

Konzultační cvičení F1030, PS 2022

Dynamika hmotných bodů

Úloha č. 1.

Kostka je vržena vodorovnou rychlostí o velikosti v po nakloněné rovině o úhlu sklonu α .

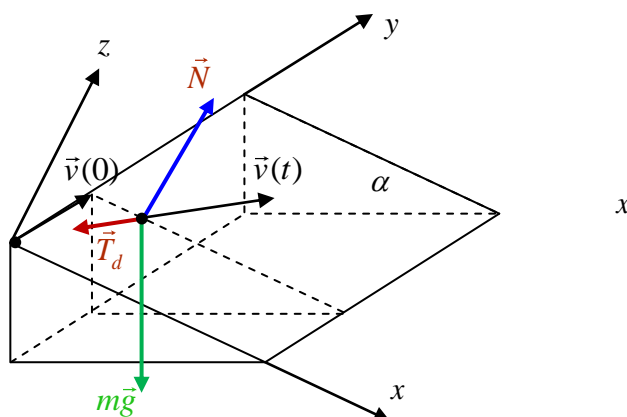
Koeficient dynamického tření mezi kostkou a nakloněnou rovinou je μ .

- Určete, která tělesa a jakými silami působí na kostku.
- Zapište druhý Newtonův zákon pro kostku.
- Určete oskulační kružnici trajektorie kostky v počátečním okamžiku.

Řešení:

a) Na kostku působí Země tíhovou silou $\vec{F}_G = m\vec{g}$, nakloněná rovina tlakovou silou $\vec{N} = \vec{N}(t)$ (kolmou v každém okamžiku k nakloněné rovině, její velikost (v závislosti na čase) předem

neznáme) a dynamická třecí síla $\vec{T}_d(t) = N(t)\mu\left(-\frac{\vec{v}(t)}{v(t)}\right)$ (směřuje v každém okamžiku proti rychlosti).



b) Druhý NZ pro kostku ve vektorovém tvaru: $m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{N} + \vec{T}_d = m\vec{g} + \vec{N} - N\mu\frac{\vec{v}}{v}$. Pohyb se

děje v nakloněné rovině – tomu odpovídá i vhodná soustava souřadnic: osa x podél nakloněné roviny svise dolů (po spádnicí), osa y je vodorovná a leží v nakloněné rovině, osa z je kolmá k nakloněné rovině a orientovaná tak, aby soustava souřadnic byla pravotočivá. Složky vektorů:

$$\vec{v} \sim (\dot{x}, \dot{y}, 0), \quad \vec{a} \sim (\ddot{x}, \ddot{y}, 0), \quad m\vec{g} \sim (mg \sin \alpha, 0, -mg \cos \alpha), \quad \vec{N} \sim (0, 0, N),$$

$$\vec{T}_d \sim \left(-N\mu \frac{\dot{x}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}}, -N\mu \frac{\dot{y}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}}, 0 \right).$$

Pohybové rovnice (vyjádření 2. Newtonova zákona ve složkách):

$$m\ddot{x} = mg \sin \alpha - N\mu \frac{\dot{x}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}}, \quad m\ddot{y} = -N\mu \frac{\dot{y}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}}, \quad 0 = -mg \cos \alpha + N$$

$$\ddot{x} = g \sin \alpha - g\mu \cos \alpha \frac{\dot{x}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}}, \quad \ddot{y} = -g\mu \cos \alpha \frac{\dot{y}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}}$$

c) Pohybové rovnice nejsou lineární – problém s řešením. V zadání však jde o okamžik $t = 0$:
Pro $t = 0$ určete ve zvolené soustavě souřadnic složky vektorů

$\vec{v}(0)$, $\vec{n}(0)$, $\vec{\tau}(0)$, $\vec{a}(0)$, $\vec{a}_\tau(0)$, $\vec{a}_n(0)$ a uvědomte si, že $\vec{a}_n(0) = \frac{v^2(0)}{r(0)} \vec{n}(0)$, kde $r(0)$ je

hledaný poloměr křivosti trajektorie v počátečním okamžiku.