

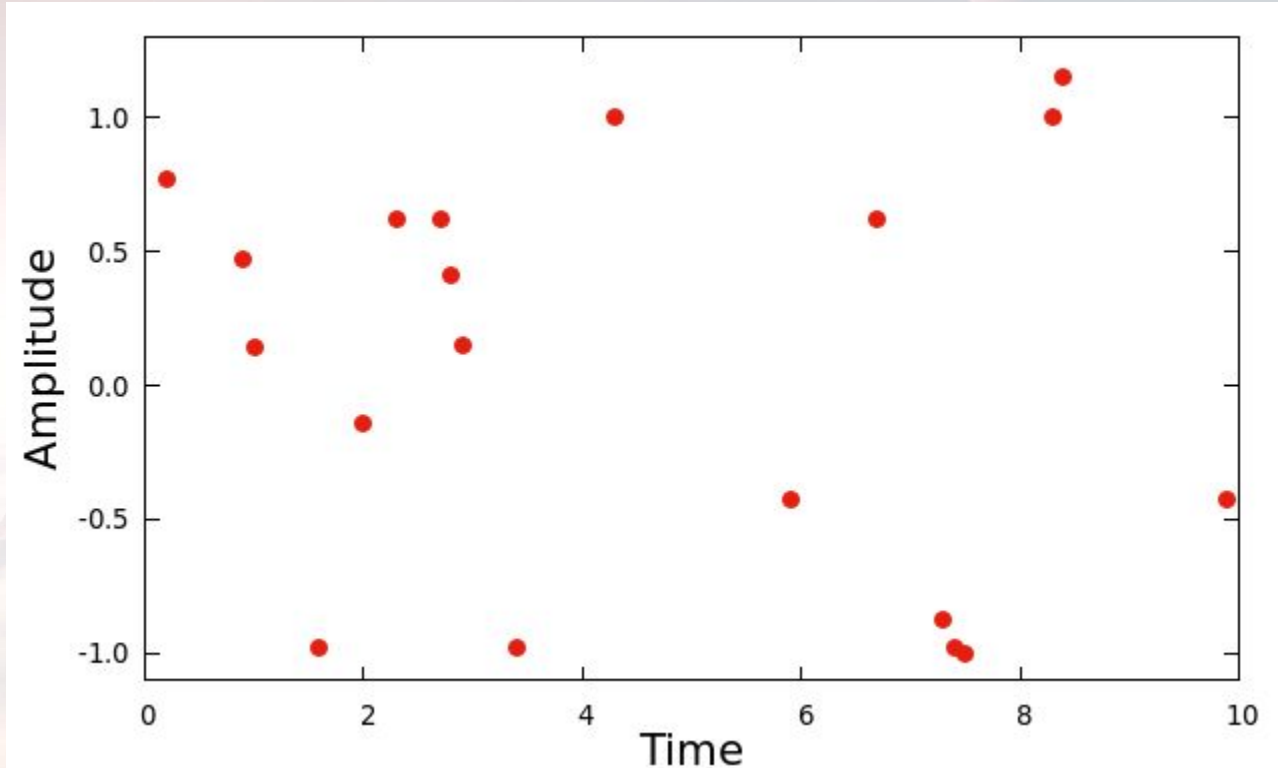
# F7514 Exoplanety

## 3-Dráhy exoplanet, křivka radiálních rychlostí

Marek Skarka

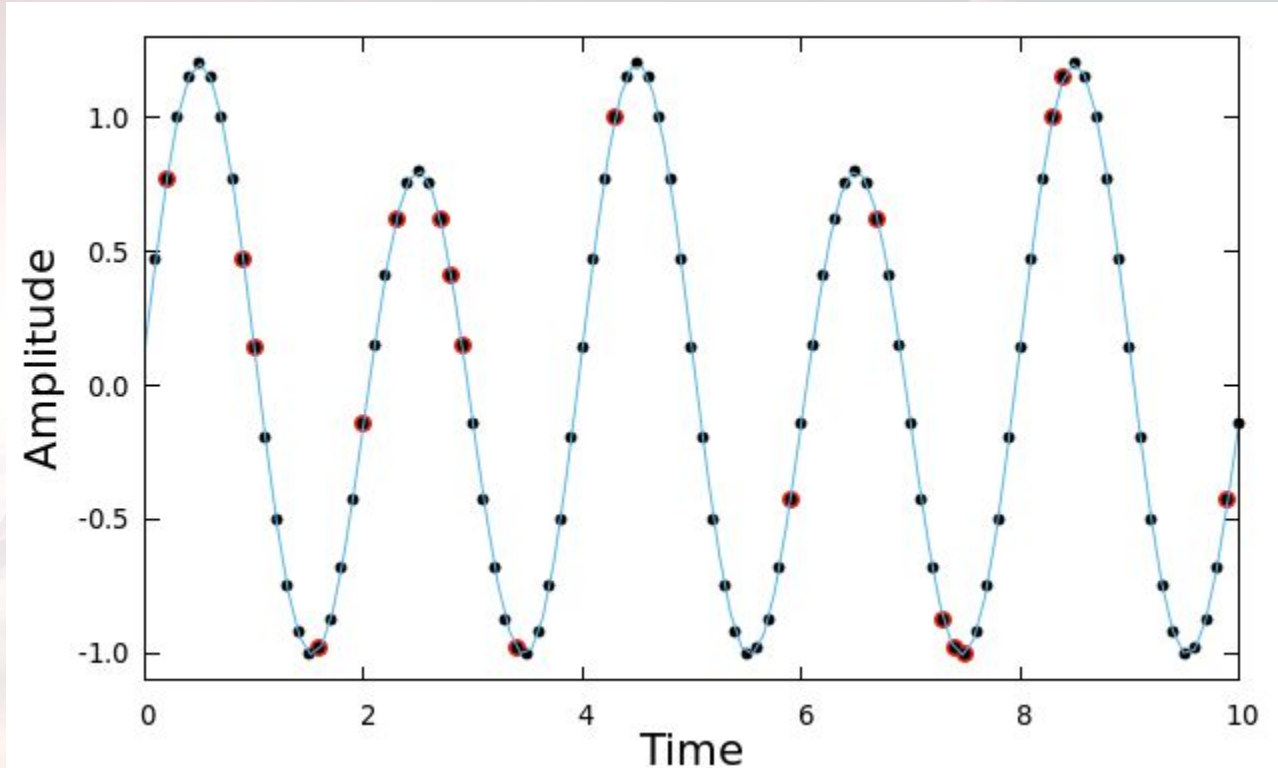
# Světelné elementy

Pohyb planet je periodický jev -> výhodné používat fázovou křivku



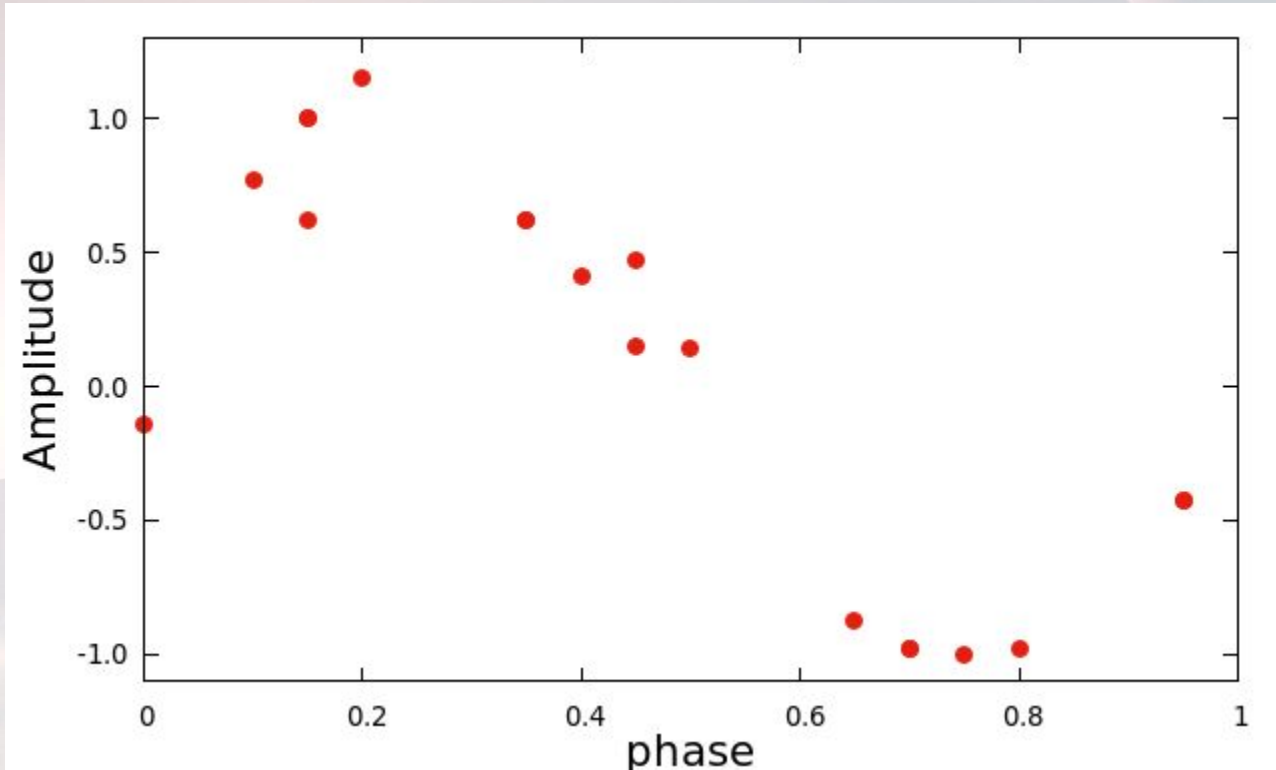
# Světelné elementy

Pohyb planet je periodický jev -> výhodné používat fázovou křivku



# Světelné elementy

Pohyb planet je periodický jev -> výhodné používat fázovou křivku



$$\theta = \text{frac} \left( \frac{t - T_0}{P} \right)$$

$$E = \left( \frac{t - T_0}{P} \right)$$

$\theta$  - fáze

$t$  - čas

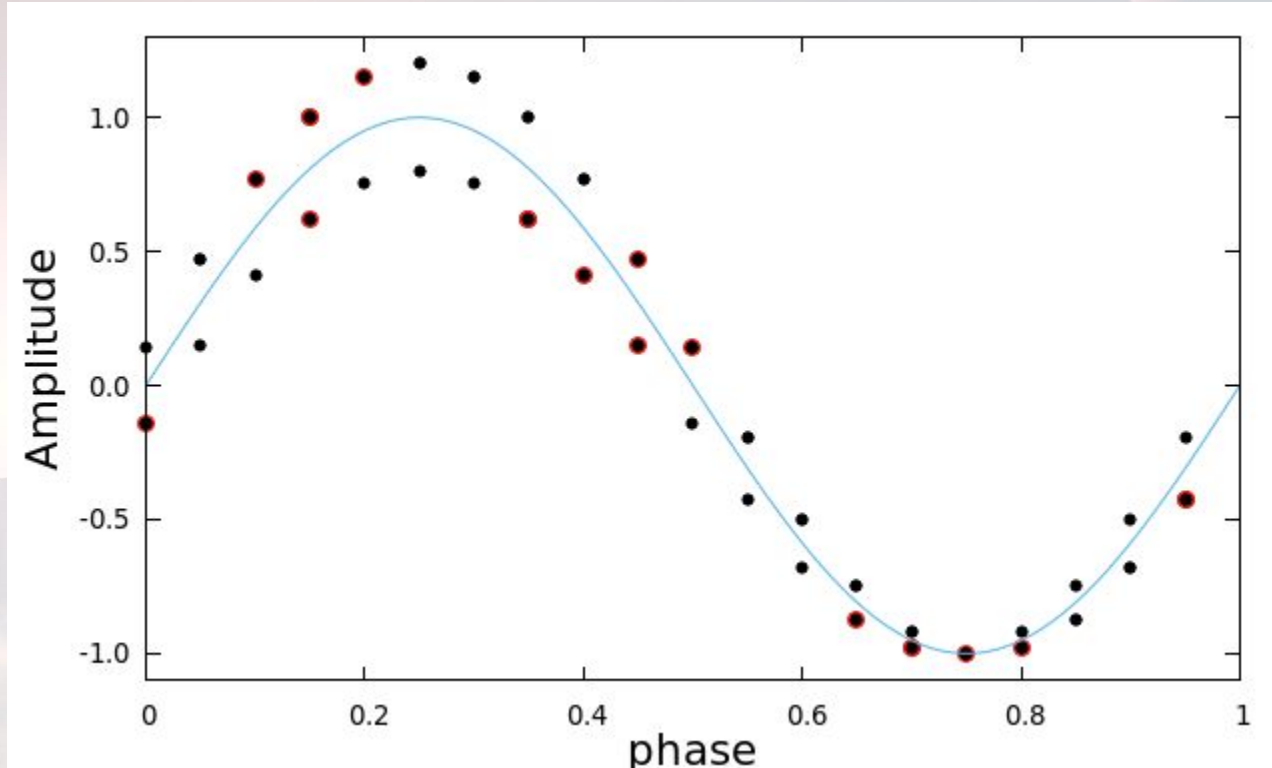
$T_0$  - okamžik počátku  
počítání

$P$  - perioda

$E$  - počet cyklů od  
počátku  $T_0$

# Světelné elementy

Pohyb planet je periodický jev -> výhodné používat fázovou křivku



$$\theta = \text{frac} \left( \frac{t - T_0}{P} \right)$$

$$E = \left( \frac{t - T_0}{P} \right)$$

$\theta$  - fáze

$t$  - čas

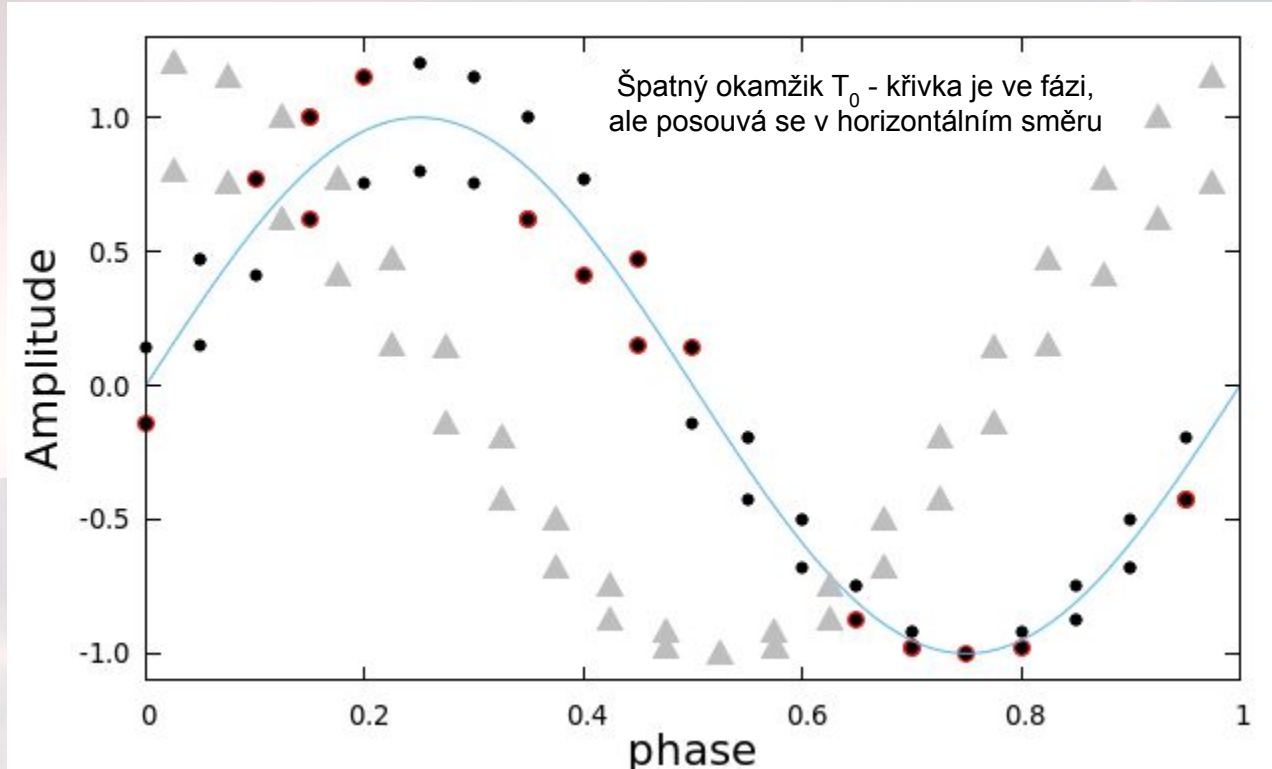
$T_0$  - okamžik počátku  
počítání

$P$  - perioda

$E$  - počet cyklů od  
počátku  $T_0$

# Světelné elementy

Pohyb planet je periodický jev -> výhodné používat fázovou křivku



$$\theta = \text{frac} \left( \frac{t - T_0}{P} \right)$$

$$E = \left( \frac{t - T_0}{P} \right)$$

$\theta$  - fáze

$t$  - čas

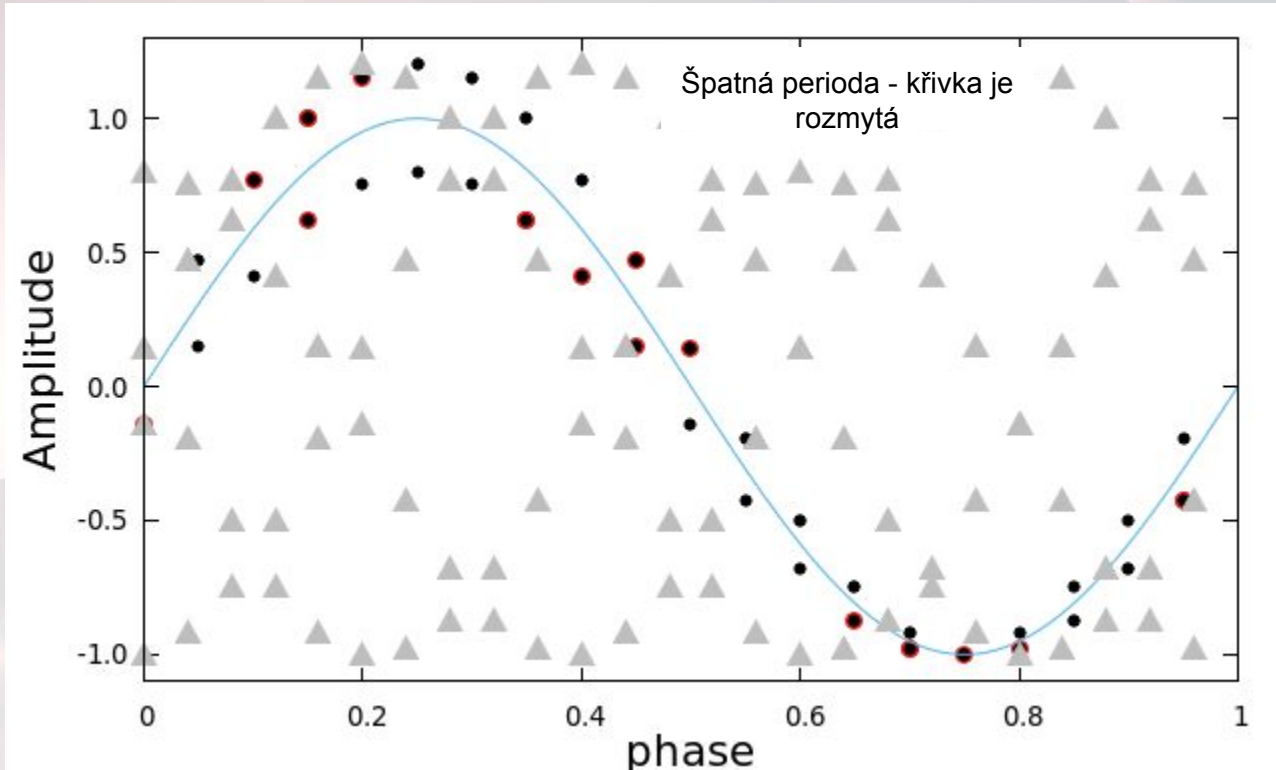
$T_0$  - okamžik počátku počítání

$P$  - perioda

$E$  - počet cyklů od počátku  $T_0$

# Světelné elementy

Pohyb planet je periodický jev -> výhodné používat fázovou křivku



$$\theta = \text{frac} \left( \frac{t - T_0}{P} \right)$$

$$E = \left( \frac{t - T_0}{P} \right)$$

$\theta$  - fáze

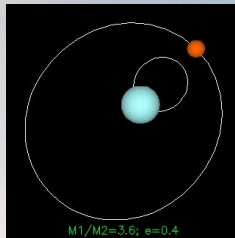
$t$  - čas

$T_0$  - okamžik počátku počítání

$P$  - perioda

$E$  - počet cyklů od počátku  $T_0$

# Elipsa a její parametry



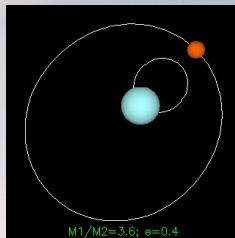
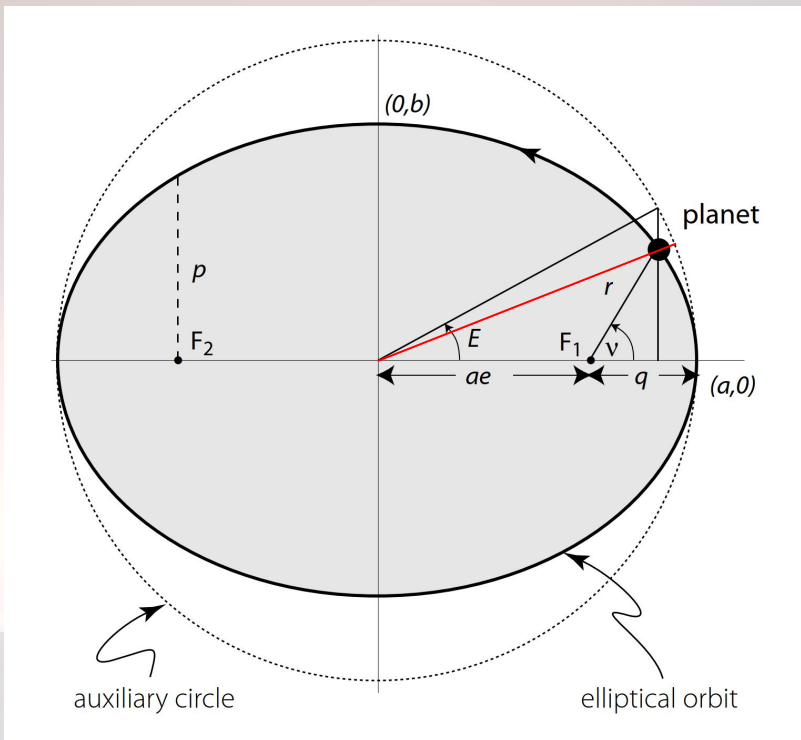
Hmotná tělesa obíhají okolo společného středu hmotnosti po eliptických drahách

Elipsa je křivka se dvěma ohnisky přičemž součet vzdáleností bodu na elipse od obou ohnisek je konstantní



Pozor, na obrázku je E střední anomálie! Excentrická je znázorněna červenou čarou

# Elipsa a její parametry



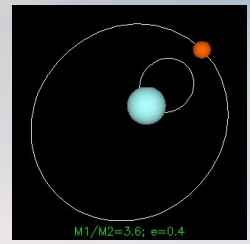
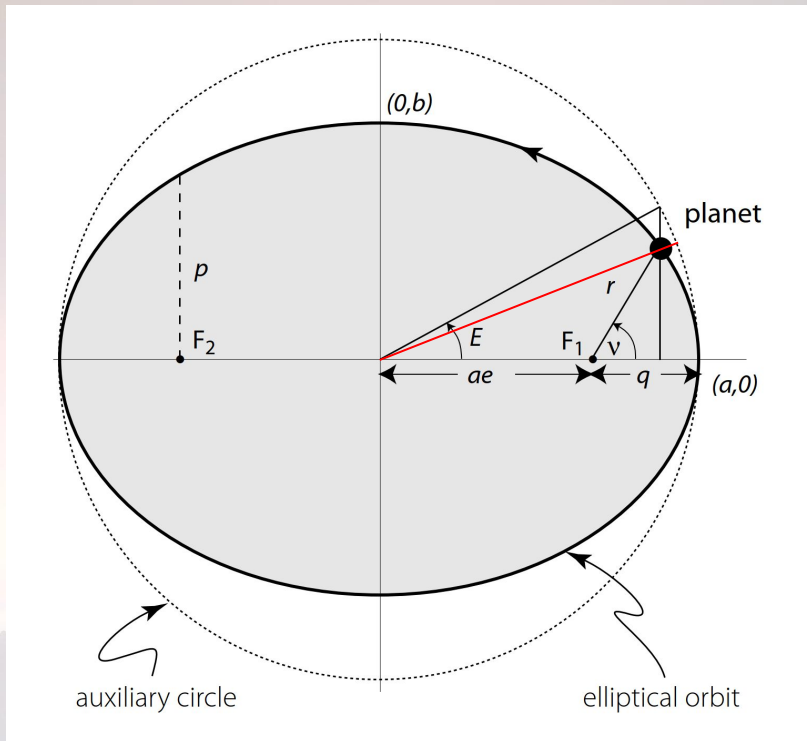
Hmotná tělesa obíhají okolo společného středu hmotnosti po eliptických drahách

Elipsa je křivka se dvěma ohnisky přičemž součet vzdáleností bodu na elipse od obou ohnisek je konstantní

$F_{1,2}$  - ohniska,  $a$  - velká poloosa;  $b$  - malá poloosa;  
 $e$  - excentricita,  $E$  - excentrická anomálie,  $v$  - pravá anomálie;  
 $r$  - vzdálenost tělesa od primárního ohniska;  
 $q$  - vzdálenost  $F_1$  od nejbližšího bodu dráhy (pericentrum),  
 $Q$  - vzdálenost  $F_1$  od nejvzdálenějšího bodu dráhy (apocentrum)

Pozor, na obrázku je E střední anomálie! Excentrická je znázorněna červenou čarou

# Elipsa a její parametry



Hmotná tělesa obíhají okolo společného středu hmotnosti po eliptických drahách

Elipsa je křivka se dvěma ohnisky přičemž součet vzdáleností bodu na elipse od obou ohnisek je konstantní

$$r = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cos \nu}$$

$$b^2 = a^2(1 - e^2)$$

$$q = a(1 - e)$$

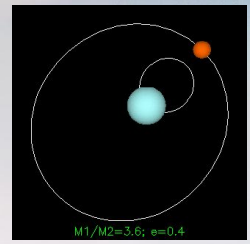
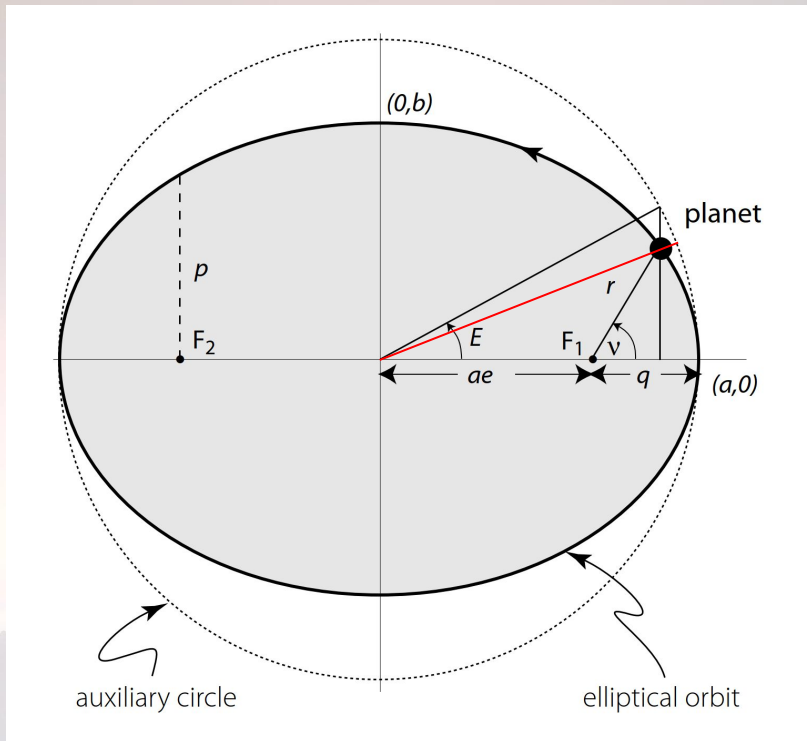
$$Q = a(1 + e)$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$F_{1,2}$  - ohniska,  $a$  - velká poloosa;  $b$  - malá poloosa;  
 $e$  - excentricita,  $E$  - excentrická anomálie;  $\nu$  - pravá anomálie;  
 $r$  - vzdálenost tělesa od primárního ohniska;  
 $q$  - vzdálenost  $F_1$  od nejbližšího bodu dráhy (pericentrum),  
 $Q$  - vzdálenost  $F_1$  od nejvzdálenějšího bodu dráhy (apocentrum)

Pozor, na obrázku je E střední anomálie! Excentrická je znázorněna červenou čarou

# Elipsa a její parametry



Hmotná tělesa obíhají okolo společného středu hmotnosti po eliptických drahách

Elipsa je křivka se dvěma ohnisky přičemž součet vzdáleností bodu na elipse od obou ohnisek je konstantní

$$r = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cos \nu}$$

$$b^2 = a^2(1 - e^2)$$

$$q = a(1 - e)$$

$$Q = a(1 + e)$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$M(t) = \frac{2\pi}{P}(t - t_p)$$

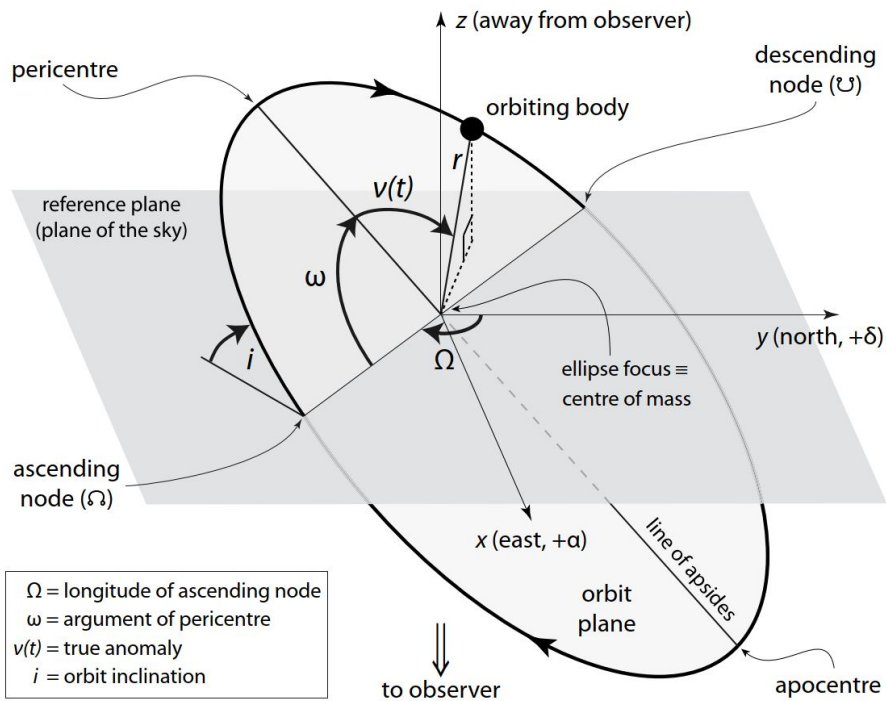
Střední anomálie = úhel pro pohyb po kružnici konstantní rychlostí

$$M(t) = E(t) - e \sin E(t)$$

$$\cos \nu(t) = \frac{\cos E(t) - e}{1 - e \cos E(t)}$$

$F_{1,2}$  - ohniska,  $a$  - velká poloosa;  $b$  - malá poloosa;  
 $e$  - excentricita,  $E$  - excentrická anomálie;  $\nu$  - pravá anomálie;  
 $r$  - vzdálenost tělesa od primárního ohniska;  
 $q$  - vzdálenost  $F_1$  od nejbližšího bodu dráhy (pericentrum),  
 $Q$  - vzdálenost  $F_1$  od nejvzdálenějšího bodu dráhy (apocentrum)

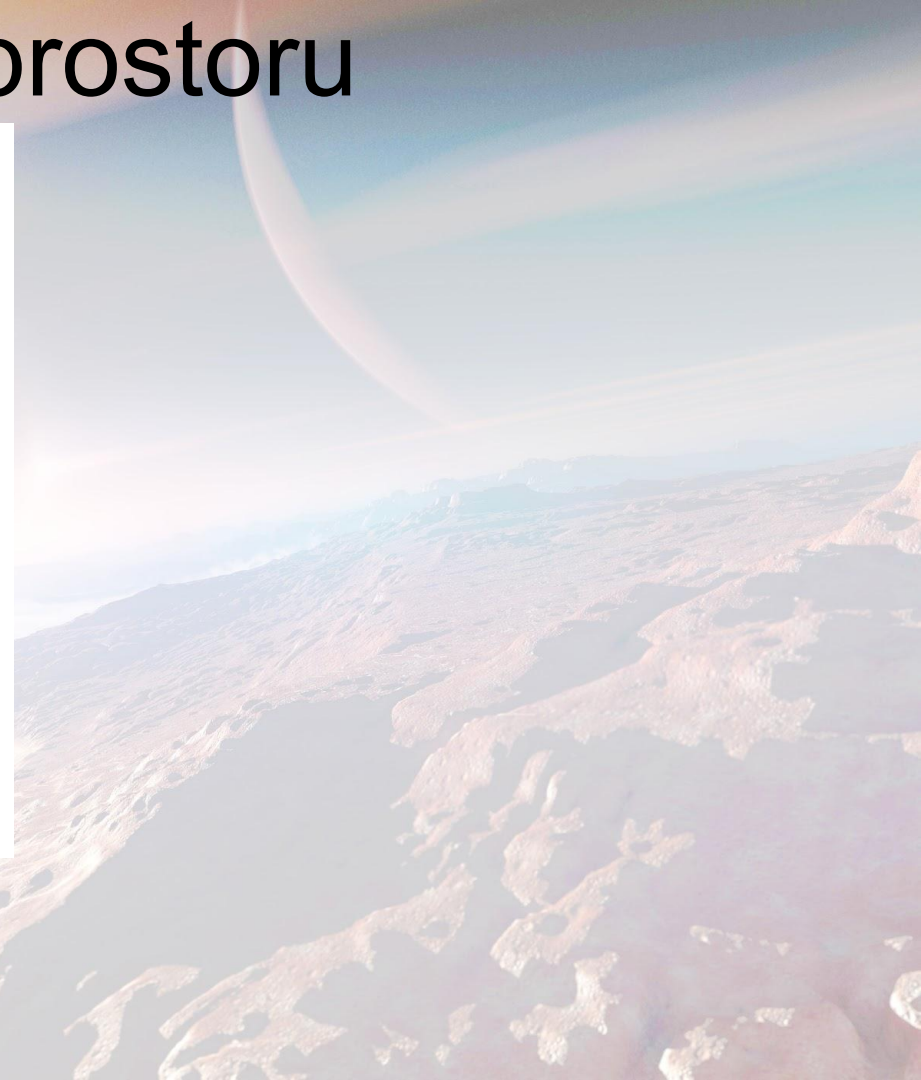
# Dráha v prostoru



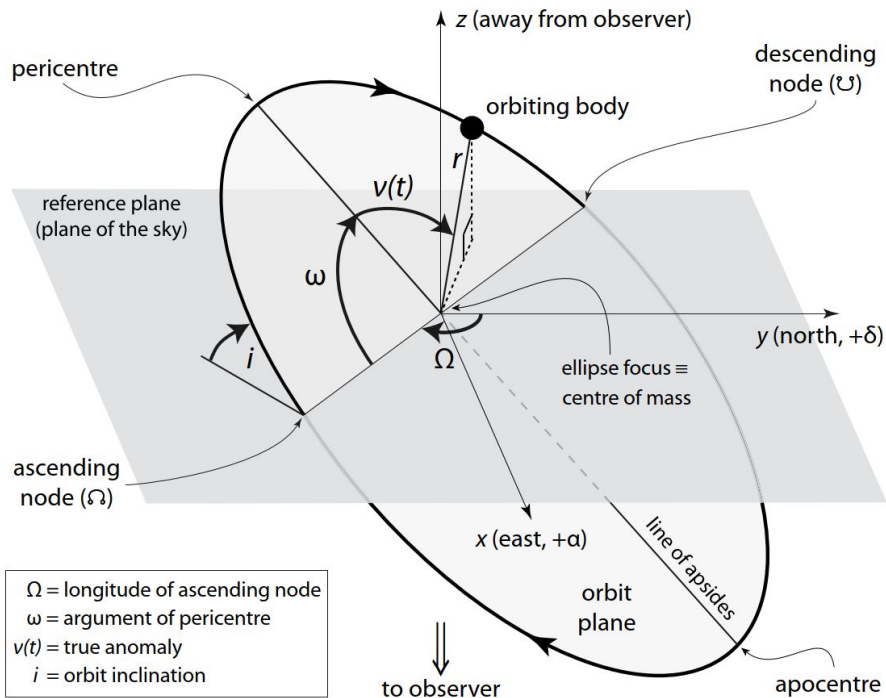
$\Omega$  - délka výstupného uzlu (úhel mezi uzlovou přímkou a směrem k severu)

$\omega$  - argument pericentra (úhel mezi uzlovou přímkou a přímkou apsid), pro  $e=0$  není definován

$i$  - inklinace (úhel mezi rovinou dráhy tělesa a nebeskou sférou).  
 $i < 90^\circ$  - prográdní;  $i > 90^\circ$  - retrográdní



# Dráha v prostoru

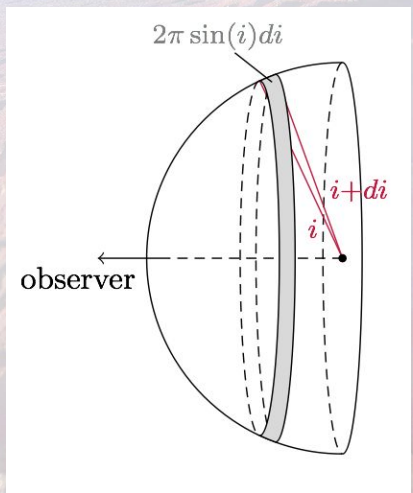


$\Omega$  = longitude of ascending node  
 $\omega$  = argument of pericentre  
 $v(t)$  = true anomaly  
 $i$  = orbit inclination

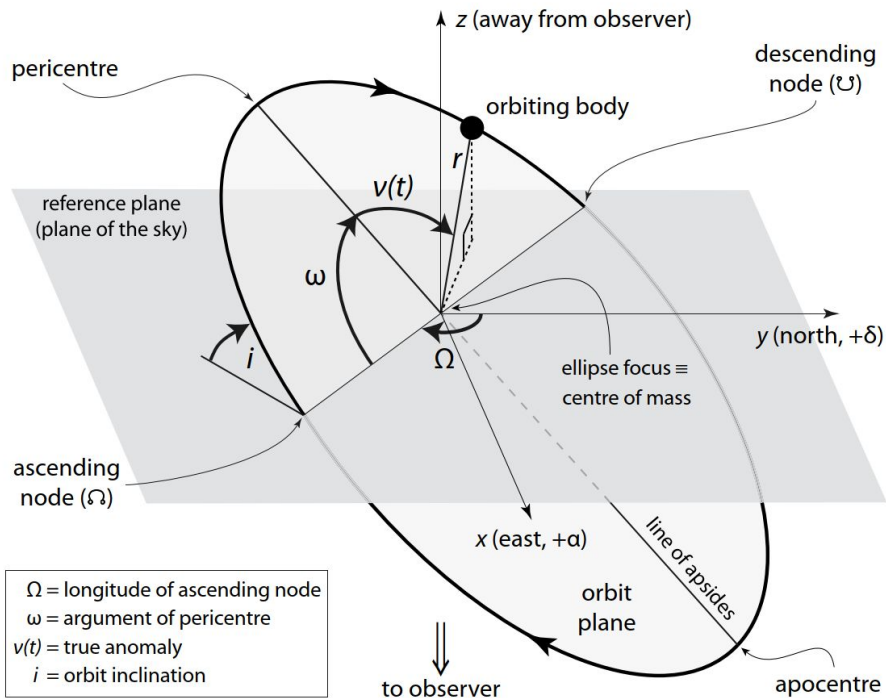
Pravděpodobnost, že bude mít systém inklinaci menší než úhel  $\theta$ :

$$p(i < \theta) = \frac{2 \int_0^\theta p(i) di}{\int_0^\pi p(i) di} = (1 - \cos \theta)$$

$\Omega$  - délka výstupného uzlu (úhel mezi uzlovou přímkou a směrem k severu)  
 $\omega$  - argument pericentra (úhel mezi uzlovou přímkou a přímkou apsid), pro  $e=0$  není definován  
 $i$  - inklinace (úhel mezi rovinou dráhy tělesa a nebeskou sférou).  
 $i < 90^\circ$  - prográdní;  $i > 90^\circ$  - retrográdní



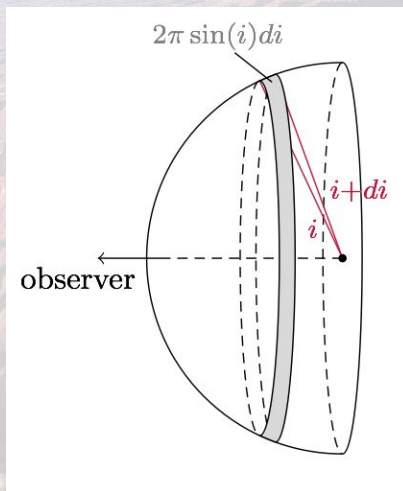
# Dráha v prostoru



Pravděpodobnost, že bude mít systém inklinaci menší než úhel  $\theta$ :

$$p(i < \theta) = \frac{2 \int_0^\theta p(i) di}{\int_0^\pi p(i) di} = (1 - \cos \theta)$$

- $i < 30^\circ$ :  $p \sim 13\%$
- $i < 10^\circ$ :  $p \sim 1.5\%$
- $i < 5^\circ$ :  $p \sim 0.3\%$
- $i < 1^\circ$ :  $p \sim 0.015\%$

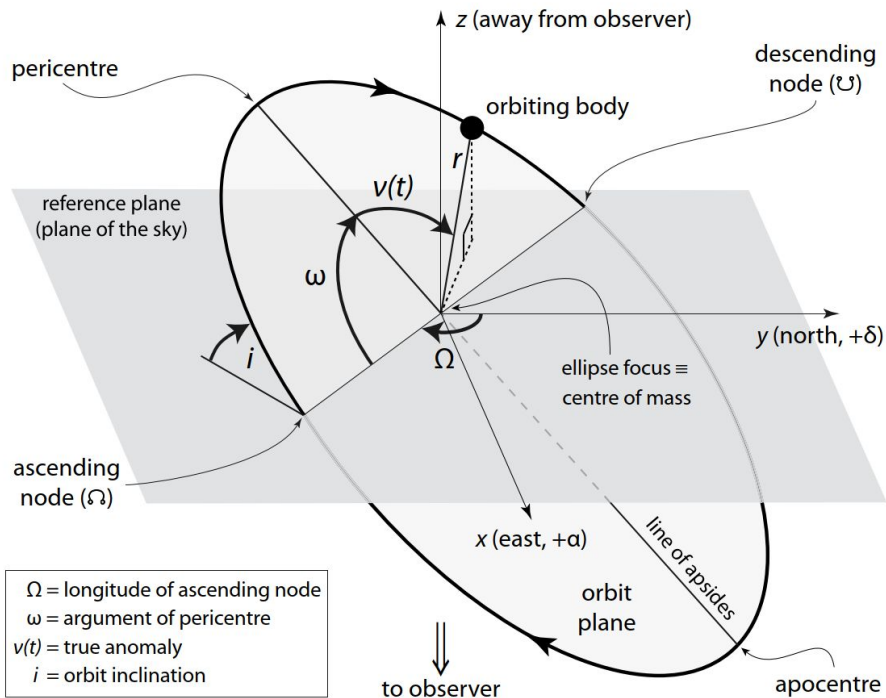


$\Omega$  - délka výstupného uzlu (úhel mezi uzlovou přímkou a směrem k severu)

$\omega$  - argument pericentra (úhel mezi uzlovou přímkou a přímkou apsid), pro  $e=0$  není definován

$i$  - inklinace (úhel mezi rovinou dráhy tělesa a nebeskou sférou).  
 $i < 90^\circ$  - prográdní;  $i > 90^\circ$  - retrográdní

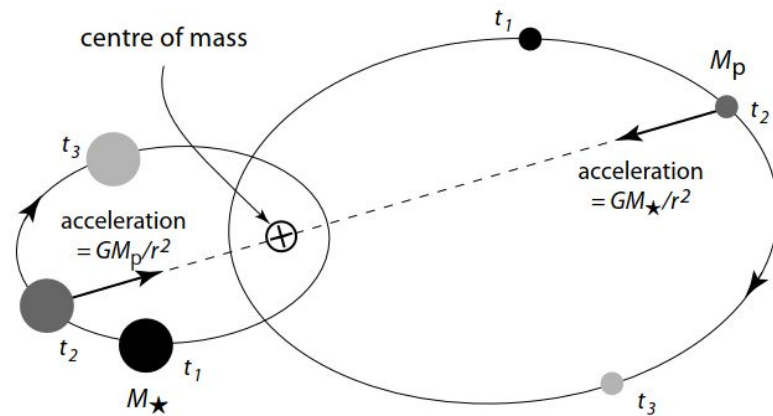
# Dráha v prostoru



$\Omega$  - délka výstupného uzlu (úhel mezi uzlovou přímkou a směrem k severu)

$\omega$  - argument pericentra (úhel mezi uzlovou přímkou a přímkou apsid), pro  $e=0$  není definován

$i$  - inklinace (úhel mezi rovinou dráhy tělesa a nebeskou sférou).  
 $i < 90^\circ$  - prográdní;  $i > 90^\circ$  - retrográdní



$$e_{\text{rel}} = e_{\star} = e_p$$

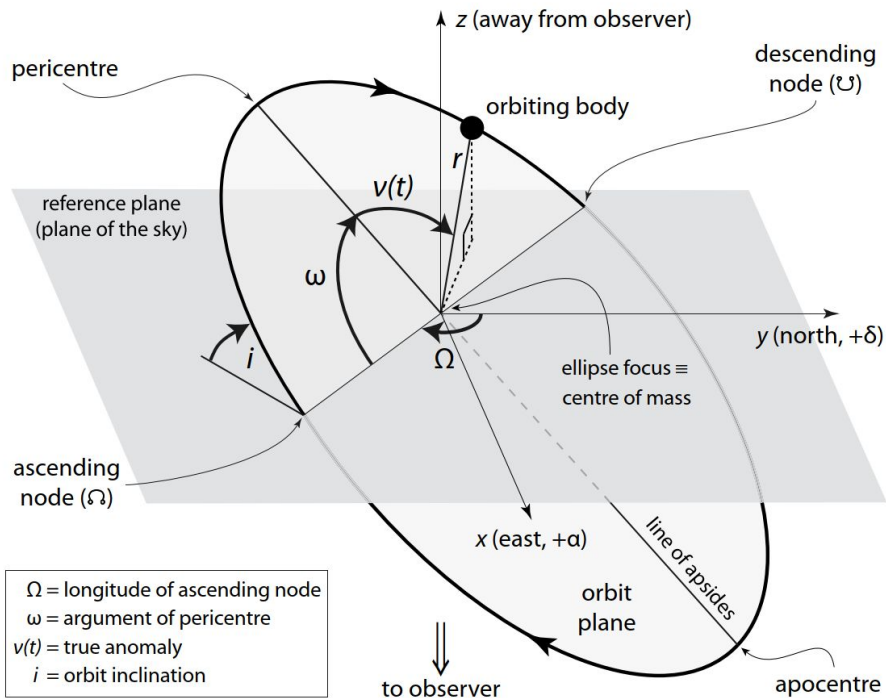
rel - vůči hvězdě

$$P_{\text{rel}} = P_{\star} = P_p$$

$$a_{\star} : a_p : a_{\text{rel}} = M_p : M_{\star} : (M_{\star} + M_p)$$

$$a_{\text{rel}} = a_{\star} + a_p$$

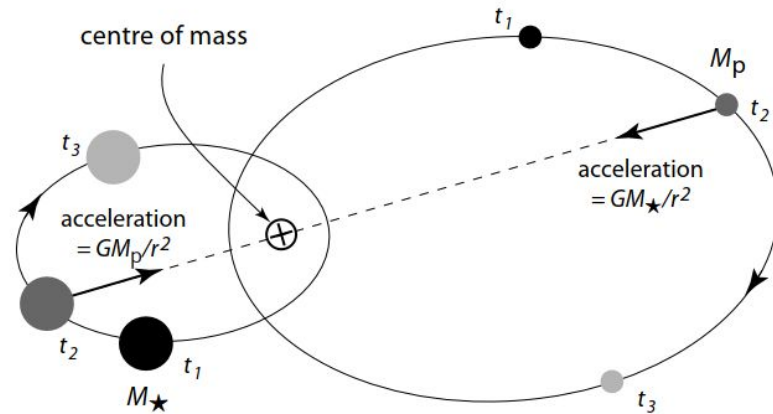
# Dráha v prostoru



$\Omega$  - délka výstupného uzlu (úhel mezi uzlovou přímkou a směrem k severu)

$\omega$  - argument pericentra (úhel mezi uzlovou přímkou a přímkou apsid), pro  $e=0$  není definován

$i$  - inklinace (úhel mezi rovinou dráhy tělesa a nebeskou sférou).  
 $i < 90^\circ$  - prográdní;  $i > 90^\circ$  - retrográdní



$$e_{\text{rel}} = e_\star = e_p$$

rel - vůči hvězdě

$$P_{\text{rel}} = P_\star = P_p$$

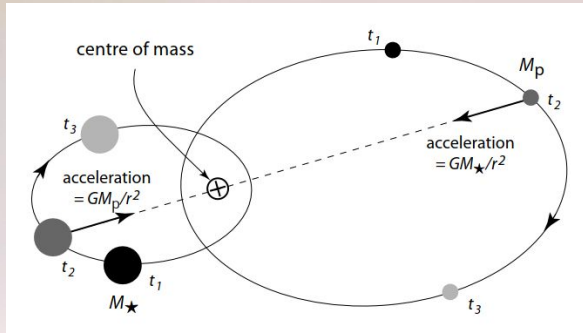
$$a_\star : a_p : a_{\text{rel}} = M_p : M_\star : (M_\star + M_p)$$

$$a_{\text{rel}} = a_\star + a_p$$

Ze studia pohybu hvězdy můžeme odhadnout hmotnost planety - metody astrometrie a měření radiálních rychlostí



# III. Keplerův zákon

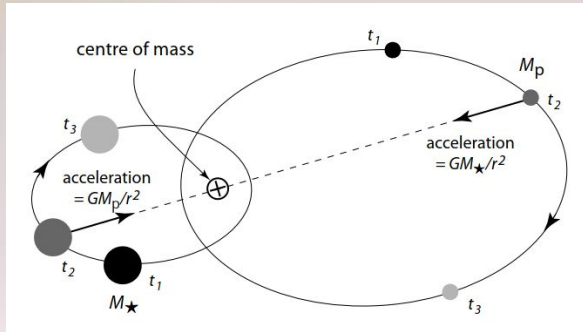


$$M_p a_p = M_* a_*$$

$$a = a_p + a_* = \frac{M_p a_p}{M_*} + a_p = \left( \frac{M_p + M_*}{M_*} \right) a_p$$

$$a_p = \left( \frac{M_*}{M_* + M_p} \right) a$$

# III. Keplerův zákon



$$M_p a_p = M_* a_*$$

$$a = a_p + a_* = \frac{M_p a_p}{M_*} + a_p = \left( \frac{M_p + M_*}{M_*} \right) a_p$$

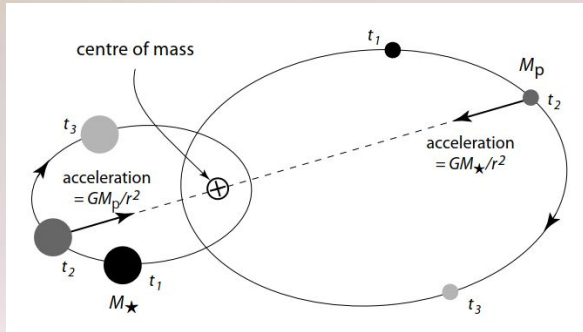
$$a_p = \left( \frac{M_*}{M_* + M_p} \right) a$$

Z rovnováhy sil působících na planetu:

$$F_G = G \frac{M_* M_p}{a^2} \quad F_O = M_p \frac{v_p^2}{a_p} \quad \left| v_p = \frac{2\pi a_p}{P} \right.$$

$$G \frac{M_* M_p}{a^2} = M_p \frac{4\pi^2 a_p^2}{a_p P^2}$$

# III. Keplerův zákon



$$M_p a_p = M_* a_*$$

$$a = a_p + a_* = \frac{M_p a_p}{M_*} + a_p = \left( \frac{M_p + M_*}{M_*} \right) a_p$$

$$a_p = \left( \frac{M_*}{M_* + M_p} \right) a$$

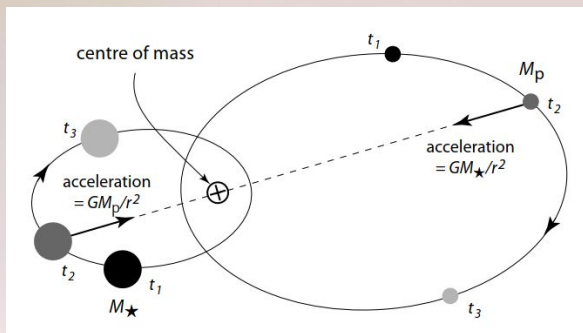
Z rovnováhy sil působících na planetu:

$$F_G = G \frac{M_* M_p}{a^2} \quad F_O = M_p \frac{v_p^2}{a_p} \quad \left| v_p = \frac{2\pi a_p}{P} \right.$$

$$G \frac{M_* M_p}{a^2} = M_p \frac{4\pi^2 a_p^2}{a_p P^2}$$

$$G \frac{M_* M_p}{a^2} = M_p \left( \frac{M_*}{M_* + M_p} \right) a \frac{4\pi^2}{P^2}$$

# III. Keplerův zákon



$$M_p a_p = M_* a_*$$

$$a = a_p + a_* = \frac{M_p a_p}{M_*} + a_p = \left( \frac{M_p + M_*}{M_*} \right) a_p$$

$$a_p = \left( \frac{M_*}{M_* + M_p} \right) a$$

Z rovnováhy sil působících na planetu:

$$F_G = G \frac{M_* M_p}{a^2} \quad F_O = M_p \frac{v_p^2}{a_p} \quad \left| \quad v_p = \frac{2\pi a_p}{P} \right.$$

$$G \frac{M_* M_p}{a^2} = M_p \frac{4\pi^2 a_p^2}{a_p P^2}$$

$$G \frac{M_* M_p}{a^2} = M_p \left( \frac{M_*}{M_* + M_p} \right) a \frac{4\pi^2}{P^2}$$

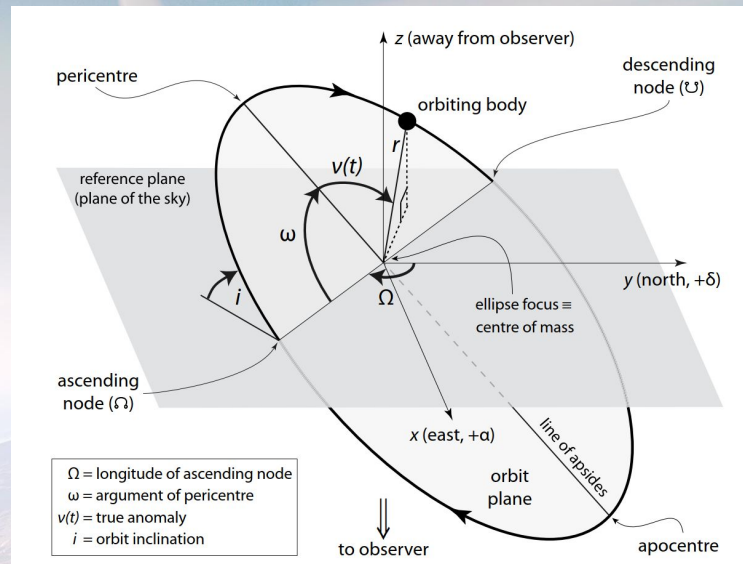
Základní tvar III. Keplerova zákona

$$\frac{a^3}{P^2} = G \frac{M_* + M_p}{4\pi^2}$$

# III. Keplerův zákon -> radiální rychlosti

$$z = r(t) \sin i \sin(\omega + \nu)$$

Souřadnice ve směru od pozorovatele



Základní tvar III. Keplerova zákona

$$\frac{a^3}{P^2} = G \frac{M_* + M_p}{4\pi^2}$$

# III. Keplerův zákon -> radiální rychlosti

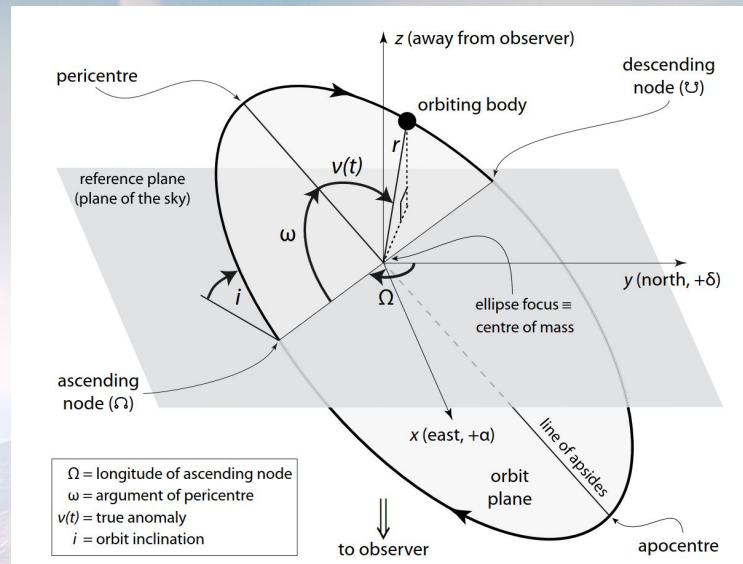
$$z = r(t) \sin i \sin(\omega + \nu)$$

Souřadnice ve směru od pozorovatele

$$v_r \equiv \dot{z} = \sin i [\dot{r} \sin(\omega + \nu) + r \dot{\nu} \cos(\omega + \nu)]$$

rychlost ve směru od pozorovatele =>  
RADIÁLNÍ RYCHLOST

$$v_r = K [\cos(\omega + \nu) + e \cos \omega]$$



Základní tvar III. Keplerova zákona

$$\frac{a^3}{P^2} = G \frac{M_* + M_p}{4\pi^2}$$

# III. Keplerův zákon -> radiální rychlosti

$$z = r(t) \sin i \sin(\omega + \nu)$$

Souřadnice ve směru od pozorovatele

$$v_r \equiv \dot{z} = \sin i [\dot{r} \sin(\omega + \nu) + r \dot{\nu} \cos(\omega + \nu)]$$

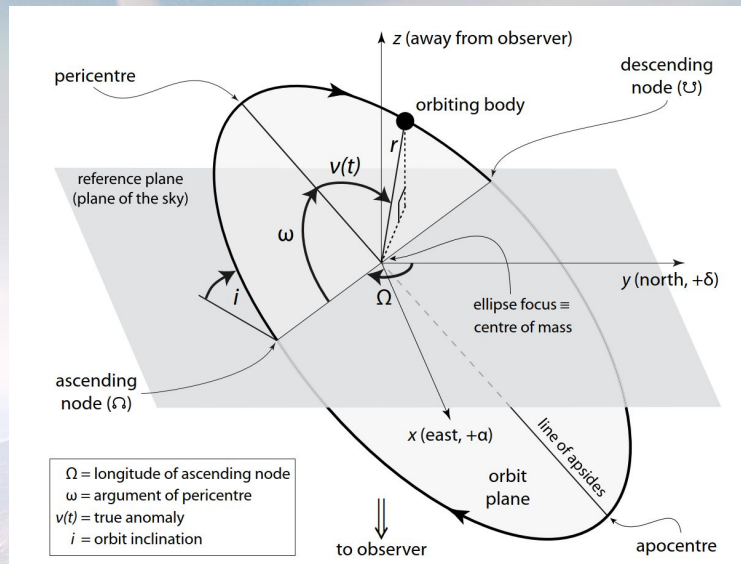
rychlost ve směru od pozorovatele => **RADIÁLNÍ RYCHLOST**

$$v_r = K [\cos(\omega + \nu) + e \cos \omega]$$

Popisuje tvar křivky

Poloamplituda křivky radiálních rychlostí

$$K \equiv \frac{2\pi}{P} \frac{a_\star \sin i}{(1 - e^2)^{1/2}}$$



Základní tvar III. Keplerova zákona

$$\frac{a^3}{P^2} = G \frac{M_\star + M_p}{4\pi^2}$$

# III. Keplerův zákon -> radiální rychlosti

$$z = r(t) \sin i \sin(\omega + \nu) \quad \text{Souřadnice ve směru od pozorovatele}$$

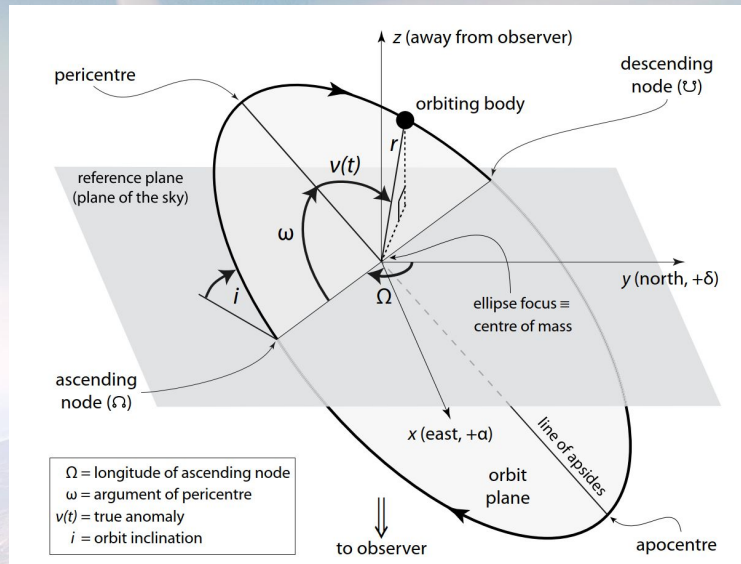
$$v_r \equiv \dot{z} = \sin i [\dot{r} \sin(\omega + \nu) + r \dot{\nu} \cos(\omega + \nu)] \quad \text{rychlost ve směru od pozorovatele => RADIÁLNÍ RYCHLOST}$$

$$v_r = K [\cos(\omega + \nu) + e \cos \omega]$$

Popisuje tvar křivky

Poloamplituda křivky radiálních rychlostí

$$K \equiv \frac{2\pi}{P} \frac{a_\star \sin i}{(1 - e^2)^{1/2}}$$



Základní tvar III. Keplerova zákona

$$\frac{a^3}{P^2} = G \frac{M_\star + M_p}{4\pi^2}$$

$$M_p a_p = M_\star a_\star$$

$$a = a_p + a_\star = \frac{M_p a_p}{M_\star} + a_p = \left( \frac{M_p + M_\star}{M_\star} \right) a_p$$

$$v_p = \frac{2\pi a_p}{P} \quad v_\star = \frac{2\pi a_\star}{P}$$



# III. Keplerův zákon -> radiální rychlosti

$z = r(t) \sin i \sin(\omega + v)$  Souřadnice ve směru od pozorovatele

$v_r \equiv \dot{z} = \sin i [\dot{r} \sin(\omega + v) + r \dot{v} \cos(\omega + v)]$  rychlost ve směru od pozorovatele => **RADIÁLNÍ RYCHLOST**

$$v_r = K [\cos(\omega + v) + e \cos \omega]$$

Popisuje tvar křivky

Poloamplituda křivky radiálních rychlostí

$$K \equiv \frac{2\pi}{P} \frac{a_\star \sin i}{(1 - e^2)^{1/2}}$$

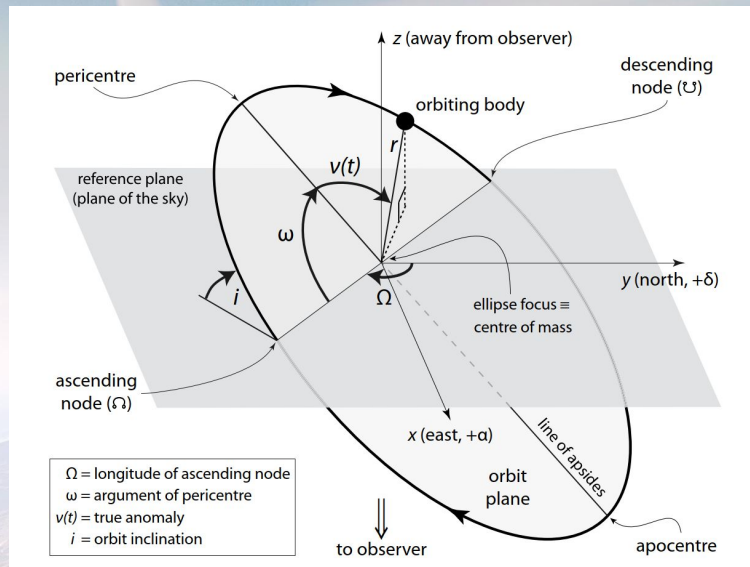
$$M_p a_p = M_\star a_\star$$

$$a = a_p + a_\star = \frac{M_p a_p}{M_\star} + a_p = \left( \frac{M_p + M_\star}{M_\star} \right) a_p$$

$$v_p = \frac{2\pi a_p}{P}$$

$$v_\star = \frac{2\pi a_\star}{P}$$

$$K = \left( \frac{2\pi G}{P} \right)^{1/3} \frac{M_p \sin i}{(M_\star + M_p)^{2/3}} \frac{1}{(1 - e^2)^{1/2}}$$



Základní tvar III. Keplerova zákona

$$\frac{a^3}{P^2} = G \frac{M_\star + M_p}{4\pi^2}$$

# Křivka radiálních rychlostí

$$K = \left( \frac{2\pi G}{P} \right)^{1/3} \frac{M_p \sin i}{(M_\star + M_p)^{2/3}} \frac{1}{(1 - e^2)^{1/2}}$$

$$\mathcal{M} \equiv \frac{M_p^3 \sin^3 i}{(M_\star + M_p)^2}$$

Funkce hmotnosti - při znalosti hmotnosti hvězdy jsme schopni určit jen spodní mez hmotnosti planety

**V kombinaci s metodou tranzitu jsme ale schopni určit hmotnost planety absolutně!**



# Křivka radiálních rychlostí

$$K = \left( \frac{2\pi G}{P} \right)^{1/3} \frac{M_p \sin i}{(M_\star + M_p)^{2/3}} \frac{1}{(1 - e^2)^{1/2}}$$

$$\mathcal{M} \equiv \frac{M_p^3 \sin^3 i}{(M_\star + M_p)^2}$$

Funkce hmotnosti - při znalosti hmotnosti hvězdy jsme schopni určit jen spodní mez hmotnosti planety

**V kombinaci s metodou tranzitu jsme ale schopni určit hmotnost planety absolutně!**

$$K = 28.4 \text{ ms}^{-1} \left( \frac{P}{1 \text{ yr}} \right)^{-1/3} \left( \frac{M_p \sin i}{M_J} \right) \left( \frac{M_\star}{M_\odot} \right)^{-2/3}$$

Maximální výchylka Slunce způsobená Jupiterem ( $P_J = 11.9$  roků): 12.5 m/s

Zemí ( $P_Z = 1$  rok): 0.09 m/s

# Křivka radiálních rychlostí

$$K = \left( \frac{2\pi G}{P} \right)^{1/3} \frac{M_p \sin i}{(M_\star + M_p)^{2/3}} \frac{1}{(1 - e^2)^{1/2}}$$

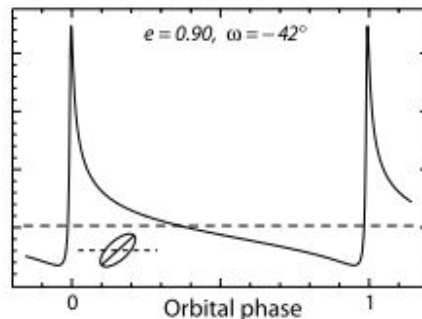
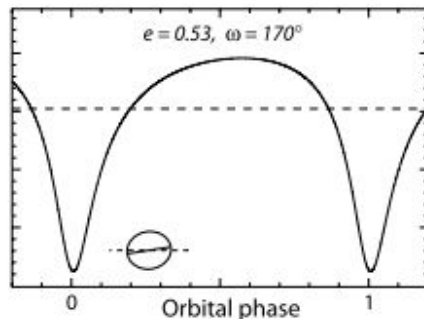
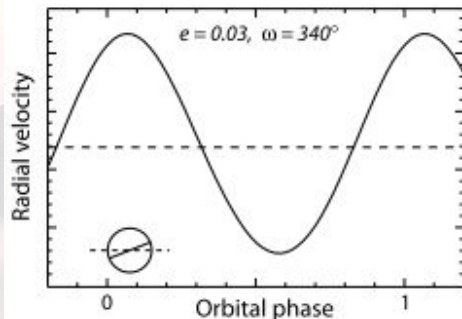
$$\mathcal{M} \equiv \frac{M_p^3 \sin^3 i}{(M_\star + M_p)^2}$$

Funkce hmotnosti - při znalosti hmotnosti hvězdy jsme schopni určit jen spodní mez hmotnosti planety

**V kombinaci s metodou tranzitu jsme ale schopni určit hmotnost planety absolutně!**

$$K = 28.4 \text{ ms}^{-1} \left( \frac{P}{1 \text{ yr}} \right)^{-1/3} \left( \frac{M_p \sin i}{M_J} \right) \left( \frac{M_\star}{M_\odot} \right)^{-2/3}$$

Maximální výchylka Slunce způsobená Jupiterem ( $P_J=11.9$  roků): 12.5 m/s  
Zemí ( $P_Z=1$  rok): 0.09 m/s



$$v_r = K [\cos(\omega + v) + e \cos \omega]$$

Různé tvary křivek RV podle orientace a elipticity dráhy

# Křivka radiálních rychlostí

$$K = \left( \frac{2\pi G}{P} \right)^{1/3} \frac{M_p \sin i}{(M_\star + M_p)^{2/3}} \frac{1}{(1 - e^2)^{1/2}}$$

$$\mathcal{M} \equiv \frac{M_p^3 \sin^3 i}{(M_\star + M_p)^2}$$

Funkce hmotnosti - při znalosti hmotnosti hvězdy jsme schopni určit jen spodní mez hmotnosti planety

**V kombinaci s metodou tranzitu jsme ale schopni určit hmotnost planety absolutně!**

$$K = 28.4 \text{ ms}^{-1} \left( \frac{P}{1 \text{ yr}} \right)^{-1/3} \left( \frac{M_p \sin i}{M_J} \right) \left( \frac{M_\star}{M_\odot} \right)^{-2/3}$$

Maximální výchylka Slunce způsobená Jupiterem ( $P_J = 11.9$  roků): 12.5 m/s

Zemí ( $P_Z = 1$  rok): 0.09 m/s

$$v_r = K [\cos(\omega + \nu) + e \cos \omega]$$

e - Vliv především na tvar, méně pak i na amplitudu

$\omega$  - Vliv především na tvar křivky

i - Zásadní vliv na amplitudu

# Křivka radiálních rychlostí

$$K = \left( \frac{2\pi G}{P} \right)^{1/3} \frac{M_p \sin i}{(M_\star + M_p)^{2/3}} \frac{1}{(1 - e^2)^{1/2}}$$

$$\mathcal{M} \equiv \frac{M_p^3 \sin^3 i}{(M_\star + M_p)^2}$$

Funkce hmotnosti - při znalosti hmotnosti hvězdy jsme schopni určit jen spodní mez hmotnosti planety

**V kombinaci s metodou tranzitu jsme ale schopni určit hmotnost planety absolutně!**

$$K = 28.4 \text{ m s}^{-1} \left( \frac{P}{1 \text{ yr}} \right)^{-1/3} \left( \frac{M_p \sin i}{M_J} \right) \left( \frac{M_\star}{M_\odot} \right)^{-2/3}$$

Maximální výchylka Slunce způsobená Jupiterem ( $P_J = 11.9$  roků): 12.5 m/s  
Zemí ( $P_Z = 1$  rok): 0.09 m/s

Je potřeba započítat i vlastní pohyb hvězdy a lineární trend daný možným souputníkem s dlouhou periodou

$$v_r(t) = K [\cos(\omega + \nu(t)) + e \cos \omega] + \gamma + d(t - t_0)$$

$$v_r = K [\cos(\omega + \nu) + e \cos \omega]$$

e - Vliv především na tvar, méně pak i na amplitudu

$\omega$  - Vliv především na tvar křivky

i - Zásadní vliv na amplitudu

# Metoda radiálních rychlostí - zajímavé výsledky

Vogel 1890, PASP, 2, 27

## ORBIT AND MASS OF THE VARIABLE STAR *ALGOL* ( $\beta$ Persei).

On the 28th of November a very important discovery was communicated to the Academy of Sciences of Berlin by Professor H. C. VOGEL, Director, and Dr. SCHEINER, Astronomer of the Astrophysikalisches Observatorium of Potsdam. I condense from the *Sitzungsberichte* of the Academy, 1889, (page 1045), the following :—

“Three photographic negatives of the spectrum of *Algol* taken during the winter of 1888-9 showed that before a minimum *Algol* was moving away from the sun, and after a minimum it was moving towards it. Three new exposures of November, 1889, confirm this result. The observations taken together afford a very strong support to the theory that the cause of the variations in the light of *Algol* is to be found in the eclipses of this star by a dark (invisible) satellite revolving about it. The phenomena can be explained by assuming

the following particulars of the dimensions of the two bodies :—

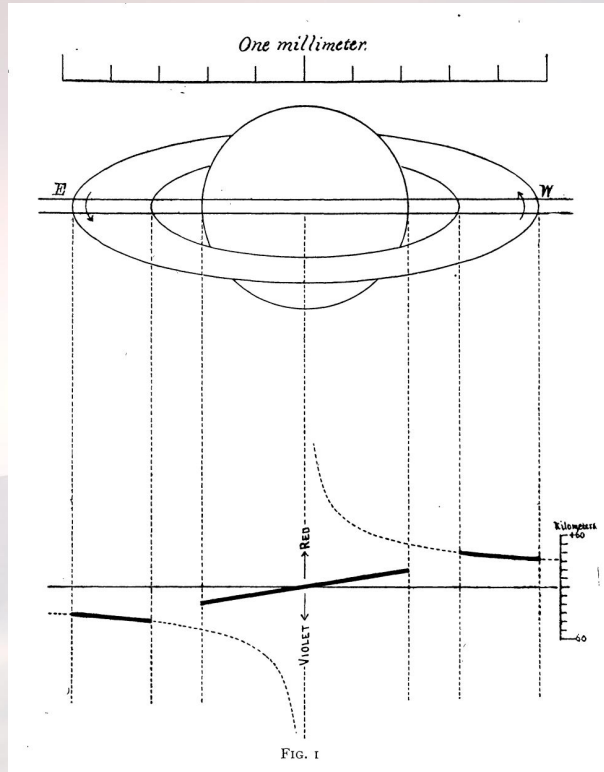
- “ Diameter of *Algol* . . . . . = 230,000 geographical miles.
- “ Diameter of the invisible satellite = 180,000 “ “
- “ Distance between their centres . = 700,000 “ “
- “ Satellite’s velocity in orbit . . . = 12.0 “ “
- “ Mass of *Algol* . . . . . =  $\frac{3}{8}$  of the Sun’s mass.
- “ Mass of the satellite =  $\frac{1}{8}$  “ “ “
- “ Motion of both bodies in the line of sight (toward the Sun) 0.5 geographical miles.”

E. S. H.

# Metoda radiálních rychlostí - zajímavé výsledky

Keeler 1895, ApJ, 1, 41 - Saturn rotuje jako tuhé těleso, prstence keplerovskou rotací

Vogel 1890, PASP, 2, 27



## ORBIT AND MASS OF THE VARIABLE STAR *ALGOL* ( $\beta$ Persei).

On the 28th of November a very important discovery was communicated to the Academy of Sciences of Berlin by Professor H. C. VOGEL, Director, and Dr. SCHEINER, Astronomer of the Astrophysikalisches Observatorium of Potsdam. I condense from the *Sitzungsberichte* of the Academy, 1889, (page 1045), the following:—

“Three photographic negatives of the spectrum of *Algol* taken during the winter of 1888-9 showed that before a minimum *Algol* was moving away from the sun, and after a minimum it was moving towards it. Three new exposures of November, 1889, confirm this result. The observations taken together afford a very strong support to the theory that the cause of the variations in the light of *Algol* is to be found in the eclipses of this star by a dark (invisible) satellite revolving about it. The phenomena can be explained by assuming the following particulars of the dimensions of the two bodies:—

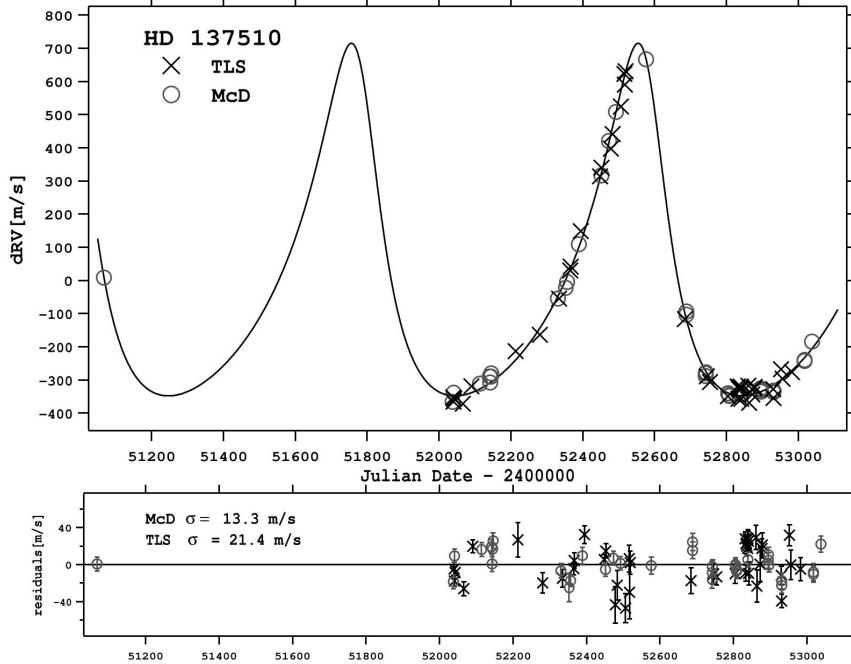
- “Diameter of *Algol* . . . . . = 230,000 geographical miles.
- “Diameter of the invisible satellite = 180,000 “ “
- “Distance between their centres . = 700,000 “ “
- “Satellite’s velocity in orbit . . . = 12.0 “ “
- “Mass of *Algol* . . . . . =  $\frac{4}{5}$  of the Sun’s mass.
- “Mass of the satellite =  $\frac{1}{5}$  “ “ “
- “Motion of both bodies in the line of sight (toward the Sun) 0.5 geographical miles.”

E. S. H.

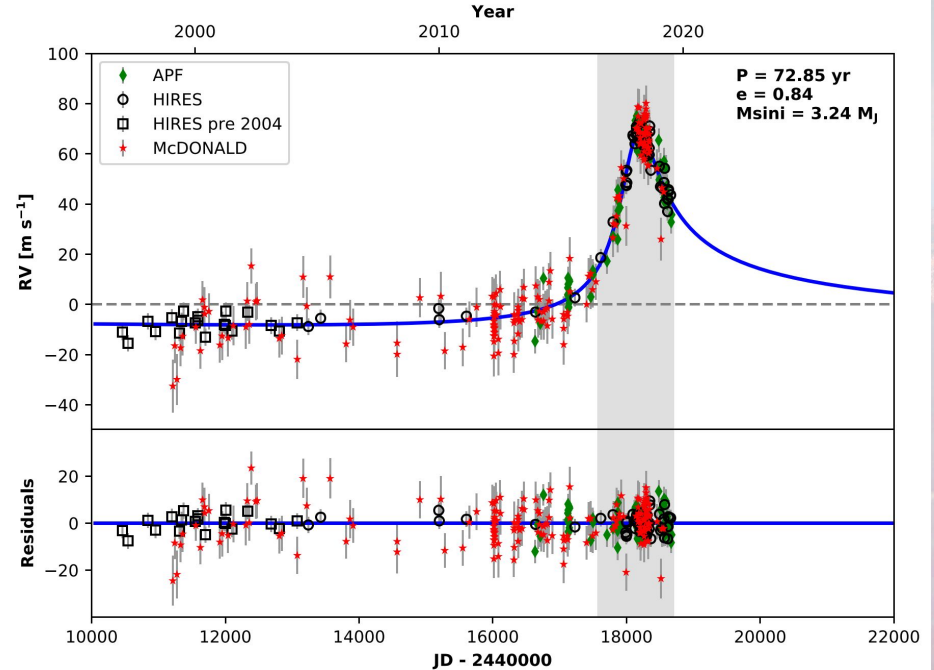


# Metoda radiálních rychlostí - zajímavé výsledky

Endl et al. 2004, ApJ, 611, 1121



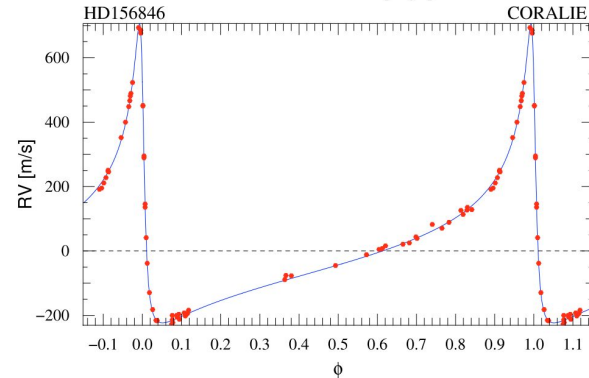
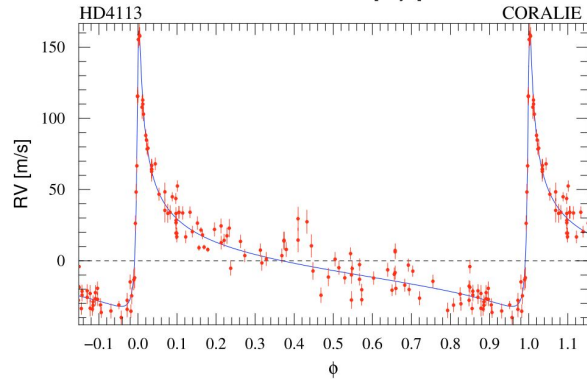
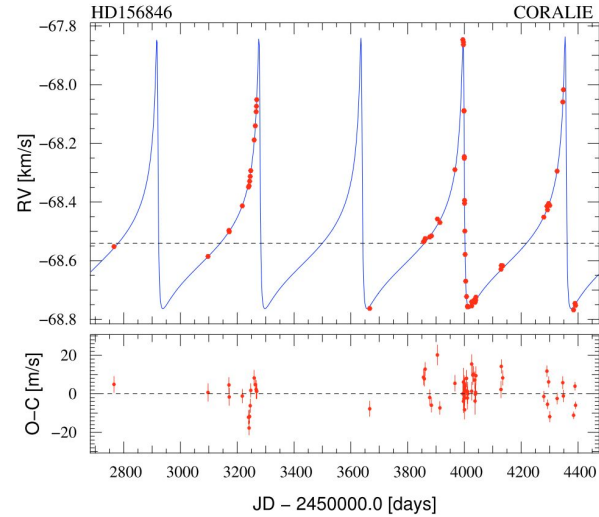
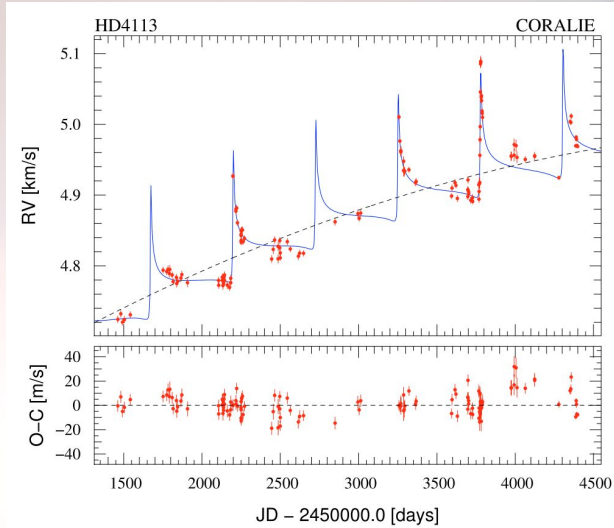
Blunt et al. 2019, AJ, 158, 181



Dlouhodobá měření mohou ukázat na přítomnost planet

# Metoda radiálních rychlostí - zajímavé výsledky

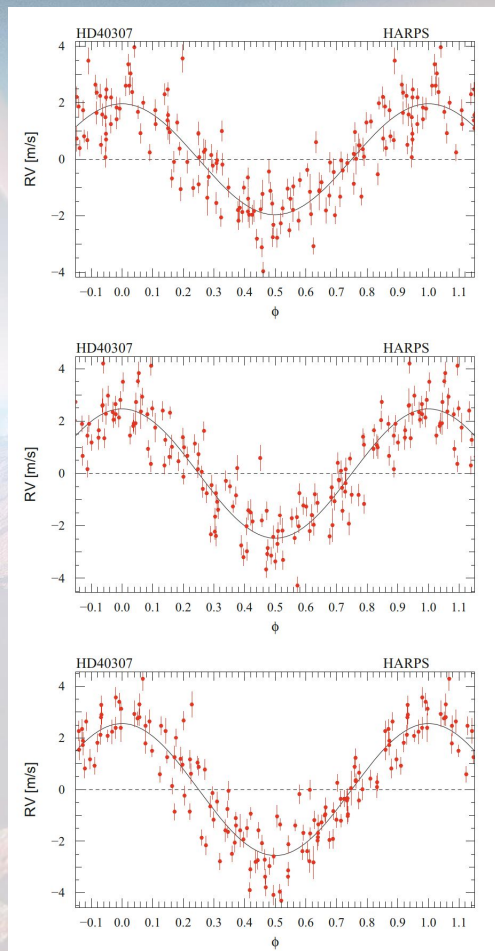
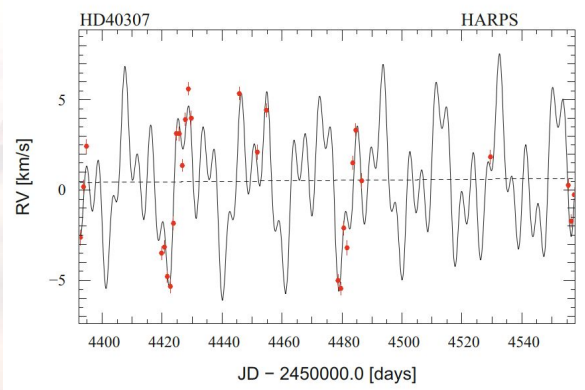
Tamuz et al. 2008, A&A, 480, 33



# Metoda radiálních rychlostí - zajímavé výsledky

Mayor et al. 2009, A&A, 493, 639

Parameter		HD 40307 b	HD 40307 c	HD 40307 d
$P$	[days]	$4.3115 \pm 0.0006$	$9.620 \pm 0.002$	$20.46 \pm 0.01$
$T$	[JD-2 400 000]	$54\,562.77 \pm 0.08$	$54\,551.53 \pm 0.15$	$54\,532.42 \pm 0.29$
$e$		0.0	0.0	0.0
$\omega$	[deg]	0.0	0.0	0.0
$K$	[m s <sup>-1</sup> ]	$1.97 \pm 0.11$	$2.47 \pm 0.11$	$4.55 \pm 0.12$
$V$	[km s <sup>-1</sup> ]		31.332	
drift	[m s <sup>-1</sup> /yr]		$0.51 \pm 0.10$	
$f(m)$	[10 <sup>-14</sup> $M_{\odot}$ ]	0.35	1.53	3.59
$m_2 \sin i$	[ $M_{\oplus}$ ]	4.2	6.9	9.2
$a$	[AU]	0.047	0.081	0.134
$N_{\text{meas}}$			135	
Span	[days]		1628	
$\sigma$ (O-C)	[ms <sup>-1</sup> ]		0.85	
$\chi_{\text{red}}^2$			2.57	



# Metoda radiálních rychlostí - zajímavé výsledky

Fischer et al. 2008, ApJ, 675, 790 - 5 planet okolo 55 Cnc

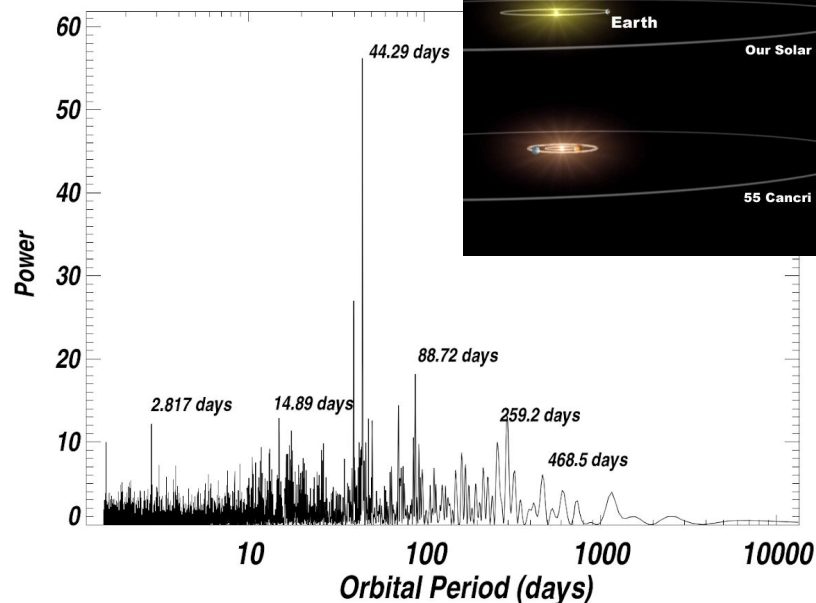
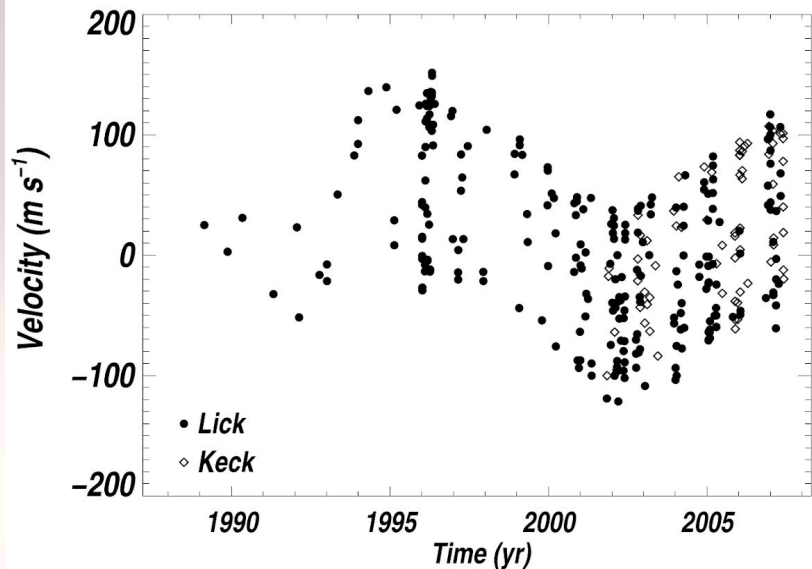
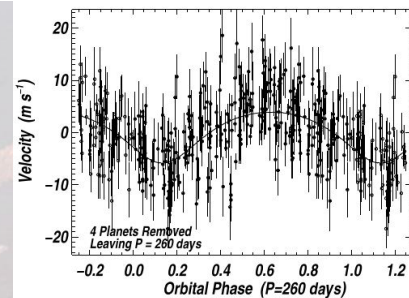


TABLE 2  
ORBITAL PARAMETERS FOR THE FIVE-PLANET MODEL

Planet <sup>a</sup>	Period (days)	$T_p$	$e$	$\omega$ (deg)	$K$ ( $m s^{-1}$ )	$M \sin i$ ( $M_{Jup}$ )	$a$ (AU)
e.....	$2.81705 \pm 0.0001$	$249999.83643 \pm 0.0001$	$0.07 \pm 0.06$	$248.9 \pm 38$	$5.07 \pm 0.53$	$0.034 \pm 0.0036$	$0.038 \pm 1.0 \times 10^{-6}$
b.....	$14.65162 \pm 0.0007$	$2450002.94749 \pm 1.2$	$0.014 \pm 0.008$	$131.94 \pm 30$	$71.32 \pm 0.41$	$0.824 \pm 0.007$	$0.115 \pm 1.1 \times 10^{-6}$
c.....	$44.3446 \pm 0.007$	$2449989.3385 \pm 3.3$	$0.086 \pm 0.052$	$77.9 \pm 29$	$10.18 \pm 0.43$	$0.169 \pm 0.008$	$0.240 \pm 4.5 \times 10^{-5}$
f.....	$260.00 \pm 1.1$	$2450080.9108 \pm 1.1$	$0.2 \pm 0.2$ (f)	$181.1 \pm 60$	$4.879 \pm 0.6$	$0.144 \pm 0.04$	$0.781 \pm 0.007$
d.....	$5218 \pm 230$	$2452500.6 \pm 230$	$0.025 \pm 0.03$	$181.3 \pm 32$	$46.85 \pm 1.8$	$3.835 \pm 0.08$	$5.77 \pm 0.11$

<sup>a</sup> Planets are listed in order of increasing orbital period; however, the planet designations, b–f, correspond to the chronological order of their discovery.



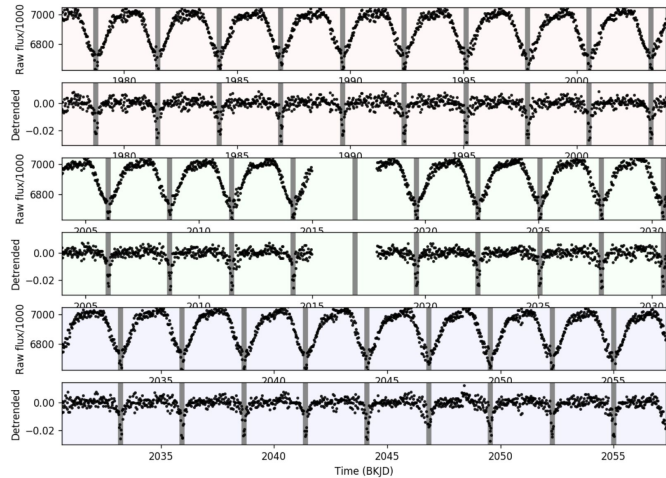
# Křivka radiálních rychlostí

Ověřování exoplanetární povahy kandidátů identifikovaných ve fotometrických přehlídkách

EPIC 201534540=HD 99458 - identifikován v K2, Barros et al. 2016, A&A, 594, 100

PDC Detrending

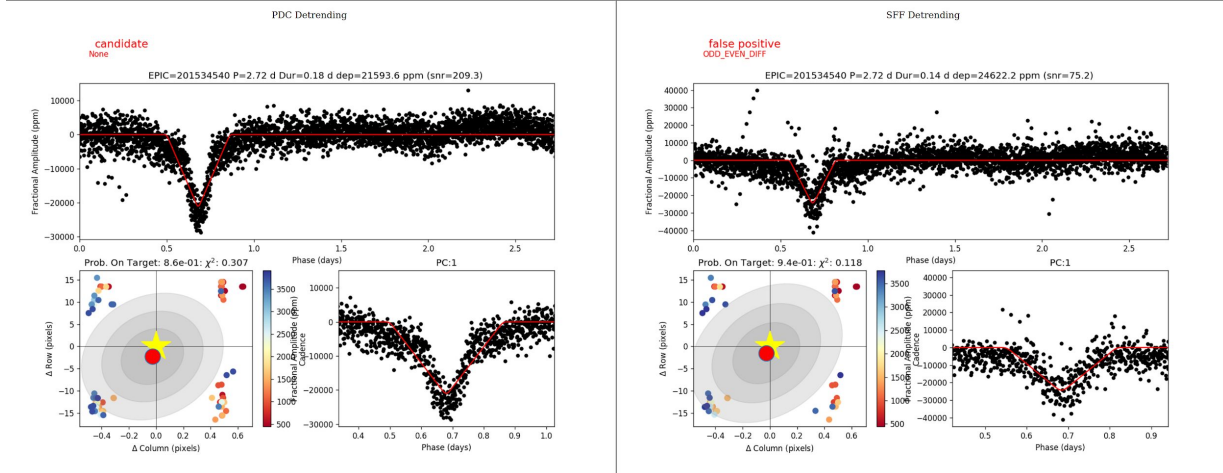
EPIC 201534540 Campaign 1



EPIC 201534540

Candidate with Period = 2.722732 Days and Epoch = 1981.491832 BKJD

Summary Plots

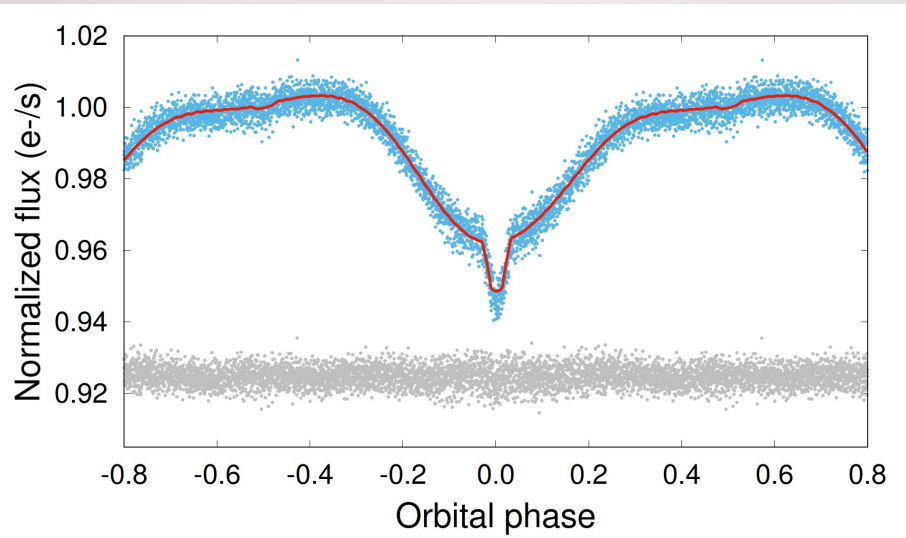


# Křivka radiálních rychlostí

Ověřování exoplanetární povahy kandidátů identifikovaných ve fotometrických přehlídkách

EPIC 201534540=HD 99458 - identifikován v K2, Barros et al. 2016, A&A, 594, 100

Měření radiálních rychlostí v Ondřejově - souputník je červený trpaslík, Skarka et al. 2019, MNRAS, 487, 4230

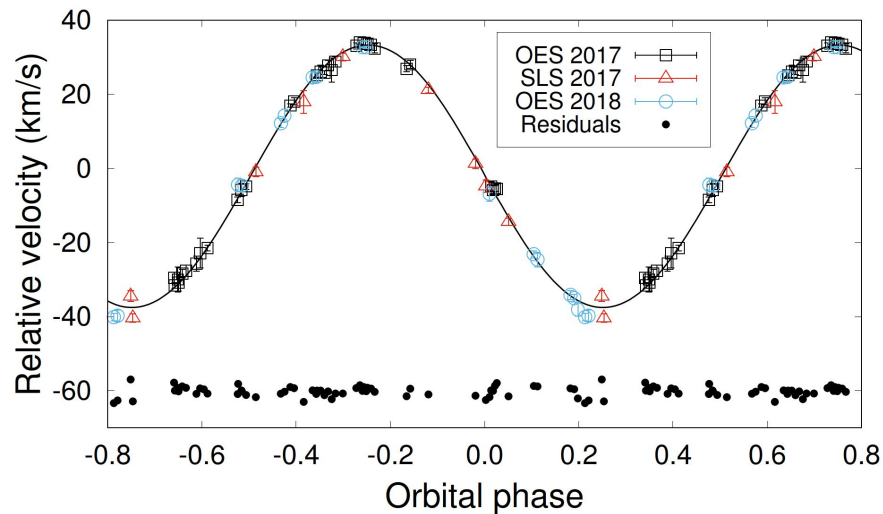
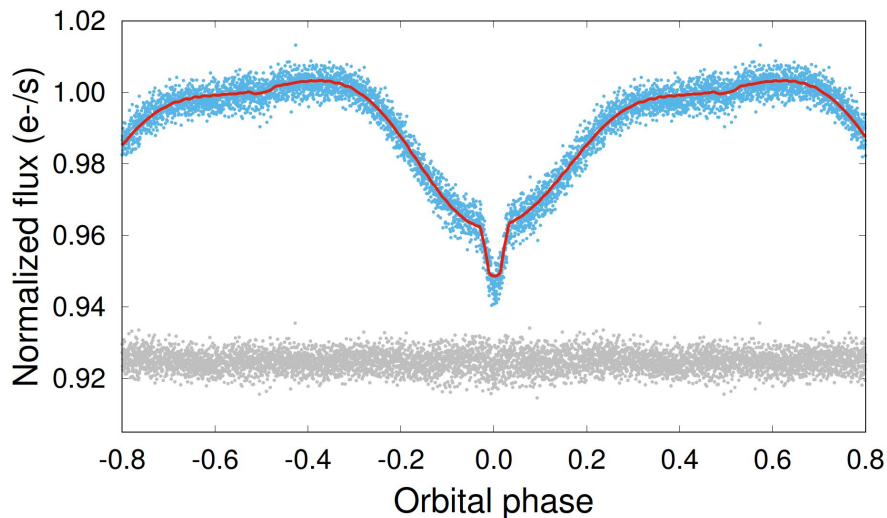


# Křivka radiálních rychlostí

Ověřování exoplanetární povahy kandidátů identifikovaných ve fotometrických přehlídkách

EPIC 201534540=HD 99458 - identifikován v K2, Barros et al. 2016, A&A, 594, 100

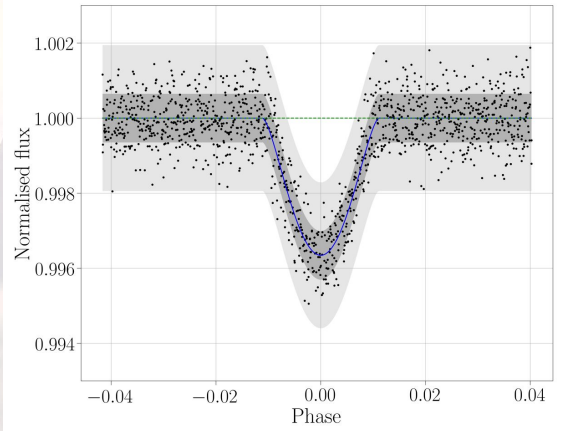
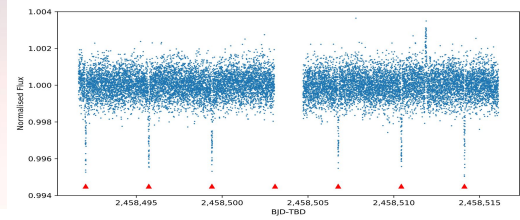
Měření radiálních rychlostí v Ondřejově - souputník je červený trpaslík, Skarka et al. 2019, MNRAS, 487, 4230



# Křivka radiálních rychlostí

Ověřování exoplanetární povahy kandidátů identifikovaných ve fotometrických přehlídkách

TOI-503 - První hnědý trpaslík objevený TESS, Šubjak et al. 2020, AJ, 159, 151

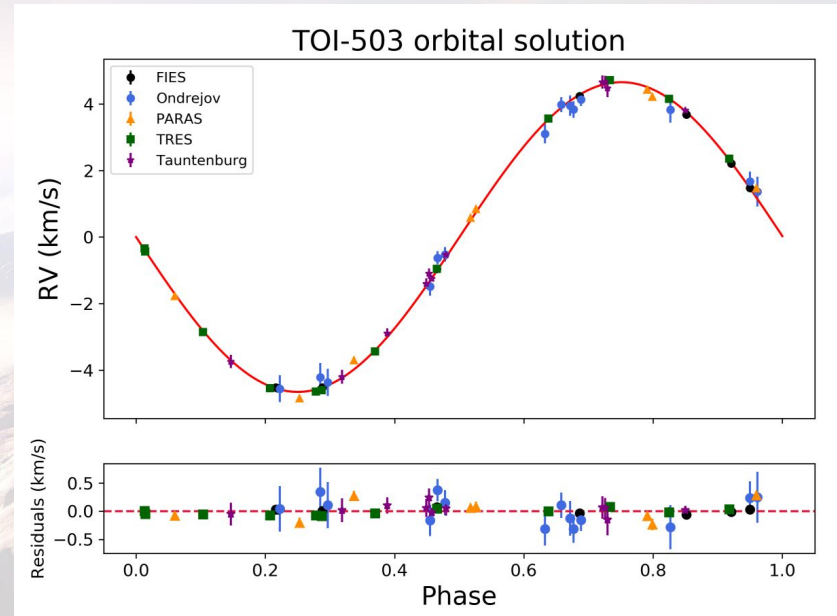
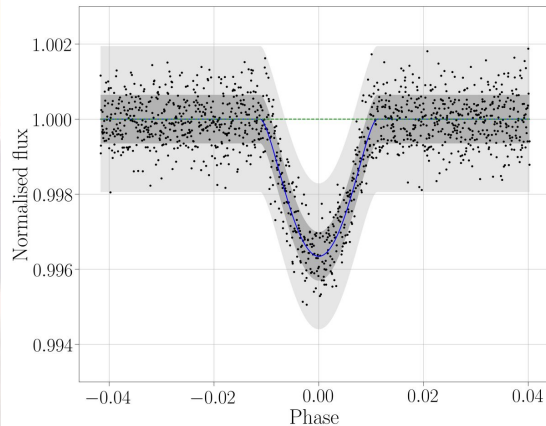
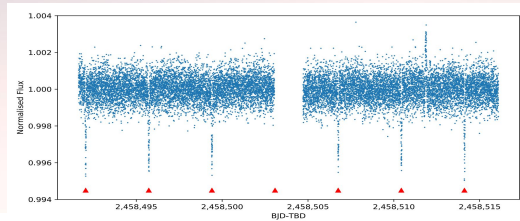




# Křivka radiálních rychlostí

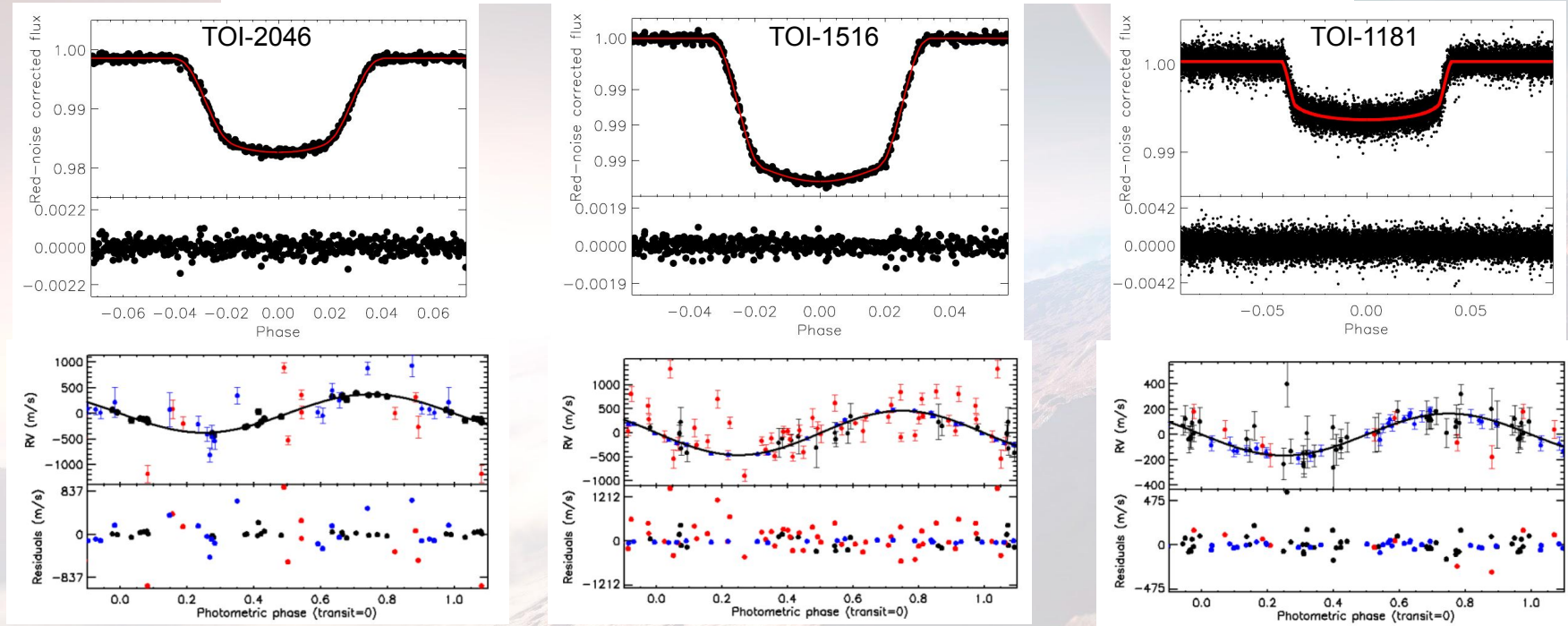
Ověřování exoplanetární povahy kandidátů identifikovaných ve fotometrických přehlídkách

TOI-503 - První hnědý trpaslík objevený TESS, Šubjak et al. 2020, AJ, 159, 151



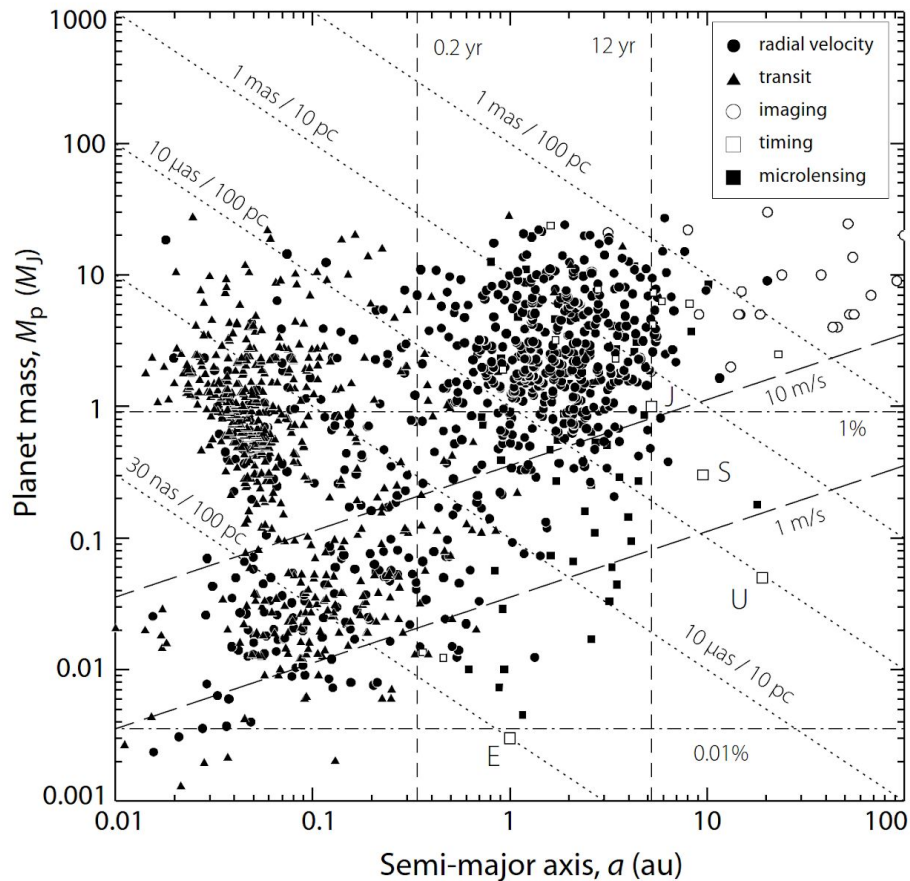
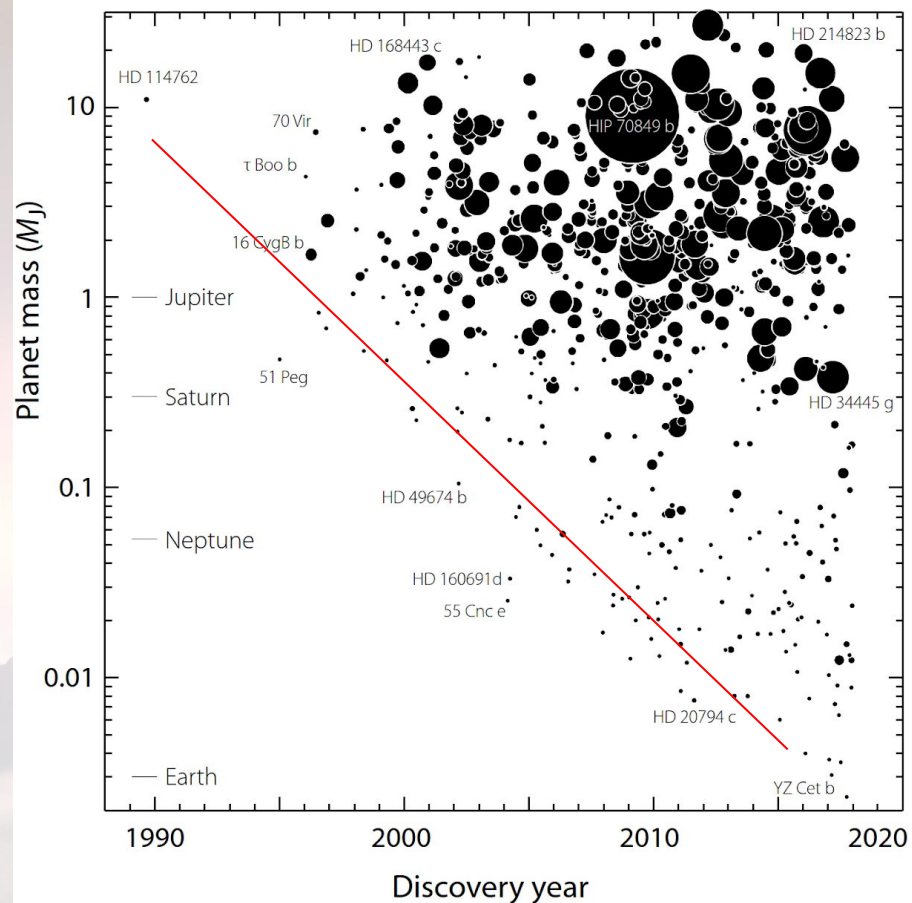


## TOI-2046b, TOI-1181b, and TOI-1516b, three new hot Jupiters from *TESS*: planets orbiting a young star, a subgiant, and a normal star



Červené body OES, modré/černé TLS, modré/černé TUL

# Metoda radiálních rychlostí - statistiky a limity

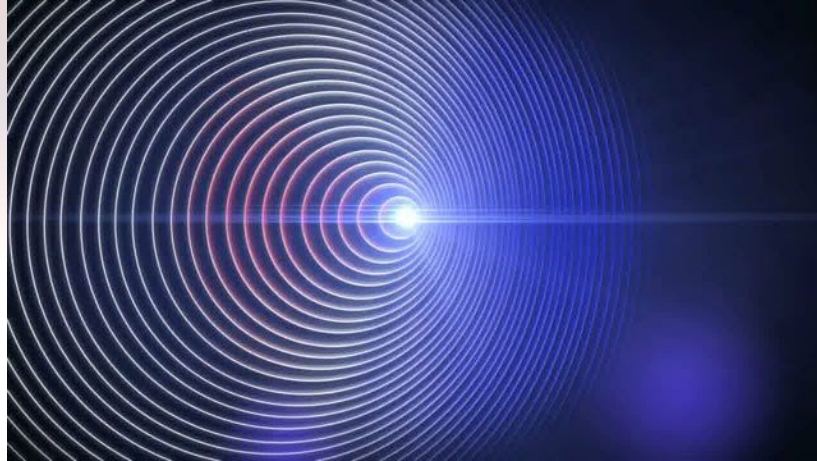


# Dopplerův jev

Změna pozorované frekvence vlivem pohybu zdroje a pozorovatele

$$f_{\text{poz}} = \left( \frac{c \pm v_{\text{poz}}}{c \mp v_{\text{zdroj}}} \right) f_0$$

$f_0$  - frekvence vlnění  
 $f_{\text{poz}}$  - pozorovaná frekvence  
 $c$  - rychlost vlnění  
 $v_{\text{poz}}$  - rychlost pozorovatele  
 $v_{\text{zdroj}}$  - rychlost zdroje



Christian Doppler (1803–1853)

Konvence:

Objekt se vzdaluje (červený posuv):  $K$  je kladné

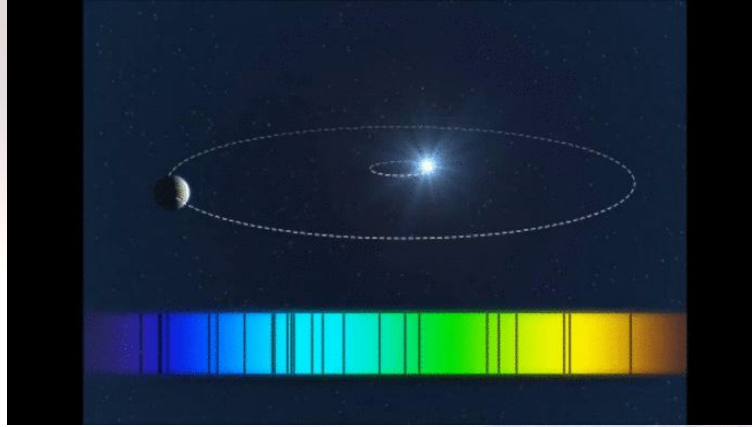
Objekt se přibližuje (modrý posuv):  $K$  je záporné

# Dopplerův jev

Změna pozorované frekvence vlivem pohybu zdroje a pozorovatele

$$f_{\text{poz}} = \left( \frac{c \pm v_{\text{poz}}}{c \mp v_{\text{zdroj}}} \right) f_0$$

$f_0$  - frekvence vlnění  
 $f_{\text{poz}}$  - pozorovaná frekvence  
 $c$  - rychlost vlnění  
 $v_{\text{poz}}$  - rychlost pozorovatele  
 $v_{\text{zdroj}}$  - rychlost zdroje



Christian Doppler (1803–1853)

Konvence:

Objekt se vzdaluje (červený posuv):  $K$  je kladné

Objekt se přibližuje (modrý posuv):  $K$  je záporné

$$f_{\text{poz}} = \left( \frac{c}{c - v} \right)$$

→

$$\frac{c}{\lambda_{\text{poz}}} (c - v) = \frac{c^2}{\lambda_{\text{poz}}}$$

$$c \left( 1 - \frac{v}{c} \right) = \frac{\lambda_{\text{poz}}}{\lambda_0} c$$

$$\frac{v}{c} = \frac{\lambda_{\text{poz}} - \lambda_0}{\lambda_0} = \frac{\Delta \lambda}{\lambda_0}$$

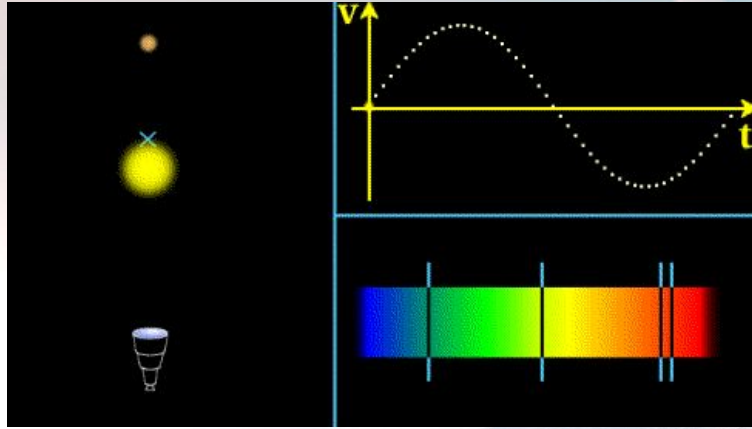
$$f_{\text{poz}} = c \lambda_{\text{poz}} \quad f_0 = c \lambda_0$$

# Dopplerův jev

Změna pozorované frekvence vlivem pohybu zdroje a pozorovatele

$$f_{\text{poz}} = \left( \frac{c \pm v_{\text{poz}}}{c \mp v_{\text{zdroj}}} \right) f_0$$

$f_0$  - frekvence vlnění  
 $f_{\text{poz}}$  - pozorovaná frekvence  
 $c$  - rychlost vlnění  
 $v_{\text{poz}}$  - rychlost pozorovatele  
 $v_{\text{zdroj}}$  - rychlost zdroje



Christian Doppler (1803–1853)

Konvence:

Objekt se vzdaluje (červený posuv):  $K$  je kladné

Objekt se přibližuje (modrý posuv):  $K$  je záporné

$$f_{\text{poz}} = \left( \frac{c}{c - v} \right)$$

→

$$\frac{c}{\lambda_{\text{poz}}} (c - v) = \frac{c^2}{\lambda_{\text{poz}}}$$

$$c \left( 1 - \frac{v}{c} \right) = \frac{\lambda_{\text{poz}}}{\lambda_0} c$$

$$\frac{v}{c} = \frac{\lambda_{\text{poz}} - \lambda_0}{\lambda_0} = \frac{\Delta \lambda}{\lambda_0}$$

$$f_{\text{poz}} = c \lambda_{\text{poz}} \quad f_0 = c \lambda_0$$

# Dopplerův jev

$$\frac{v}{c} = \frac{\lambda_{\text{poz}} - \lambda_0}{\lambda_0} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0}$$

Posuv spektrálních čar  $\Delta\lambda$  je nepřímo úměrný rychlosti světla => nutnost měřit velmi malé posuvy

Amplitudy způsobené exoplanetami typicky  $< 1 \text{ km/s}$  → na  $400 \text{ nm}$  posuv  $\Delta\lambda$   $0.0013 \text{ nm}$ !  
=> Extrémní nároky na stabilitu spektrografu, zpracování dat a analytické metody