste vlastně vypočítali. V prvním řadě je důležité nezapomenout, jakou veličinu jste získali, proto je vhodné si všude psát jednotky. Pak se nestane, že dostanete hmotnost v mol nebo objem v g m⁻³. Tady jsme vypočítali množství vody v 0,0256 m³ vzduchu, což odpovídá 1 mol vzduchu. Takže jsme vlastně získali látkové množství pro vzduch i vodu ve stejném objemu a můžeme je dát do poměru.

$$\frac{n_{\text{voda}}}{n_{\text{vzduch}}} \times 100 \% = \frac{0,072 \text{ mol}}{1 \text{ mol}} \times 100 \% = 7,2 \% \quad (11)$$

V odevzdaných testech jsem našel spoustu zajímavých výpočtů, které nevedly k správnému řešení, i když při jejich plném pochopení by mohly. Zde je několik z nich:

Hmotnost vody v 1 mol vzduchu:

$$m_{\text{voda}} = c_m(\text{voda}) V_{\text{vzduch}} = 50,4 \text{ g m}^{-3} \times 0,0256 \text{ m}^3 = 1,290 \text{ g} \quad (12)$$

(Poměr této hodnoty a M_{voda} vede ke správnému výsledku, jde o stručnou verzi rovnice 10.)

Objem vzduchu, ve kterém se nachází 1 mol vody:

$$V_{\text{vzduch}} = \frac{m_{\text{voda}}}{c_m(\text{voda})} = \frac{n_{\text{voda}} M_{\text{voda}}}{c_m(\text{voda})} = \frac{1 \text{ mol} \times 18 \text{ g mol}^{-1}}{50,4 \text{ g m}^{-3}} = 0,357 \text{ m}^3 \quad (13)$$

(Poměr objemu 1 mol vzduchu a této hodnoty vede ke správnému výsledku, ale není to intuitivní.)

Hmotnost 1 m³ vodní páry, tedy kdyby vzduch tvořila jen voda, takže $c_n(\text{vzduch}) = c_n(\text{voda})$ (Rov. 7).

$$m_{\text{voda}} = n_{\text{voda}} M_{\text{voda}} = c_n V M_{\text{voda}} = 39,0 \text{ mol m}^{-3} \times 1 \text{ m}^3 \times 18 \text{ g mol}^{-1} = 702 \text{ g} \quad (14)$$

(Poměr hmotnosti vody v 1 m³ vzduchu, tedy 50,4 g, a této hodnoty vede ke správnému výsledku.)

Pak jste ze stavové rovnice spočítali například objem 2,8 mol plynu, látkové množství vody nebo vzduchu v 22,4 litrech vzduchu (číslo 22,4 se objevovalo opravdu často, i když zde nemá žádný speciální význam).