

# 9. Parametrické testy



**Kolmogorovův-Smirnovův (Lilieforsův) test**

**Shapiro-Wilkův test**

**Jednovýběrový a dvouvýběrový t-test**

**Párový t-test**

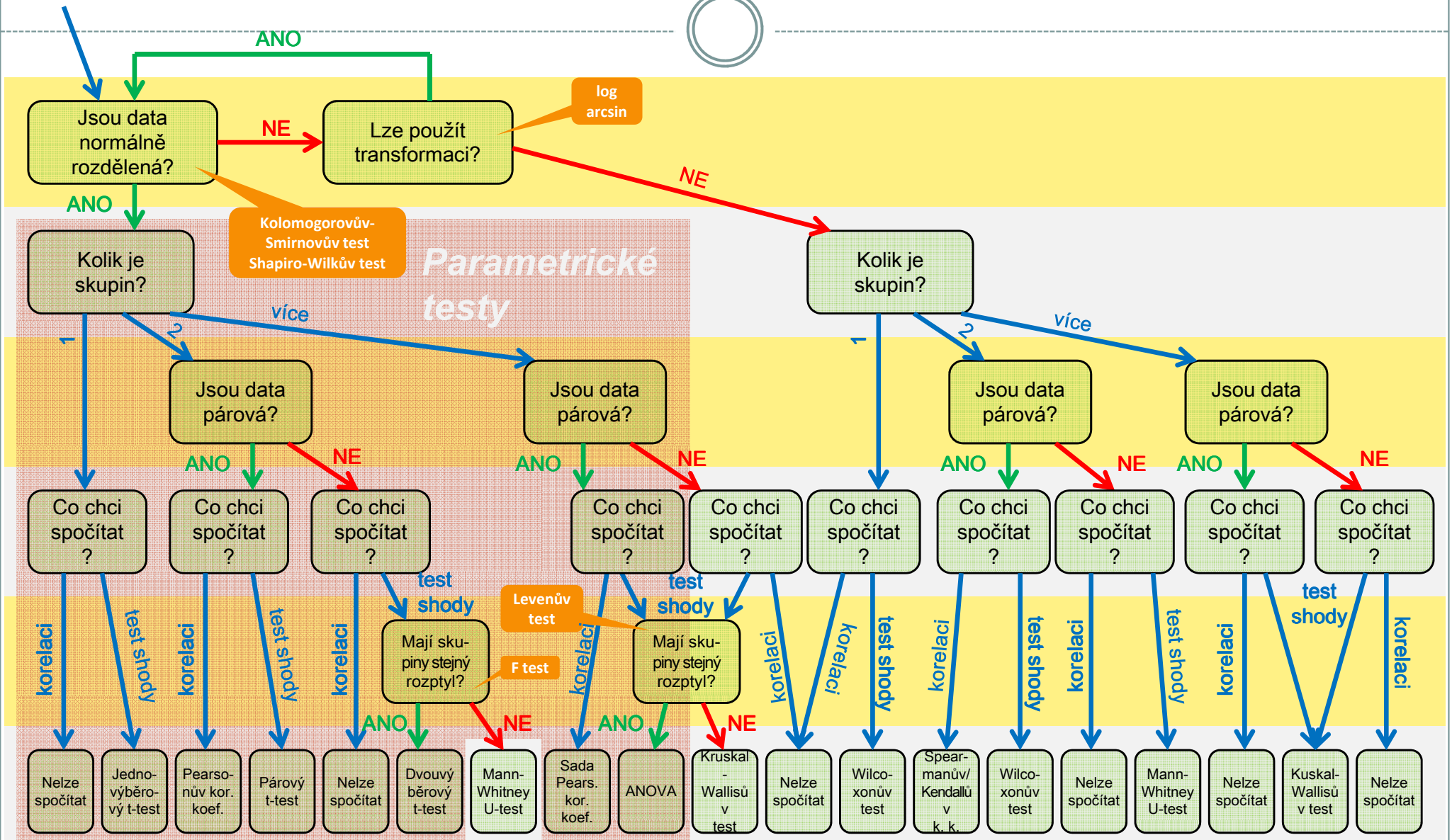
**F-test a Levenův test**

# Shrnutí statistických testů

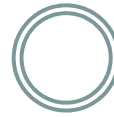


Typ srovnání	Nulová hypotéza	Parametrický test	Neparametrický test
1 skupina dat vs. etalon	Střední hodnota je rovna hodnotě etalonu.	jednovýběrový t-test	Wilcoxonův test; znaménkový test
2 skupiny dat nepárově	Obě skupiny hodnot pochází ze stejného rozdělení.	nepárový t-test	Mann-Whitneyův test
2 skupiny dat párově	Zkoumaný efekt mezi páry hodnot je nulový.	párový t-test	Wilcoxonův test; znaménkový test
shoda rozdělení	rozdělení dat ve skupině odpovídá teoretickému (vybranému) rozdělení.	Shapiro-Wilksův test; Kolmogorovův- Smirnovův test	$\chi^2$ test, test dobré shody
homoskedasticita (shoda rozptylů)	rozptyl obou (všech) skupin je shodný.	F test; Levenův test	Bartlettův test
více skupin nepárově	Zkoumaný efekt mezi skupinami hodnot je nulový.	ANOVA (analýza rozptylu)	Kruskal- Wallisův test
více skupin závisle	Zkoumaný efekt mezi závislými hodnotami je nulový.	ANOVA opakovaných měření	Friedmannův test
korelace	Neexistuje (příčinná, důsledková) vazba mezi skupinami hodnot.	Pearsonův koeficient	Spearmanův koeficient; Kendallův koeficient

# Shrnutí statistických testů

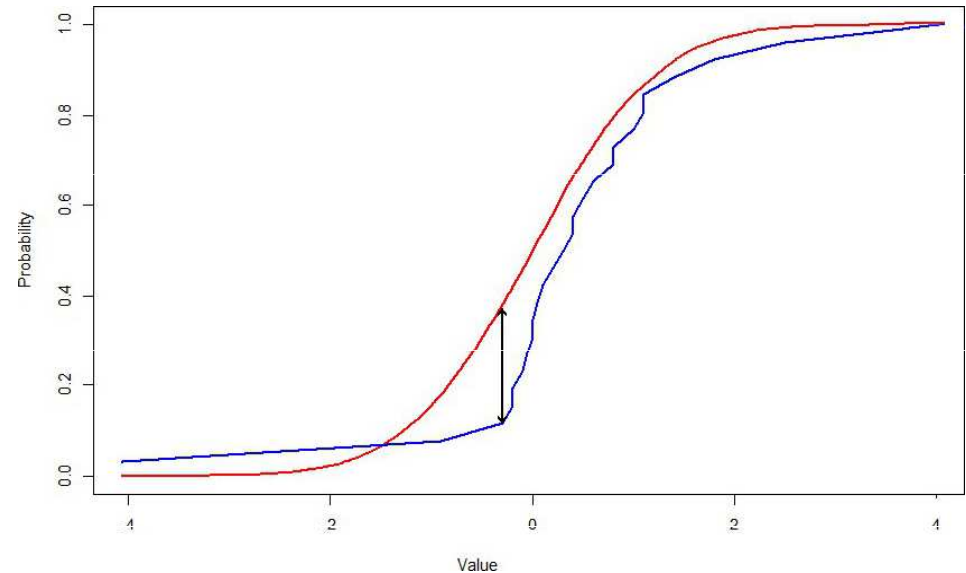


# Testy normality



## Kolmogorovův-Smirnovův test

Tento test je často používán, dokáže dobře najít odlehlé hodnoty, ale počítá spíše se symetrií hodnot než přímo s normalitou. Jde o neparametrický test pro srovnání rozdílu dvou rozložení. Je založen na zjištění rozdílu mezi reálným kumulativním rozložením (vzorek) a teoretickým kumulativním rozložením. Měl by být počítán pouze v případě, že známe průměr a směrodatnou odchylku hypotetického rozložení, pokud tyto hodnoty neznáme, měla by být použita jeho modifikace – Lilieforsův test.



## Shapiro-Wilkův test

*Jde o neparametrický test použitelný i při velmi malých  $n$  (10) s dobrou silou testu, zvláště ve srovnání s alternativními typy testů, je zaměřen na testování symetrie.*

# t-Test



Tři varianty parametrického t-testu:

jednovýběrový  
dvouvýběrový  
párový

Předpoklad:

**Měřená náhodná veličina má normální rozdělení.**



**Výběrový průměr má normální rozdělení se stejnou střední hodnotou, skutečný rozptyl ovšem neznáme.**

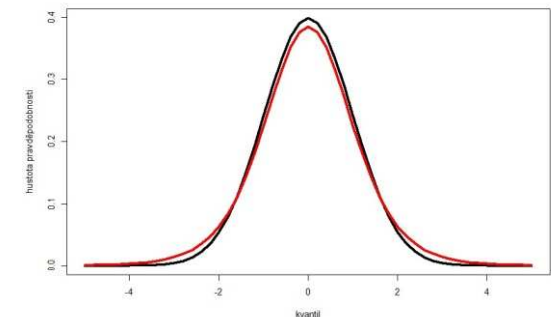


**Rozdíl výběrového průměru od skutečné střední hodnoty má také normální rozdělení.**

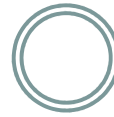


**Při využití výběrového rozptylu má rozdíl t-rozdělení.**

Kvantil	-3	-2	-1	0	1	2	3
Norm(0,1)	0,00	0,05	0,24	0,40	0,24	0,05	0,00
$t_7(0,1)$	0,01	0,06	0,23	0,38	0,23	0,06	0,01



# t-Test



## Princip:

podle určené hladiny pravděpodobnosti se stanoví maximální přípustná velikost rozdílu výběrového průměru a skutečné střední hodnoty. Testuje se velikost rozdílu.

## Postup:

Výpočet normalizovaného rozdílu a jeho porovnání s tabelovanou hodnotou (jednostranná a dvoustranná varianta):

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{s} \sqrt{n}$$

$H_0$	$H_A$	Testová statistika	Interval spolehlivosti
$\bar{x} \leq \mu$	$\bar{x} > \mu$	$t$	$t > t$
$\bar{x} \geq \mu$	$\bar{x} < \mu$	$t$	$t < t$
$\bar{x} = \mu$	$\bar{x} \neq \mu$	$t$	$ t  > t$

# t-Test



## *Koncentrace antibiotika v cílovém orgánu*

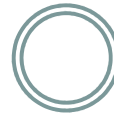
**Při 1000 měřeních antibiotika byla zjištěna v cílovém orgánu průměrná koncentrace 202,5 jednotek a směrodatná odchylka 44 jednotek.**

**Požadovaná koncentrace antibiotika je 200 jednotek.**

- 1) Je daný rozdíl 2,5 významný vzhledem k variabilitě znaku na hladině významnosti 5 %?**
- 2) Jaká je skutečná hladina významnosti?**

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{s} \sqrt{n} = \frac{2,5}{44} \sqrt{1000} = 1,797$$

# F test



- Parametrický test sloužící k rozhodnutí, zda mají dva nebo více vzorků stejný rozptyl, někdy nazýván Fisherův test.
- $H_0$ : rozptyl je stejný.  
 $H_A$ : rozptyl se liší.

- Testová statistika:

$$F = \frac{\frac{1}{n_2 - 1} \sum_{i=1}^{n_2} (X_{2i} - \bar{X}_2)^2}{\frac{1}{n_1 - 1} \sum_{i=1}^{n_1} (X_{1i} - \bar{X}_1)^2}$$

$n_1$  je počet hodnot v 1. skupině  
 $n_2$  je počet hodnot ve 2. skupině



# Levenův test



- Neparametrický test sloužící k rozhodnutí, zda mají dva nebo více vzorků stejný rozptyl.
- $H_0$ : rozptyl je stejný.  
 $H_A$ : rozptyl se liší.
- Testová statistika:

$$W = \frac{(N - k) \sum_{i=1}^k N_i (Z_i - Z)^2}{(k - 1) \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{N_i} N_i (Z_{i,j} - Z_i)^2}$$

$N$  je celkový počet hodnot

$N_i$  je počet hodnot v  $i$ -té skupině

$k$  je počet skupin

$\bar{x}_i$  je průměr hodnot  $i$ -té skupiny (resp. medián)

$Z_{i,j} = |x_{i,j} - \bar{x}_i|$

$Z_i$  je průměr  $Z_{i,j}$

$Z$  je průměr všech  $Z_{i,j}$

# Párový t-test – předpoklady



- Skupiny dat jsou spojeny přes objekt měření, příkladem může být měření parametrů pacienta před léčbou a po léčbě (nemusí jít přímo o stejný objekt, dalším příkladem mohou být např. krysy ze stejné linie).
- Oba soubory musí mít shodný počet hodnot, protože všechna měření v jednom souboru musí být spárována s měřením v druhém souboru. Při vlastním výpočtu se potom počítá se změnou hodnot (diferencí) subjektů v obou souborech.
- Před párovým testem je vhodné ověřit si zda existuje vazba mezi oběma skupinami – vynesení do grafu, korelace.

## Existuje několik možných designů experimentu, stručně lze sumarizovat:

1. pokus je párový a jako párový se projeví
2. párové provedení pokusu – párově se neprojeví
  - možná párovost není
  - špatně provedený pokus – malé  $n$ , velká variabilita, špatný výběr jedinců
3. čekali jsme nezávislé a jsou
4. čekali jsem nezávislé a nejsou
  - vazba
  - náhoda

# Párový t-test



- Tento test nemá žádné předpoklady o rozložení vstupních dat, protože je počítán až na základě jejich diferencí.
- Tyto difference by měly být normálně rozloženy a otázkou v párovém t-testu je, zda se průměrná hodnota diferencí rovná nějakému číslu, typicky jde o srovnání s nulou jako důkaz neexistence změny mezi oběma spárovanými skupinami.
- V podstatě jde o one sample t-test, kde místo rozdílu průměru vzorku a cílové populace je uveden průměr diferencí a srovnávané číslo (0 v případě otázky, zda není rozdíl mezi vzorky).

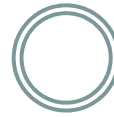
- Pro srovnání s 0 (testovou statistikou je t rozložení):
$$t = \frac{\bar{D}}{s} \sqrt{n} \quad v = n - 1$$

- Někdy je obtížné rozhodnout, zda jde nebo nejde o párové uspořádání, párový test by měl být použit pouze v případě, že můžeme potvrdit vazbu (korelace, vynesení do grafu), jedním z důvodů proč toto ověřovat je fakt, že v případě párového t-testu není nutné brát ohled na variabilitu původních dvou souborů, tento předpoklad však platí pouze v případě vazby mezi proměnnými. Výpočet obou typů testů se vlastně liší v použité s, jednou jde o s diferencí, v druhém případě o složený odhad rozptylu obou souborů.
- Zda je párové uspořádání efektivnější lze určit na základě:
  - Síly vazby
  - Je-li  $s_D$  výrazně menší než  $s_{x_1-x_2}$

- Závislost je možné rozepsat pomocí vzorce:
$$s_D^2 \cong \sigma_{x_1}^2 + \sigma_{x_2}^2 - 2Cov(x_1; x_2)$$

- v případě  $Cov=0$ , tedy v případě neexistence vazby pak  $s_D^2$  odpovídá součtu původních rozptylů, tedy přibližně  $S_{x_1-x_2}$ .

# Párový t-test – příklad



Byl prováděn pokus s dietou 11 diabetických psů, každý pes byl vystaven dvěma dietám s odlišným typem sacharidů (snadno vstřebatelné X pozvolna se rozkládající na glukózu), hodnoty krevní glukózy v průběhu jednotlivých diet mají být srovnány pro zjištění vlivu diety na hladinu krevní glukózy. Protože každý pes absolvoval obě diety, jde o párové uspořádání, kdy výsledky hodnoty v obou pokusech jsou spojeny přes pokusné zvíře.

1. **Nulová hypotéza zní, že skutečný průměrný rozdíl mezi oběma dietami je 0, alternativní hypotéza zní, že to není 0.**
2. **Pro každého psa je spočítán rozdíl mezi jeho hladinou glukózy při obou dietách a měly by být ověřeny předpoklady pro one sample t-test – tedy alespoň přibližně normální rozložení.**
3. **Je spočítána testová charakteristika, výpočet vlastně probíhá jako one-sample t-test, kde je zjišťována významnost průměru diferencí obou souborů jako rozdíl mezi touto hodnotou a nulou (nula je hodnota, kterou by průměrná difference měla nabývat, pokud platí nulová hypotéza).  $T=4.37$  s 10 stupni volnosti, skutečná hodnota  $p=0,0014$  a tedy na hladině  $p=0,05$  můžeme nulovou hypotézu zamítnout**

$$t = \frac{\text{rozdíl}_\text{průměru}_\text{vzorku}_\text{a}_\text{populace}}{SE(\text{průměru})} = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}} = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{s}{s}} \sqrt{n}$$

4. **Závěrem můžeme říci, že nulová hypotéza neexistence rozdílu mezi oběma dietami byla zamítnuta, což znamená, že high-fibre dieta má významný vliv na snížení hladiny krevní glukózy.**

