Ústav fyziky kondenzovaných látek
Přírodovědecká fakulta, Masarykova univerzita, Brno

Fyzikální praktikum 4

LED spektra

Cíle úlohy

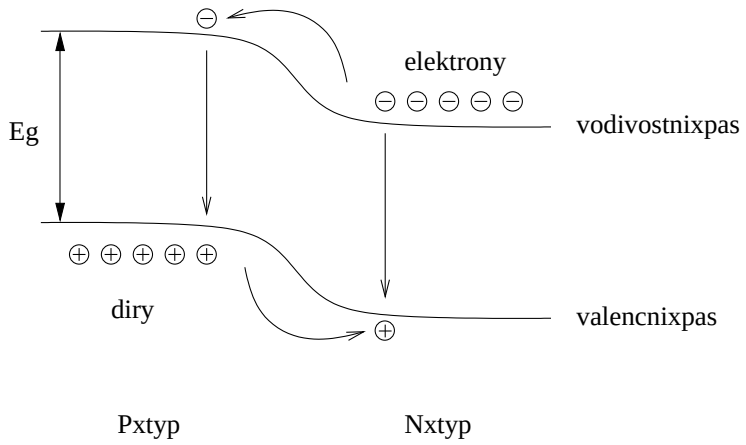
Souvislost mezi voltampérovou charakteristikou a spektry LED diod. Obdobná souvislost mezi napětím na rtg lampě a spektrem brzdného rtg záření.

LED charakteristiky

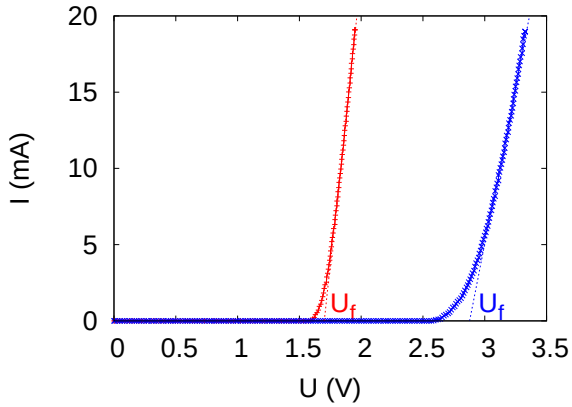
První soustavné měření Planckovy konstanty provedl v roce 1912 Robert Millikan, který proslul především svým měřením elementárního náboje, při kterém pozoroval pohyb nabitých kapiček oleje v elektrostatickém poli. Hodnotu Planckovy konstanty $h = 6.57 \cdot 10^{-34}\,\mathrm{J\,s}$ stanovil na základě pečlivého sledování fotoefektu na povrchu kovů ve vakuu [2].

Pro přibližné určení hodnoty Planckovy konstanty v této úloze praktika využijeme souvislost mezi charakteristickým napětím nutným pro rozsvícení svítivé diody (LED) a barvou vyzařovaného světla. Takto lze nalézt hodnotu Planckovy konstanty s chybou v řádu desítek procent.

Jako ostatní typy diod je i LED založena na PN přechodu mezi polovodičem typu P a typu N. Při styku těchto dvou polovodičů se po ustavení rovnováhy na rozhraní vytvoří ochuzená oblast – vrstva prostorového náboje, která zabraňuje pronikání majoritních elektronů a děr rozhraním. Přiložíme-li k PN přechodu napětí v propustném směru, umožní dodatečné elektrostatické pole nositelům náboje snadněji překonat ochuzenou oblast a PN přechodem začne protékat proud. V obou oblastech (P i N typu) polovodiče se tak dynamicky zvýší koncentrace minoritních nositelů, které mají tendenci rekombinovat s majoritními nositeli. Pro výrobu LED se volí polovodiče s přímým zakázaným pásem o vhodné šířce (GaAs, $\mathrm{Ga}_{1-x}\mathrm{Al}_x\mathrm{As}$, GaP, GaN), které umožňují zářivou rekombinaci ve viditelném oboru vlnových délek, případně v blízké IR či UV oblasti.



Šířka zakázaného pásu přímo souvisí s energií fotonů vyzařovaného světla i s voltampérovou charakteristikou diody, což přináší vzájemný vztah mezi těmito dvěma charakteristikami LED.



Obrázek 1: V-A charakteristiky červené a modré LED diody s vyznačením napětí U_f.

Nyní tento vztah rozebereme kvantitativně a ukážeme, jakým způsobem je možné jej využít k přibližnému stanovení hodnoty Planckovy konstanty.

Ideální dioda má voltampérovou charakteristiku, tj. závislost proudu I protékajícího diodou na napětí U na ni přiloženém, danou Shockleyho rovnicí

$$I(U) = I_s \left[\exp\left(\frac{eU}{k_B T}\right) - 1 \right] , \tag{1}$$

kde I_s je saturační proud, e elementární náboj, T teplota a k_B Boltzmannova konstanta. Saturační proud závisí na šířce zakázaného pásu (podrobný rozbor lze nalézt např. v učebnici [1]), což vede na přibližnou rovnici

$$I(U) \approx B \exp\left(-\frac{E_g - eU}{k_B T}\right) , \tag{2}$$

kde B je konstanta určená dopováním a geometrií přechodu. V praktiku je k dispozici série vysoce svítivých diod s přibližně stejnými parametry (např. maximální pracovní proud asi 20 mA), u nichž lze očekávat, že se vyznačují přibližně stejnou hodnotou konstanty B.

Pro vyšší proudy tekoucí diodou je její voltampérová charakteristika ovlivněna stejnosměrným odporem diody R

$$I(U) = I_s \left[\exp\left(\frac{e(U - RI)}{k_B T}\right) - 1 \right] . \tag{3}$$

Odtud můžeme pro vysoké proudy odvodit aproximativní vztah pro voltampérovou charakteristiku

$$I(U) = \begin{cases} 0 & \text{pro } U < U_f \\ \frac{U - U_f}{R} & \text{pro } U \geq U_f \end{cases} , \tag{4}$$

kde energii eU_f můžeme přibližně položit rovnu šířce zakázaného pásu $eU_f \approx E_g$. Energie vyzařovaných fotonů je přibližně rovna šířce zakázaného pásu E_g, což určuje frekvenci a vlnovou délku emitovaného záření: $hf = hc/\lambda = E_g$

$$U_f \approx \frac{hc}{e} \lambda^{-1} , \tag{5}$$

odkud můžeme snadno určit Plackovu konstantu.

Úkoly

1. Stanovíme vlnové délky záření jednotlivých LED ze série pomocí difrakční mřížky.
2. Změříme voltampérové charakteristiky LED.

3. Z voltampérových charakteristik jednotlivých LED odečteme U_f a sestrojíme graf závislosti U_f na λ^{-1}, z něhož lze získat hodnotu konstanty hc/e.

Měření vlnové délky pomocí interference na Newtových sklech

Teorie

K měření vlnové délky světla se použije interferenční jev na tenké vzduchové mezeře mezi rovinnou skleněnou deskou a čočkou o poloměru R na ni položenou. Při pozorování v odraženém nebo v prošlém světle vidíme střídající se světlé a tmavé kruhové proužky s rostoucím poloměrem r, tzv. Newtonovy kroužky. Na styku kulové čočky s rovinnou skleněnou deskou se čočka i deska nepatrně deformují a z bodového kontaktu S vznikne plošný kruhový kontakt, který se v odraženém světle projeví jako tmavá a v prošlém světle jako světlá kruhová ploška, tzv. Hertzova skvrna, jejíž poloměr $a/2$ závisí na přítlačné síle. Situace v rovině řezu je na obrázku 3.

Předpokládáme, že rovinná monochromatická vlna o vlnové délce λ dopadá kolmo na rovinnou lámavou plochu čočky postupuje ke kulové lámavé ploše, kde se částečně odráží a s opačnou fází postupuje zpět. Část vlny postupuje dále vzduchovou mezerou a na rozhraní vzduch deska se bez změny fáze částečně odráží a se stejnou fází postupuje zpět. V bodech na kružnici o poloměru r se středem v bodě dotyku čočky s deskou to ukazují tři paprsky: vstupující „0“ a dva odražené „1“ a „2“. Vystupující vlny interferují a výsledná intenzita závisí na rozdílu fází vln, respektive na dráhovém rozdílu obou odražených paprsků. Podle obrázku je dráhový rozdíl Δ paprsků „1“ a „2“ s ohledem na změnu fáze roven

$$\Delta = 2\Delta r + \frac{\lambda}{2} \tag{6}$$

Minimum intenzity světla nastane na kružnicích o poloměrech r_k, pro které je dráhový rozdíl roven lichému násobku $\lambda/2$, tj.

$$\Delta = (2k+1)\frac{\lambda}{2}, \quad \text{resp.} \quad \Delta r_k = k\frac{\lambda}{2}, \tag{7}$$

kde $k = 1, 2, \ldots$. je řád minima. Velikost vzduchové mezery Δr mezi čočkou a deskou ve vzdálenosti r od bodu dotyku S určíme z geometrie:

$$(R - \Delta r - \Delta a)^2 + r^2 = R^2 \tag{8}$$

$$(R - \Delta a)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 = R^2 \tag{9}$$

Výšku kruhového vrchlíku Δa vzniklého deformací kulové plochy čočky určíme z (9) za předpokladu, že $2R \gg \Delta a$

$$\Delta a = \frac{a^2}{8R} \tag{10}$$

Za předpokladu, že $2R \gg \Delta r + \Delta a$ obdržíme z rovnice (8)

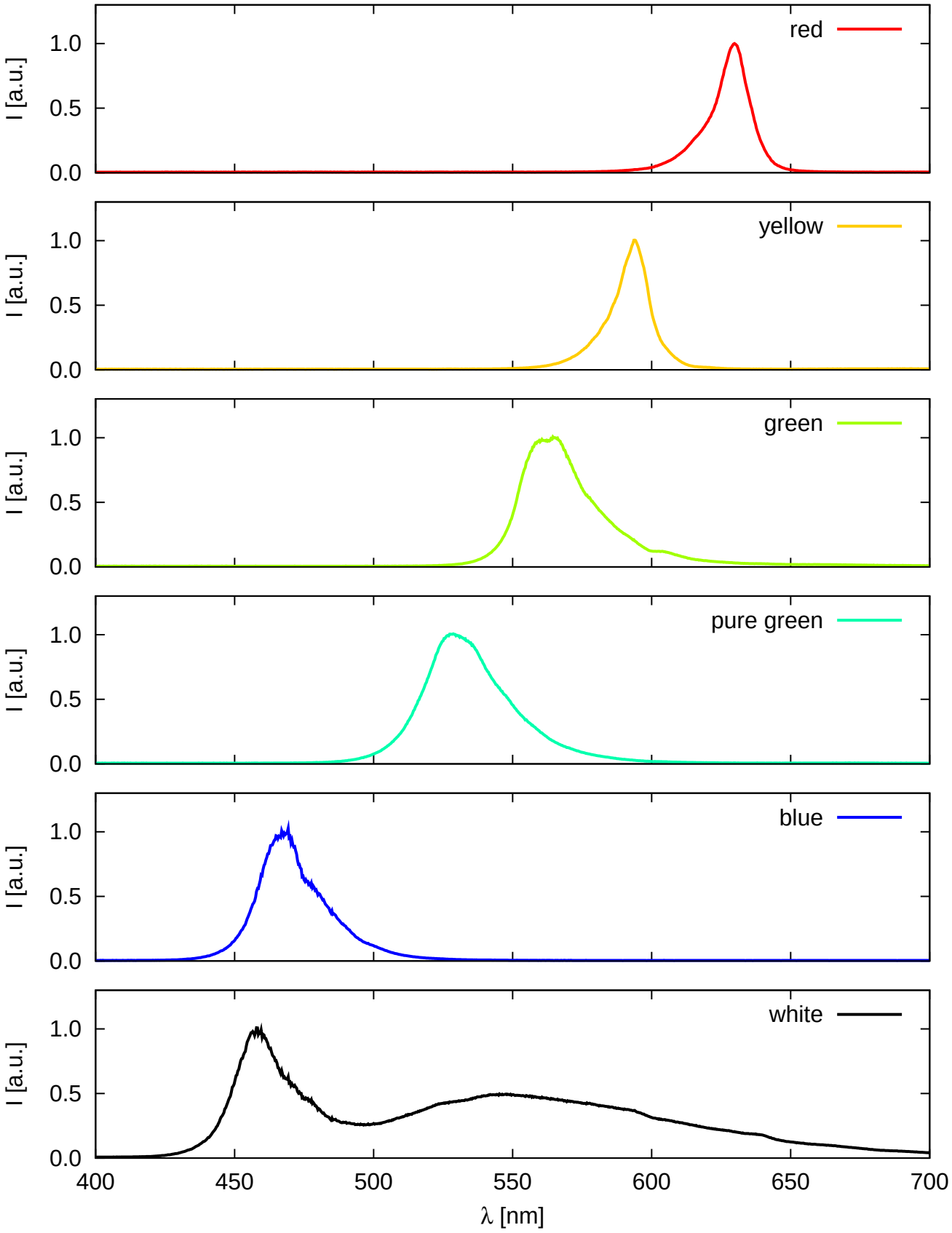
$$2R(\Delta r + \Delta a) = r^2$$

a použitím (10) získáme pro poloměr kružnice r, na které je velikost vzduchové mezery Δr

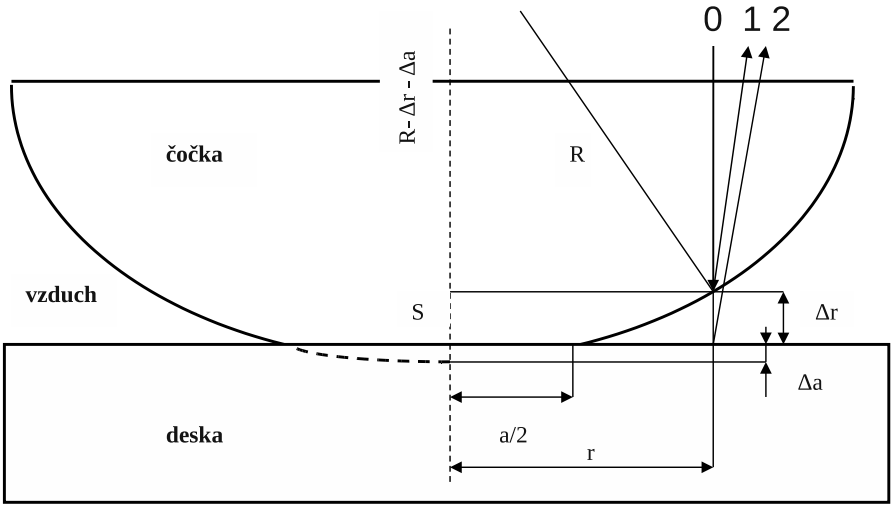
$$r^2 = 2R\Delta r + \frac{a^2}{4} \tag{11}$$

Jestliže velikost vzduchové mezery vyhovuje rovnici (7) získáme pro poloměry kružnic r_k s minimem intenzity světla rovnici

$$r^2 = \lambda R k + \frac{a^2}{4} \tag{12}$$



Obrázek 2: Emisní spektra LED různých barev, které jsou k dispozici v praktiku. U LED označených jako „white“ a „pure green“ vyzařuje vlastní PN přechod na vlnových délkách v modré až UV oblasti a výsledné barvy je dosaženo fosforescencí.



Obrázek 3: Schématický nákres interferujících paprsků na Newtových sklech.

Z rovnice (12) vyplývá, že druhá mocnina poloměru tmavého kroužku je lineární funkcí řádu minima k. Vyneseme-li závislost (12) do grafu, získáme rovnici přímky ($Y = r_k^2$ a $X = k$)

$$Y = A + BX \tag{13}$$

a z konstant A, B můžeme určit vlnovou délku a poloměr Hertzovy skvrny:

$$\lambda = \frac{B}{R} \qquad \frac{a}{2} = \sqrt{A} \tag{14}$$

Chceme-li určit pouze vlnovou délku můžeme ji určit z rozdílu druhých mocnin dvojic poloměrů r_k a r_n podle (12) takto:

$$\lambda = \frac{r_k^2 - r_n^2}{R(k-n)} \tag{15}$$

Postup měření

Pro měření poloměrů Newtonových kroužků použijeme mikroskop s horním osvětlením a měřícím okulárem. Dvě čočky o stejném poloměru křivosti jsou uloženy v kovovém přípravku s válcovým otvorem, do kterého se volně zasunuje objektiv mikroskopu tak, aby bylo možné interferenční kroužky zaostřit. V takovém případě je velikost vzduchové mezery dvojnásobná oproti uspořádání čočka-planparalelní destička. Rovnice (12) pro poloměry kružnic r_k s minimem intenzity potom přejde na vztah

$$r^2 = \frac{1}{2}\lambda R k + \frac{a^2}{4} \tag{16}$$

a vztah (14) pro určení vlnové délky ze směrnice přímky na

$$\lambda = \frac{2B}{R} \qquad \frac{a}{2} = \sqrt{A}. \tag{17}$$

Podobně vztah (15) pro určení vlnové délky z rozdílu druhých mocnin dvojic poloměrů r_k a r_n přejde na:

$$\lambda = 2\frac{r_k^2 - r_n^2}{R(k-n)} \tag{18}$$

Z rovnice (16) vyplývá, že druhá mocnina poloměru tmavého kroužku je lineární funkcí řádu minima k. Pro osvětlení můžeme použít sodíkovou výbojku nebo luminiscenční diodu. Protože mikroskopem určíme poloměry Newtonových kroužků v dílkách stupnice okuláru, je třeba nejdříve

určit pomocí testovacího sklíčka zvětšení mikroskopu $Z = y'/y$, kde y je vzdálenost vrypů na testovacím sklíčku v μm a y' je vzdálenost vrypů v dílkách. Skutečnou velikost Newtonových kroužků v μm určíme jako $r_k = r'_k/Z$. Při měření postupujeme tak, že vložíme přípravek na stolek mikroskopu zaostříme interferenční kroužky a jemným pohybem přípravku nebo stolečku mikroskopu umístíme kroužky do středu zorného pole. Velikosti kroužků určujeme ze dvou krajních poloh na kroužku, jejichž rozdíl určuje průměr kroužku. Postupujeme od nejmenšího k největšímu kroužku tak, jak to umožní stupnice okuláru.

Poznámka:

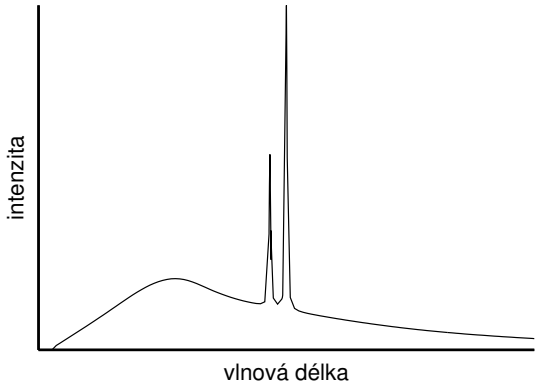
Pro určení vlnové délky světla potřebujeme znát poloměr křivosti lámavé plochy čoček R. Pokud její hodnota není známá, nebo není uvedena s dostatečnou přesností, ale máme k disposici zdroj monochromatického záření o známé vlnové délce, např. sodíkovou výbojku s vlnovou délkou $\lambda = 589{,}30\,\text{nm}$, můžeme měřením poloměrů Newtonových kroužků poloměr čočky R z rovnic (16) nebo (18) určit.

Úkoly

1. Sestavte přípravek s čočkou a deskou, vložte jej do objektivu mikroskopu, zaostřete interferenční proužky a umístěte střed kroužků do středu zorného pole mikroskopu. Ověřte funkci měřícího okuláru a případně zaostřete stupnici čočkou okuláru.
2. Osvětlete vzorek diodou LED (je napájena přes regulační odpor z baterie o napětí 4,5 V) a proměřte průměry všech kroužků v rozsahu stupnice. Určete vlnovou délku LED.
3. Z výsledků měření 1 a 2 určete průměr a Hertzovy skvrny.

Brzdné rtg záření

Teorie



Obrázek 4: Spektrum rtg záření jako součet spojitého a charakteristického spektra.

Dopadající elektron vybudí v materiálu antikatody rtg záření, jehož spektrum má spojitou a čarovou složku, obr. 4.

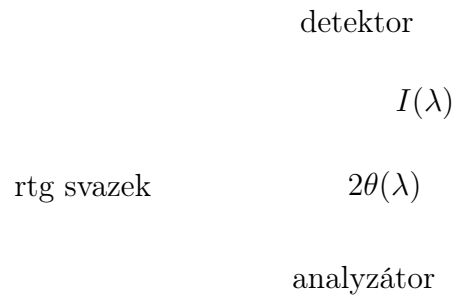
Brzdné záření

Spojitá složka rtg spektra vzniká zabrzděním dopadajícího elektronu v materiálu antikatody – *brzdné záření*. Energie fotonu brzdného záření je maximální, přemění-li se celá kinetická energie dopadajícího elektronu na energii fotonu. Pro minimální vlnovou délku (hranu) spojitého spektra platí

$$\lambda_{\min} = \frac{hc}{eU} \approx \frac{1,2394}{U}\,, \ [\text{kV},\ \text{nm}] \tag{19}$$

kde U je urychlující napětí v rtg lampě. Maximální intenzitu má brzdné záření pro vlnovou délku zhruba od $1,5\,\lambda_{\min}$ do $1,8\,\lambda_{\min}$ (hodnota závisí i na typu rentgentky).

Postup měření



Obrázek 5: Schéma energiově citlivého měření s krystalovým analyzátorem.

Spektrum se měří pomocí difrakce kolimovaného záření na monokrystalu (analyzátoru), viz obr. 5. Při daném úhlu θ mezi dopadajícím zářením a krystalografickou rovinou dochází na této rovině k difrakci pro vlnovou délku spektra, pro niž je splněna Braggova difrakční podmínka (kubické krystaly)

$$2a \sin\theta = \lambda\sqrt{N},\ N = h^2 + k^2 + l^2\ . \tag{20}$$

Závislost difraktované intenzity na úhlu θ naměřená otáčením krystalu se tedy dá převést na závislost intenzity záření na vlnové délce. Přitom je třeba uvážit vliv superpozice vyšších řádů difrakce na analyzátoru.

Budeme tedy měřit spektrum jako závislost intenzity na Braggově úhlu analyzátoru, který poté přepočteme na vlnovou délku. Závislosti proměříme pro sérii napětí na rentgence a proudem ji protékajícím. Analyzujeme závislosti minimální vlnové délky a maximální intenzity spojitého spektra, a maxim charakteristického spektra. Provedeme měření s vloženým niklovým filtrem a analyzujeme jeho vliv na spektrum.

Experimentální vybavení

Rtg zdroj s měděnou, molybdenovou a wolframovou antikatodou, goniometr, analyzační monokrystal LiF (mřížková konstanta 4,028 Å, rovina povrchu (001)), ionizační detektor rtg záření (mrtvá doba $\tau = 90$ μs), řídící počítač.

Doporučený postup a úkoly pro měření

Student má tři týdny na provedení měření. Doporučený postup:

- První a druhý týden – spektra a voltampérové charakteristiky LED diod. Spektra lze měřit několika způsoby: vláknový spektrofotometr, Newtonova skla, jednoduchý spektroskop.
- Třetí týden – spektrum brzdného rtg záření v závislosti na napětí na rtg lampě.

Výstupem praktika budou prezentovány vyučujícímu naměřené závislosti ve formě grafů a naměřené hodnoty, včetně odhadu nejistot, pokud je to možné a vhodné.

Literatura:

[1] S.M. Sze: *Physics of semiconductor devices*, John Wiley and Sons Inc., New York (1981).

[2] R.A. Millikan, Phys. Rev. **7**, 355 (1916)