

# Historie III.

Vývoj fyziky v rámci  
mechanického obrazu světa



Vladimír Štefl

Ústav teoretické fyziky a astrofyziky

# Vznik klasické mechaniky

1. Fyzika se odděluje od chemie, alchymie, biologie
2. Začínají se v ní prosazovat experimentální metody, spojené s měřením, s rozvíjením technické stránky přístrojů - dalekohled, mikroskop, tlakoměr, kyvadlové hodiny, teploměr
3. Jsou shromážděny poznatky, teorie, prosazuje se vědecké vysvětlování fyzikálních jevů
4. Vedle indukce se začíná prosazovat dedukce
5. Je využívána matematika, kartézská soustava souřadnic, trigonometrické funkce, logaritmus, diferenciální a integrální počet...
6. Roste význam vědy, **fyzika** se stává **vědeckou disciplínou**

# Galileo Galilei 1564 - 1642

*Fyzika sestoupila z oblohy po nakloněné rovině*

## *životopis*

zakladatel experimentální fyziky, r. 1589 jmenován profesorem na univerzitě v Pise r. 1590 *O pohybu*, dialog Alexandra a Dominika, odmítnutí Aristotelových představ o pohybu, o *tělesech těžkých a lehkých*, o tom, že *rychlosť padajících těles je závislá na jejich tíze*, experimenty na šikmé věží v Pise - *rychlosť padajících těles je stejná pro všechna tělesa*

r. 1592 profesor matematiky na univerzitě v Padově, přednášky vycházely z Elementů Euklida, Almagestu Ptolemaia + výsledky vlastních experimentů

# Galileo Galilei - mechanika, astronomie

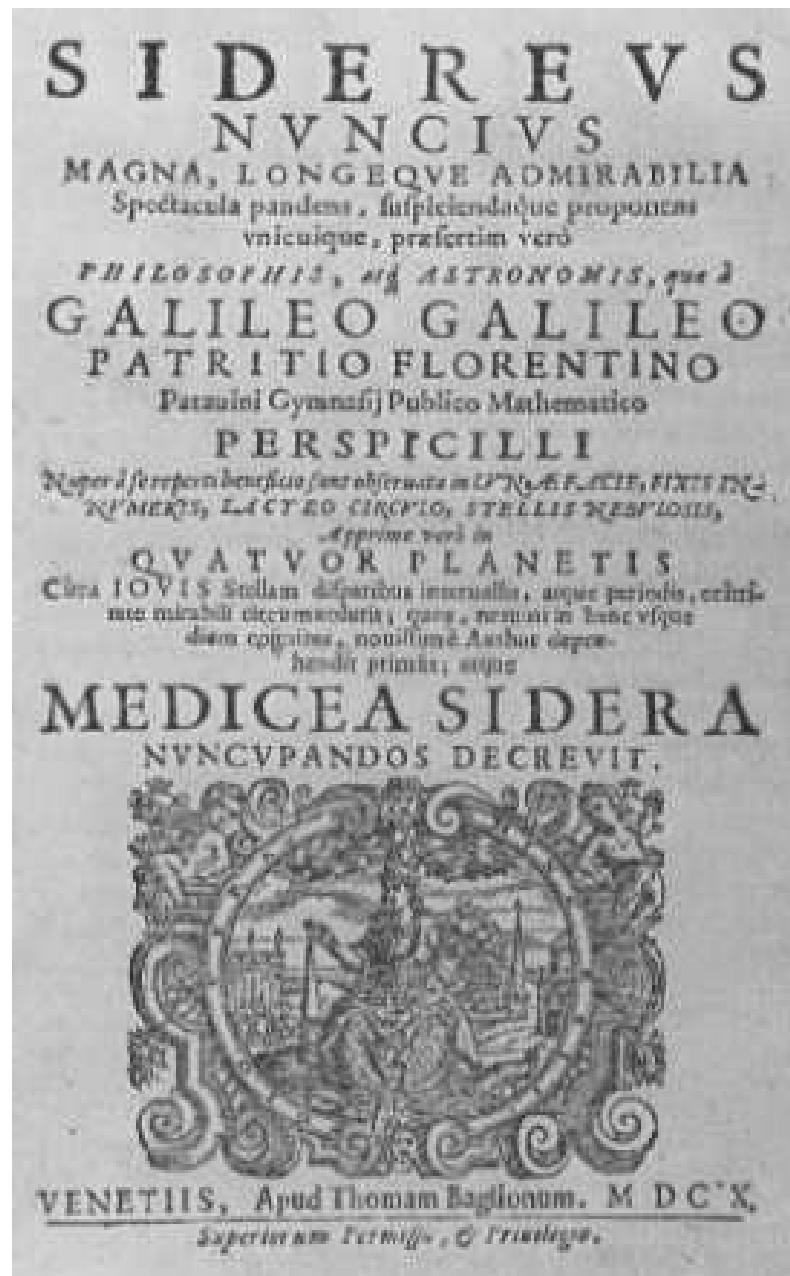
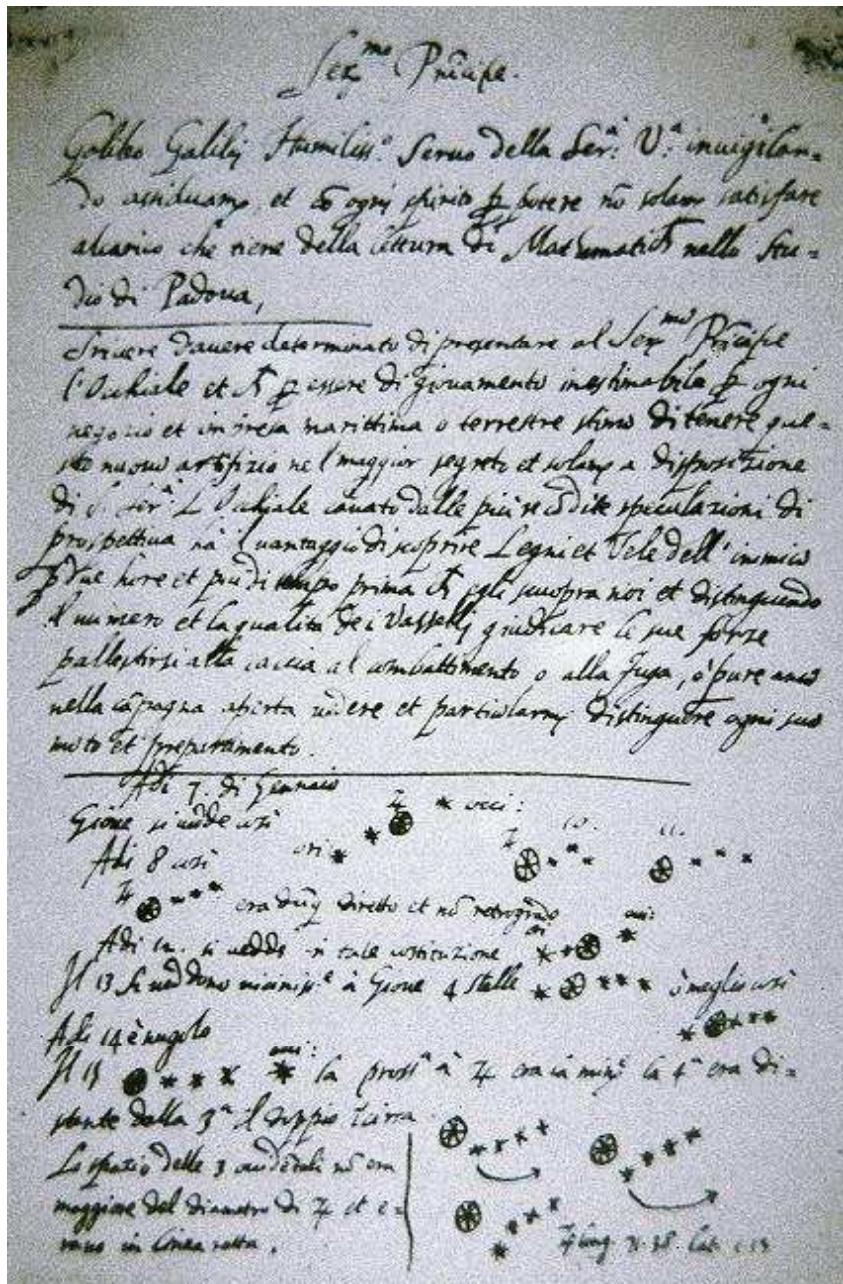
*O mechanice a výhodách získávaných z mechanických zařízení r. 1600*

zkoumána páka, klín, šroub, nakloněná rovina, Galileův padostroj (nakloněná rovina se změnou sklonu), studium rovnoměrně zrychleného pohybu

jako experimentátor sestrojil dalekohled, postupně zlepšoval technickou stránku, použil ho od konce roku 1609 k systematickému pozorování kosmických těles, hory na Měsíci, u Jupitera medicejské hvězdy - měsíce Io, Europa, Ganymedes a Kallisto, hvězdy v Mléčné dráze, interpretace pozorování, výsledky publikoval v březnu r. 1610 ve spisu

*Sidereus Nuncius - Hvězdný posel*

# Sidereus Nuncius - Hvězdný posel r. 1610



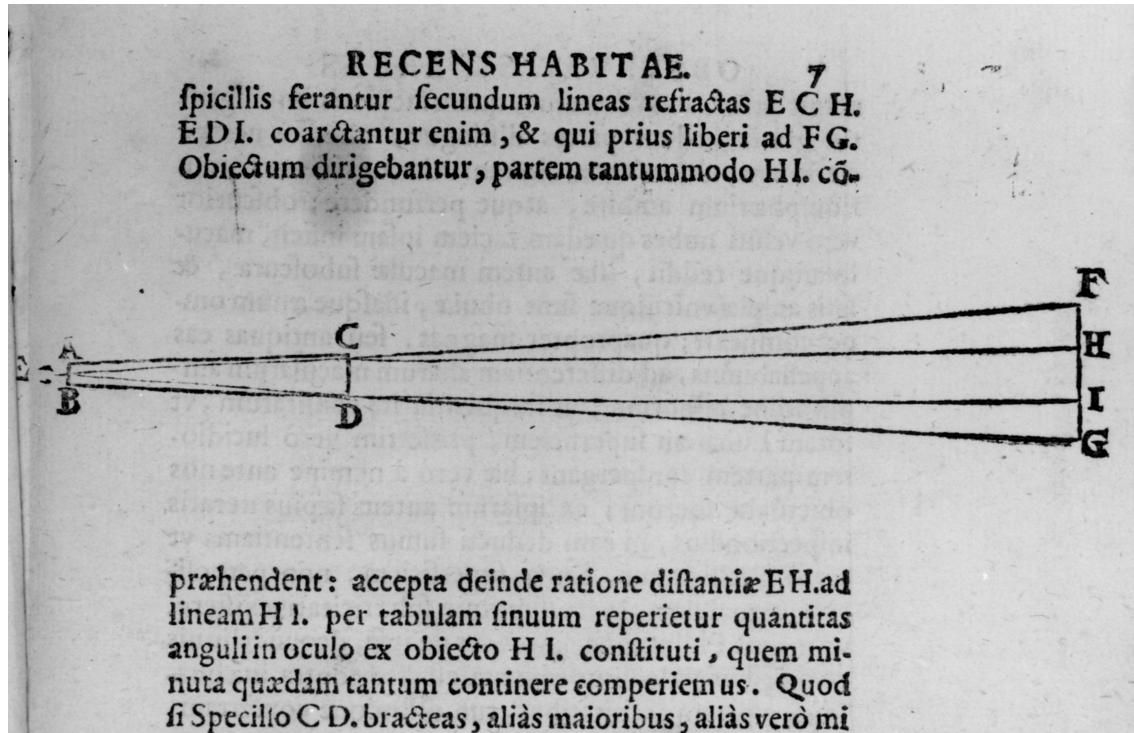
# Galileův dalekohled - refraktor

Hans Lipperschey 1608

pozorování Galilea 1609

objektiv spojka,  
okulár rozptylka  
 $Z \approx 10 - 30$

schema dalekohledu

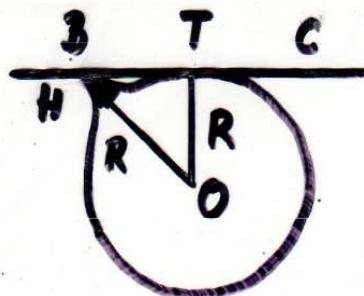


# Galileův dalekohled

Objev dalekohledu zásadním způsobem změnil astronomii. Pozorování s ním umožnilo získat zcela nové poznatky o nebeských tělesech a jevech s nimi spojených. Přístroj měl rovněž pomoci řešit výše zmiňovaný spor o podstatě a poloze komet. Konstrukce dalekohledu byla poprvé popsána ve spisku Hvězdný posel (*Sidereus Nuncius*, 1610), který vyšel v březnu. Obsahově pojednával o novém revolučním přístroji – dalekohledu a prvních pozorováních objektů na obloze s ním konaných. Souběžně s Galileem provádělo pozorování s dalekohledem více astronomů, např. Thomas Harriot (1560–1621), Simon Marius (1573–1624), Christoph Scheiner (1573–1650), jak přehledně popsal J. North.<sup>55</sup> Italský astronom však byl první, který svá systematická pozorování publikoval. Mezi roky 1609–1611 byl přístroj nazýván *perspicillum*. Za autora termínu *telescopium*, který se objevil již kolem roku 1611, bývá považován Frederico Cesi (1585–1630).

posloupnost pozorování Měsíce, hvězdy, Jupiterovy měsíce, fáze Venuše, Saturn, sluneční skvrny

# Galileovo určování výšky hor na Měsíci



rozdíl hor  
měření slunecímu  
zapekly CB

O ... stín Měsíce

B... rozdíl hor

H... výška hor

T... poloha terminátoru,  
tj. bodu důležitého sl. zapeku  
+ měsíčním povrchem

$\triangle R-BT$ :

$$BO^2 = BT^2 + TO^2$$

$$BO = H + R$$

$BT = l \dots$  lin. vzdále  
zapekly od terminátoru

$$\text{Platí: } H^2 + 2HR + R^2 = l^2 + R^2$$

je předpokladu  $H^2 \ll R$  doslovné

$$2HR = l^2$$

$$H = \frac{l^2}{2R}$$

v dolní T nemá být hor, ovšem čím

**Galileovo měření výšky hor na Měsíci**  
— Galileo pozoroval rozhraní stínu a světla (terminátor) na okraji měsíčního kotouče a měřil, které špičky hor se objeví ozářené Sluncem jako jasné body v oblasti stínu. Potom spočetl výšku x hor podle obrázku pomocí Pythagorovy věty (R je poloměr Měsíce, který Galileo znal vzhledem k poloměru Země) z rovnice  $(R + x)^2 = R^2 + MN^2$ .

**výška hor na Měsíci**  
 $x = 2 \text{ km}$



# Galileova pozorování

Jupiterovy měsíce 7. ledna 1610

\* \* O \* Occ.

medicejské hvězdy 13. ledna 1610

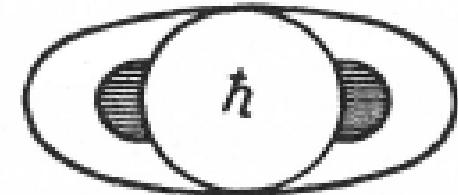
\* O\*\*

Celkem Galileo v Hvězdném poslu popsal šedesát čtyři pozorování měsíců provedených do 2. března 1610. Zpětný výpočet poloh konkrétních měsíců ukázal menší spolehlivost jeho pozorování, která nicméně zachycovala vzájemnou polohu měsíců vesměs dobře. Galileo se pokoušel určit úhlové vzdálenosti měsíců od planet, jakož i parametry jejich oběžných drah. Pro nejvzdálenější měsíc od planety uvedl oběžnou dobu přibližně půl měsíce. V následujícím období se pokusil vyjádřit zákonitosti pohybu měsíců. Měly sloužit k určování zeměpisné délky, neboť jejich zákryty Jupiterem nastávaly nezávisle na místě pozorování na Zemi. Mohly tak poskytovat stejný časový okamžik, shodně seřízené hodiny. Rozdíl délek následně bylo možné stanovit z průchodu hvězdy poledníkem. V Galileově době, před vynálezem kyvadlových hodin, však stanovení okamžiků nástupu zákrytů nebylo nejpřesnější. K praktickému využití myšlenky tak nedošlo.

Italskému astronomu patřila publikační priorita objevu Jupiterových měsíců. Německý astronom Simon Marius však byl důkladnějším a přesnějším pozorovatelem. Provedl identifikaci jednotlivých měsíců a ze stanovení maximální elongace určil jejich oběžné doby.

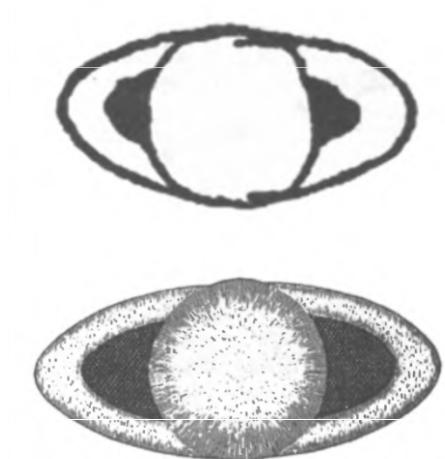
# Galileova pozorování

v létě 1610 pozoroval krajní planetu - Saturn jako trojitou, de facto sledoval prstenec, závěr neučinil



začal pozorovat sluneční skvrny, zakresloval jejich podobu, změny tvaru, jejich vznik a zánik, postup od východního okraje disku k západnímu, **pohybovaly se nerovnoměrně** přes sluneční disk, pochopil jejich souvislost s povrchem Slunce, „*látka skvrn se nesbíhá ke Slunci, ale naopak z něj vychází...*“ , shrnutí ve třech dopisech M. Welserovi,

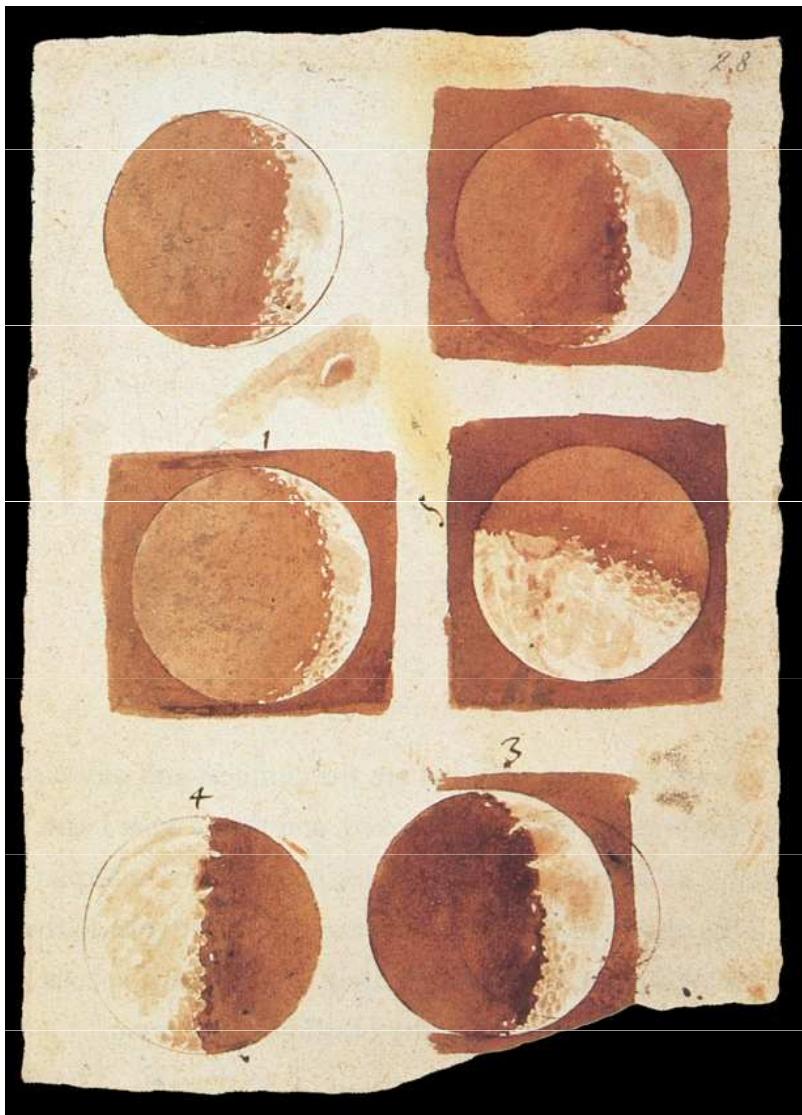
***Historie a demonstrace slunečních skvrn 1613***



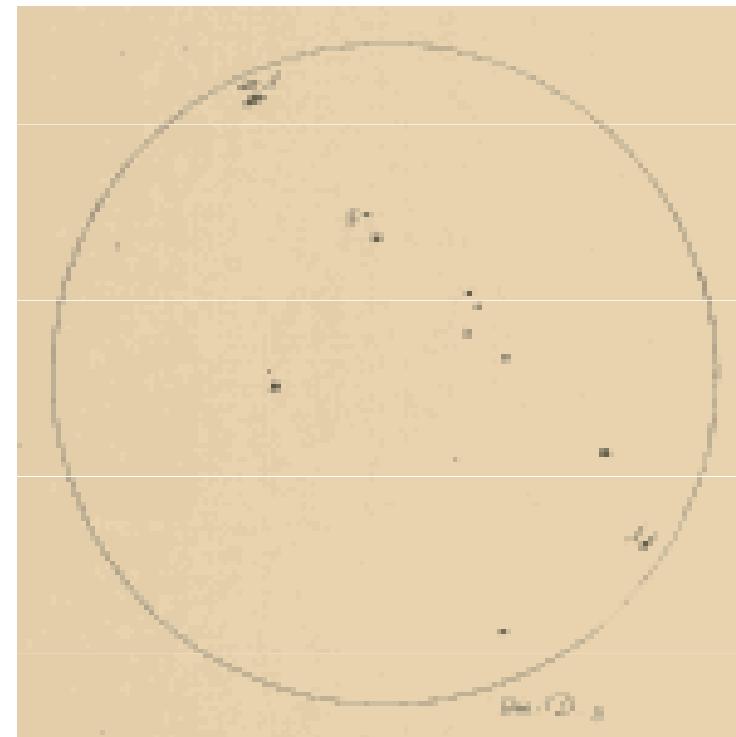
skvrny - J. Fabricius 1587-1615, Ch. Scheiner 1575-1650

# Galileova pozorování

fáze Měsíce

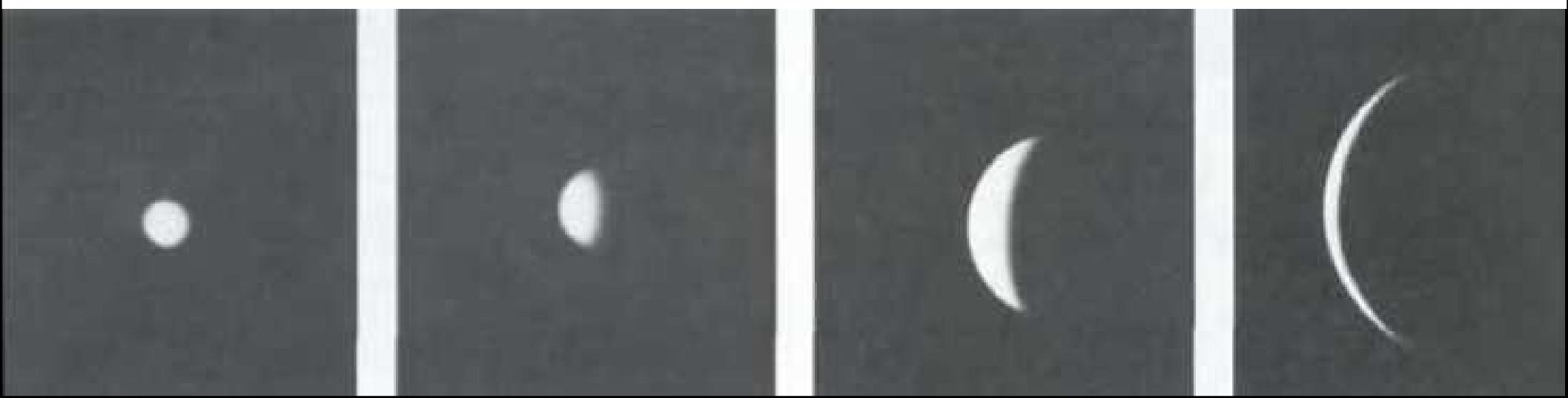
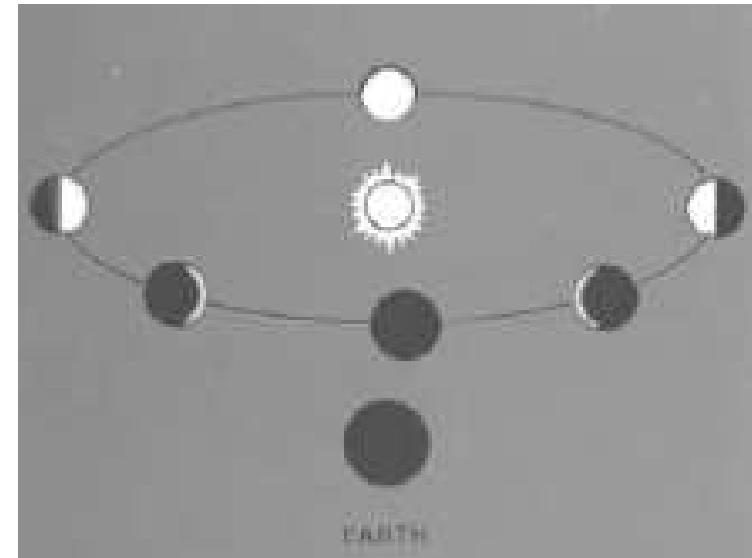
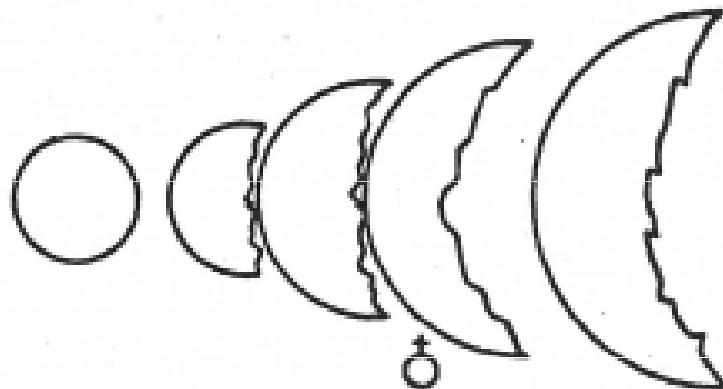


sluneční skvrny



# Pozorování fází Venuše

**změna jasnosti, velikostí a úplný cyklus fází Venuše  
- důkaz heliocentrismu**



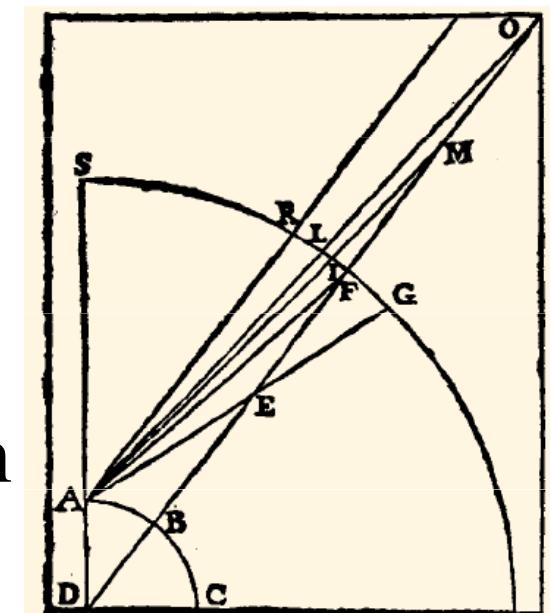
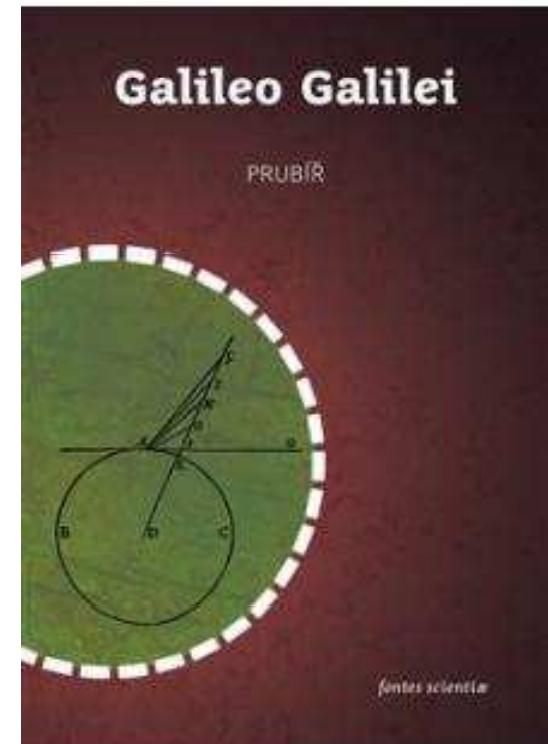
# Komety

r. 1623 *Prubíř*

*obsahuje Galileovu optickou teorii komet*

komety - stoupající výpary a exhalace  
v zemské atmosféře, úhlové zpomalení  
výstupu přímková dráha komet směrem  
k zenithu, nepozorováno...

oponent **Grassi Orazio 1583-1654** ve spisu  
*Váha* uvedl, že těleso komety a ohon nejsou  
zdrojem světla, nýbrž lámou a odrážejí  
sluneční světlo, ohon (plazmový) míří vždy  
od Slunce, kometa se nachází v nadměsíčním  
světě



# *Dialogo sopra i due Massimi Sistemi del Mondo p- Dialog o dvou hlavních soustavách r.1632*



# Dialog

Dialog tří osob ve čtyřech dnech, **Salviati** (Galileo), **Simplicio** (Aristoteles), **Sagredo** (rozhodčí) posuzující kdo má pravdu

**První den** - důkazy o proměnnosti nebeských těles (sluneční skvrny, nové hvězdy), vyvracení názorů Aristotela

**Druhý den** - zkoumán pohyb Země, důkazy rotace, formulován **princip setrvačnosti** (kruhový pohyb) a **princip skládání rychlostí, nezávislost doby kyvu kyvadla na hmotnosti**

**Třetí den** - diskuse o nově z. r. 1604, fáze Venuše, měsíce Jupiteru, důkazy heliocentrického uspořádání Sluneční soustavy, jak geometrické, tak i dynamické, zdůvodnění Koperníkovy soustavy

# Dialog

Třetí den, ukázka:

Simplicio: „Z čeho usuzujete, že místo uprostřed oběhu planet náleží Slunci, a ne Zemi?“

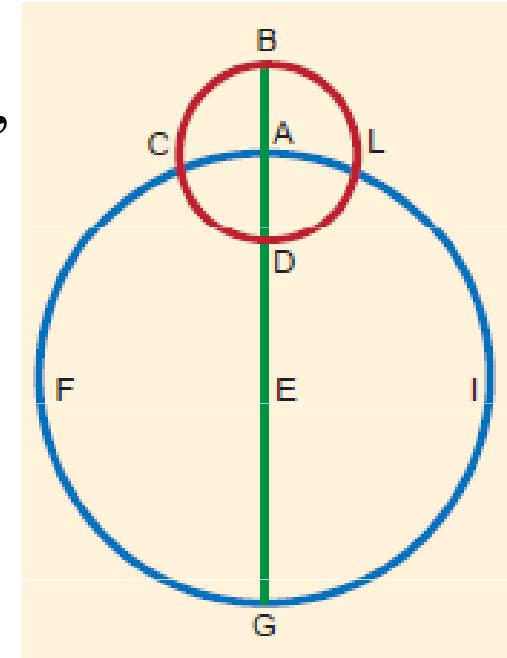
Salviati: „Docházím k tomu ze zcela očividných, tedy naprosto přesvědčivých pozorování“..., všechny planety jsou jednou Zemi blíž, podruhé zase dál a rozdíly těchto vzdáleností jsou značné.“

Simplicio: „Ale čím budete dokládat, že se planety pohybují kolem Slunce?“

Salviati: „Pokud jde o tři svrchní planety, Mars, Jupiter a Saturn, jsou Zemi nejbliž, když jsou v opozici, a naopak nejdále, když se dostávají do konjunkce se Sluncem.“

# Dialog

**Čtvrtý den** - diskuse o mořských přílivech a odlivech, Galileova chybná představa o skládání rychlostí, příliv a odliv jako důsledek rotace Země a jejího oběhu kolem Slunce, přestože znal názory Keplera o tom, že slapy jsou vyvolávány přitažlivostí Měsíce a Slunce



*Discorso del flusso e refluxo del mare r.1616*

*Rozprava o příčinách přílivu a odlivu -*

dopis kardinálu Alessandru Orsinimu 1592 - 1626

*Galileo:* „Srážkové pohyby závisí na rozdílných polohách a délkách vzájemně propojených moří a jejich odlišných hloubkách, umožňují vzestup těmto nepravidelným poruchám vody, které způsobují starosti ustrašeným námořníkům ...“

# Galileova představa o přílivech a odlivech

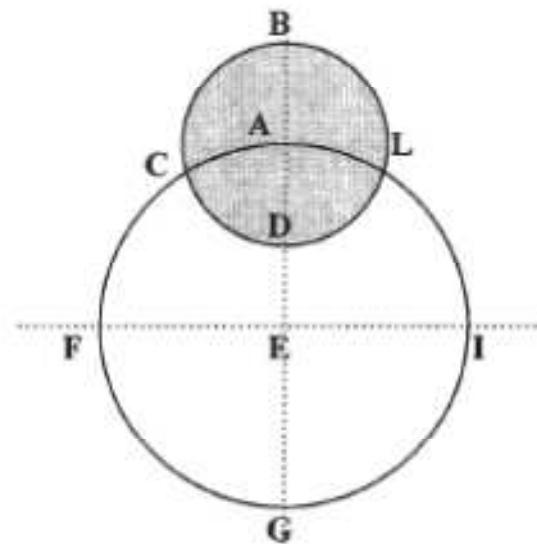
## *Dialog o dvou hlavních světových soustavách*

hlubší úvahy o povaze přílivu a odlivu, spíše hledaný **důkaz o pohybu Země kolem Slunce**

Čtvrtý den v *Dialogu Salviati*\* (*Galileo*) uvádí: „*My jsme už dávno prozkoumali a dokázali, že všechny pozemské jevy dokazující nehynost Země a pohyblivost Slunce a nebeské klenby se nám musí jevit podobně i při pohyblivosti Země a nepohyblivosti Slunce a nebeské klenby; jedině prvek vody jako prvek nejrozšířenější, který není spojen a spjat se zeměkoulí tak těsně jako jiné její pevné částice, tento prvek dík své tekutosti zůstává částečně sui iuris a volným ...“*

# Galileova představa o přílivech a odlivech

k dokázání pohybu Země Galileo navrhuje částice vody, na nich by se měla nerovnoměrnost pohybu Země, neinerciální soustava → proto by bylo možné prokázat její pohyb  
nerovnoměrnost Galileo vidí  
v rozdílu rychlostí přivrácené  
a odvrácené části Země



podrobnější analýza viz

J. Novotný.: Galileo Galilei a mořská dmutí. Čs. čas. fyz. 44 (1994),  
s. 58.

V. Štefl.: Historie výkladu statické teorie slapů na Zemi. Čs. čas. fyz. 61  
(2011), s. 39.

# Galileova představa o přílivech a odlivech

*Salviati: „Dokážu svůj paradox, pane Simplicio, ponechám úlohu obhajovat proti němu axiom anebo je dám do souladu. Můj důkaz bude krátký a lehký, neboť závisí od věci, které jsem tak dlouho projednávali... Říkali jsme, že existují dva pohyby připisované zeměkouli: první - roční, vykonávaný jejím středem a probíhající po kružnici velké dráhy, pod ekliptikou podle pořadí zvířetníkových znaků, tj. od západu na východ; druhý – vykonávaný samotnou zeměkoulí otáčející se kolem vlastního středu za 24 hodin a stejně tak od západu na východ, ale okolo osy trochu skloněné neparalelně s osou ročního pohybu. Ze složení těchto dvou pohybů, z nich každý sám o osobě je rovnoměrný...“*

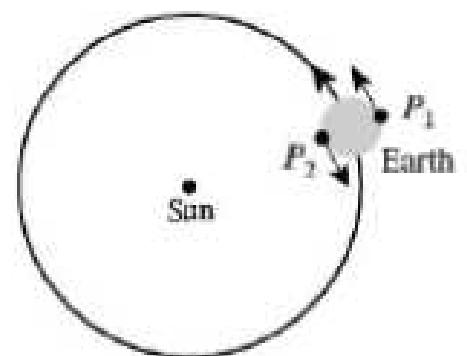
# Galileova představa o přílivech a odlivech

*Salviati: „A tak páni moji, co činí člun vzhledem k vodě v něm se nacházející..., úplně to samé dělá i nádrž Středozemního moře... Pohyb celé zeměkoule a každé její části by byl rovnoměrný a stejný, kdyby se její části pohybovaly jen jedním pohybem, bud' jednoduchým ročním, anebo jen denním. Potom je tak jistě nevyhnutelné, aby ze složení těchto dvou pohybů vyplývaly pro části zeměkoule nerovnoměrné pohyby, někde zrychlené a jinde zpomalené, podle toho, zda se denní otáčení připočítává k ročnímu pohybu, nebo se od něho odečítá.“*

# Galileova představa o přílivech a odlivech

Pohyb částice na povrchu Země – dvě složky první reprezentuje **denní rotační pohyb Země** druhá složka zachycuje **roční pohyb Země kolem Slunce** rychlosť částice vody v místě  $P_1$  - součet rychlosti pohybu Země kolem Slunce a rychlosti bodu na povrchu Země v důsledku rotace Země v místě  $P_2$  přivráceném k Slunci je rychlosť rovna rozdílu oběžné rychlosti Země kolem Slunce a rychlosti bodu na povrchu Země vyvolaném rotací.

poměr rychlosťí ročního a denního pohybu částice na povrchu Země  $3 : 1$ ,  $(1208/365)$ , vzdálenost Země - Slunce  $1\ 208\ R_Z$  skutečný poměr  $64 : 1$



# Galileova představa o přílivech a odlivech

**Galileův výklad není úplný, explicitní formulace problému chybí → interpretační diskuse, intuitivně chápal, že pohyb Země je zrychlován**

využil **princip skládání rychlostí**, Galileo nepřijal eliptické dráhy, analogie kruhového pohybu deferent, epicykl

slapy - relativní pohyb částic vody na Zemi → fyzikální důkaz pohybu Země

**geo-kinetická teorie slapů, potvrzení pravdivosti heliocentrického uspořádání**, obdobně jako pohyb slunečních skvrn třetí den Dialogu...

# Galileova představa o přílivech a odlivech

závěry o změně výšek mořské hladiny Galileo  
**nesrovnával s naměřenými údaji**, výška přílivu v Benátkách (5 – 6) stop - (1,5 – 2) m

vliv Měsíce a Slunce na slapy Galileo připouští, jejich gravitační působení nikoliv (neznal gravitační zákon), *qualitas occulta* - skryté vlastnosti odmítal, přitažlivá síla působí pouze u povrchu Země,  
**úloha Měsíce při interpretaci slapů nezabudována**

# Besedy

*Besedy a matematické důkazy o dvou nových odvětvích vědy, vztahujících se k mechanice a místnímu pohybu r. 1638*

stejná forma i účastníci jako v Dialogu

První den - diskuse o hodnotě rychlosti

Sagredo: „*Ale jakého typu a jakého stupně rychlosti musí být pohyb světla? Můžeme ho považovat za okamžitý nebo probíhající v čase jako druhé pohyby?*“

Simplicio: „*...světlo od plamene výstřelu bez jakékoliv ztráty času dopadá do našeho oka opačně než zvuk, který dopadá do ucha za značný časový okamžik.*“

Sagredo: „*...to však neznamená, že šíření světla probíhá okamžitě a nepotřebuje známý, ačkoliv malý časový okamžik.*“

# Besedy

Druhý den - zákon rovnoměrně zrychleného pohybu těles po nakloněné rovině. Dále jsou diskutovány materiály těles a jejich tvrdost.

Třetí a čtvrtý den - nejprve zkoumán rovnoměrný pohyb, následně zrychlený pohyb. Historie pokusů s volným pádem, zákon závislosti rychlosti padajícího tělesa na čase. Galileo dospěl k závěru, že rychlosť padajícího tělesa je úměrná době pádu. O přirozeně zrychleném pohybu uvedl:

*Galileo: „...dráha uražená při zrychleném pohybu je rovna dráze, kterou by za stejný čas urazilo těleso, jestliže by se pohybovalo rovnoměrně s rychlostí rovnou střední hodnotě mezi počáteční a konečnou rychlostí.“ – důkaz geometricky*

# Galileo - význam

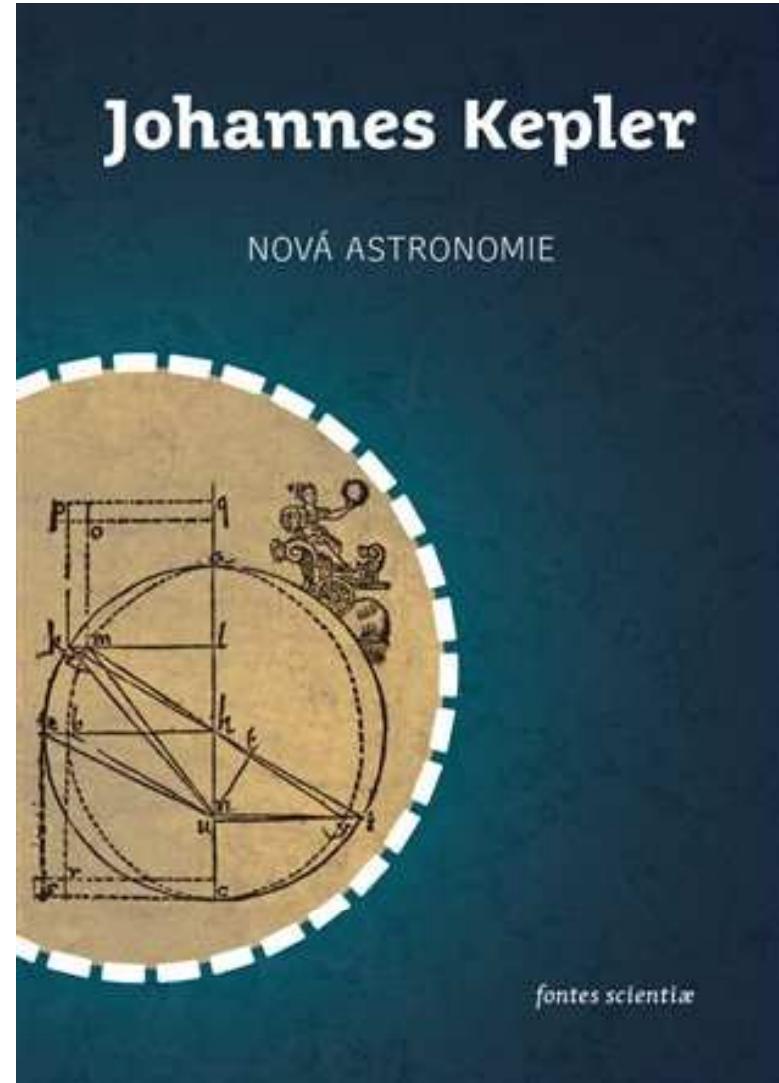
důsledně vycházel z experimentu a jeho pečlivého pozorování zakladatel mechaniky – zákony volného pádu, pohybu po nakloněné rovině, matematické zpracování, skládání rychlostí, Galileova transformace, zákon setrvačnosti pro kruhové pohyby

**Dialog i Besedy** - nejen díla fyzikální, astronomická, ale především filozofickou obhajobou heliocentrické Koperníkovy soustavy

autor pronásledován katolickou církví zakázán, r. 1633 Galileo odsouzen..., Besedy v protestanském Leydenu, 1822 Pius VII. povolil knihy s heliocentrismem, Jan Pavel II, 1992

*...vzájemná nedorozumění*

# Johannes Kepler 1571 - 1630



**Johannes Kepler (1571 - 1630)**

*r. 1612, obraz - dvorní malíř Rudolfa II.*

**Hans von Aachen (1552-1615)**

*Orlická galerie, Rychnov nad Kněžnou*

*Kepler přijel do Čech 3.února 1600, setkání s Tychozem Brahe  
v Praze nejplodnější období života*

*K pevnějším základům astrologie 1601*

*Optická část astronomie 1604*

*O nové hvězdě 1604*

***Nová astronomie 1609***

*Rozprava s Hvězdným poslem 1610*

*Dioptrika 1611*

***1611 - † syn Friedrich***

***1612 - † manželka Barbara, Rudolf II., Martin Bacháček***

*Kunštát, rentmistr Steffan Schmidt von Freyhofen, 1606, 1612*

# Johannes Kepler

životopis, Tübingen Mästlin, 1600-1612 Praha...

*Kosmografické mystérium 1596*

*Optika - doplňky k Vitellovi, v nichž je podána  
optická část astronomie 1604*

*Nová astronomie 1609 - I. II. Keplerův zákon*

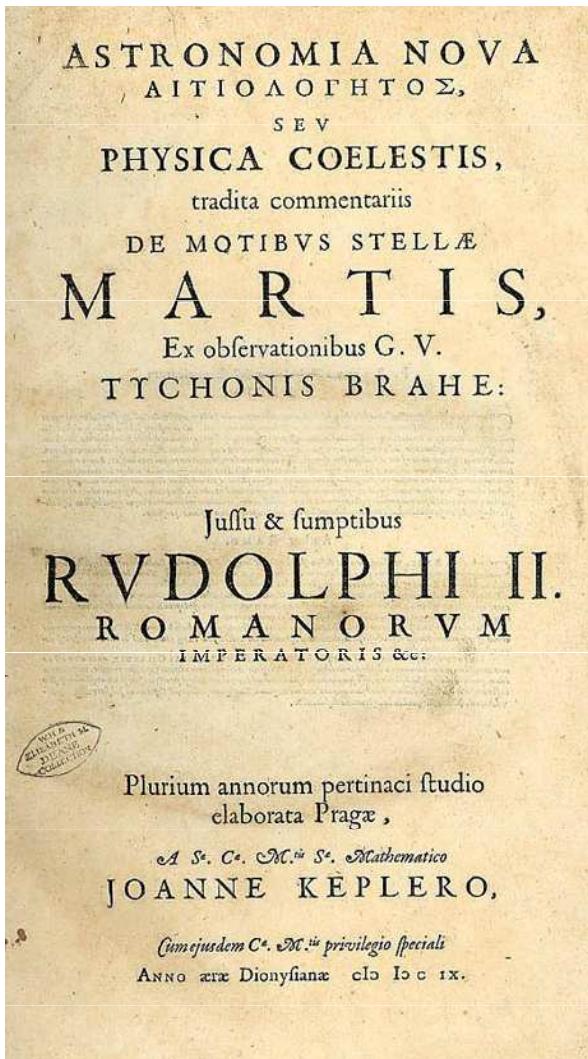
*Dioptrika 1611*

*Souhrn koperníkovské astronomie 1618 - 1621*

*Harmonie světa 1619 - III. Keplerův zákon*

*Rudolfinské tabulky 1627*

# Nová astronomie



*Astronomia nova seu Physica cœlestis, tradita commentariis De motibus stellæ Martis, ex observationibus G. V. Tychonis Brahe, Jussu&sumptibus Rudolphi II. Romanorum Imperatoris ... Nová astronomie, založená na studiu příčin, čili nebeská fyzika, podávaná v komentářích o pohybu hvězdy [planety] Marsu, kterou na základě pozorování urozeného pana Tychona Brahe, z rozkazu a na náklad Rudolfa II., císaře římského...*

r. 1609

J. Kepler

# *Nová astronomie\**

spis - 70 kapitol, 337 stran, 5 částí

- *O srovnání hypotéz*
- *O první nerovnosti Marsu podle učení starých astronomů*
- *Zkoumání druhé nerovnosti, tj. pohybů Slunce nebo Země, neboli klíč do hloubi astronomie, kde je mnohé o fyzikálních příčinách pohybů*
- *Zkoumání správné velikosti první nerovnosti podle fyzikálních příčin a vlastního názoru*
- *O šířce*

*Úvod, klíčové kap. 57 - 60*

*zlatá koruna NA - kap. 59 : 15 proteorémů*

\*J. Kepler: *Gesammelte Werke. Band III. Astronomia Nova.* C. H. Beck'sche Verlagsbuchhandlung, München MCMLI.

# *Nová astronomie - pojem dráha*

- interpretace pojmu *orbes* a *orbita*, postupný posun významu, přeměna *orbes* → *orbita*,
- Galileo Galilei - pojem *orbes*, ve smyslu sfér, na nichž planety přichyceny, nejmenší a největší vzdálenost planet od Slunce
- podobně Kepler v *Tajemství vesmíru* \*\* z r. 1596, termín *orbes* pro planetární sférické vrstvy, materiální i geometrické objekty
- *NA* v úvodu pojmy *via* („cesta“), *iter* („stezka“), *circuitus* („oběh“) a *ambitus* („obcházení“) *orbita*, k zachycení excentrické dráhy
- čtvrtá část *NA*, dráha nejen pouze geometrické, ale již i fyzikální povahy, použil pojem *orbita* - myšlená křivka
- *Souhrn koperníkovské astronomie* \*\*\* - *eliptická křivka s ohnisky*

\*\* J. Kepler: *Gesammelte Werke. Band VIII. Mysterium cosmographicum.* C.  
H. Beck'sche Verlagsbuchhandlung, München MCMLXIII.

\*\*\* J. Kepler: *Gesammelte Werke. Band VII. Epitome Astronomiae copernicanæ*, C. H. Beck'sche Verlagsbuchhandlung, München MCMXXXX.

# Volba Marsu

Kepler zvolil **Mars**, pohyb ve větších výškách, s větší *excentricitou* dráhy → proniknout do tajů pohybů planet  
v pohybu Marsu dvě *nerovnosti* (odchylky od rovnoměrného pohybu - *nerovnoměrnosti*)

- **první nerovnost**, pravidelná změna oběžné a úhlové rychlosti s periodou odpovídající jeho siderické oběžné době - 687 dnům, eliptickým tvarem dráhy planety
- **druhá nerovnost** vyjadřovala nestálost směru pohybu, zastavování či zpětné pohyby, způsobené rozdílnou oběžnou rychlostí planet a Země při oběhu kolem Slunce

první nerovnost - rychlejší pohyb Marsu v souhvězdí Kozoroha než na opačné straně zvěrokruhu v souhvězdí Raka, → závislost na poloze planety podél ekliptiky

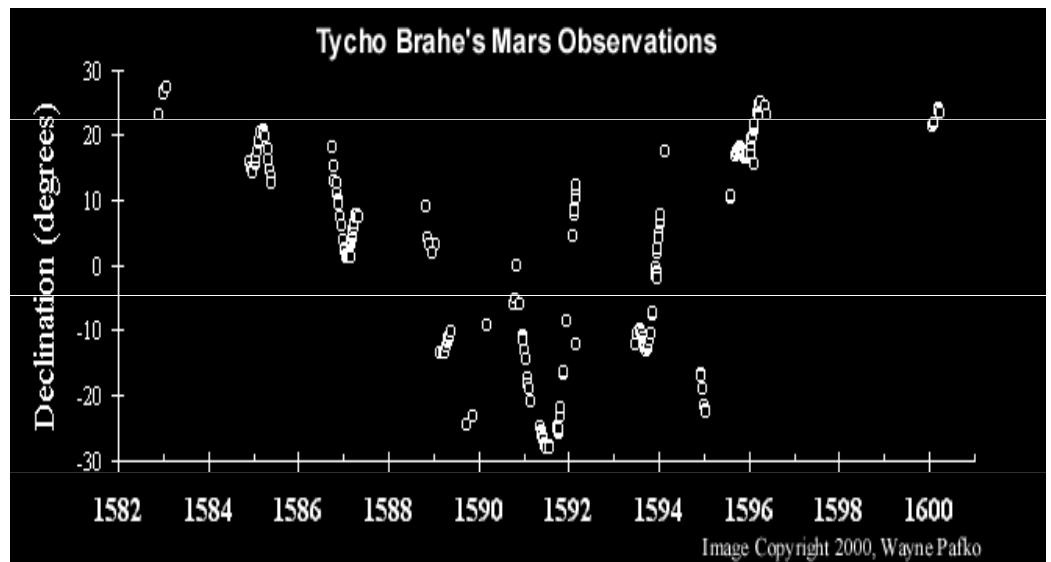
*interpretace první nerovnosti* → klíč k nalezení I. a II. Keplerova zákona

# *Problém Marsu*

Otázky:

- *Jak a proč se mění vzdálenost Marsu od Slunce?*
- *Co Marsem pohybuje tak, že obíhá kolem Slunce?*

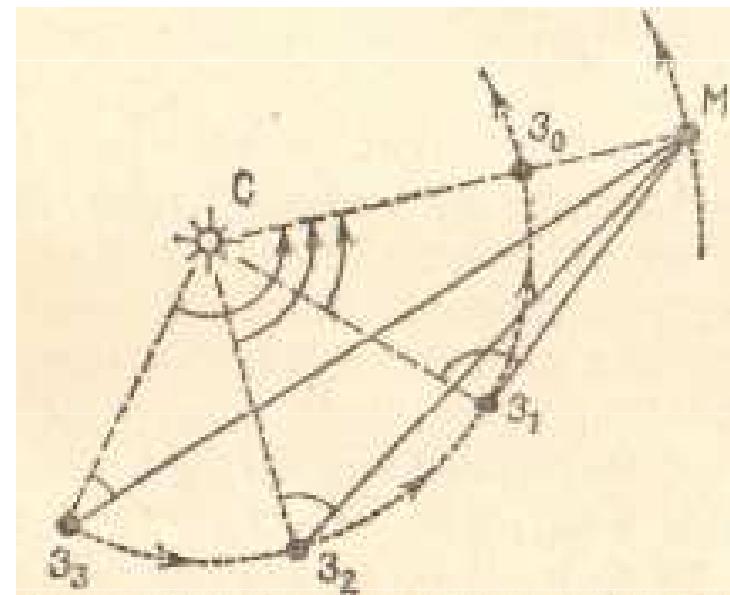
Měl k dispozici:



- *Přesná pozorování Marsu Tychona Brahe*
- *Vhodný geometrický model dráhy*
- *Fyzikální magnetickou hypotézu.*

# Upřesnění dráhy Země

- nezbytnost upřesnění její dráhy, neboť pozorovatel se se Zemí v heliocentrickém modelu pohybuje
- metoda *opozice Marsu* a následně jejich pozorování každou siderickou oběžnou dobu - 687 dnů, planeta vzhledem k vzdáleným hvězdám na pozadí ve stejném místě, Mars *fiktivní lucernou* - Einstein
- Zemi  $Z_1$  scházelo ve stejném čase k uskutečnění dvou siderických oběhů ještě urazit oblouk o úhlu  $43^\circ$
- Kepler pozoroval Mars ze Země pod jiným úhlem, na pozadí odlišných hvězd oblohy, z obou uvedených směrů pozorování planety triangulací stanovil novou polohu Země, kap. 24 NA

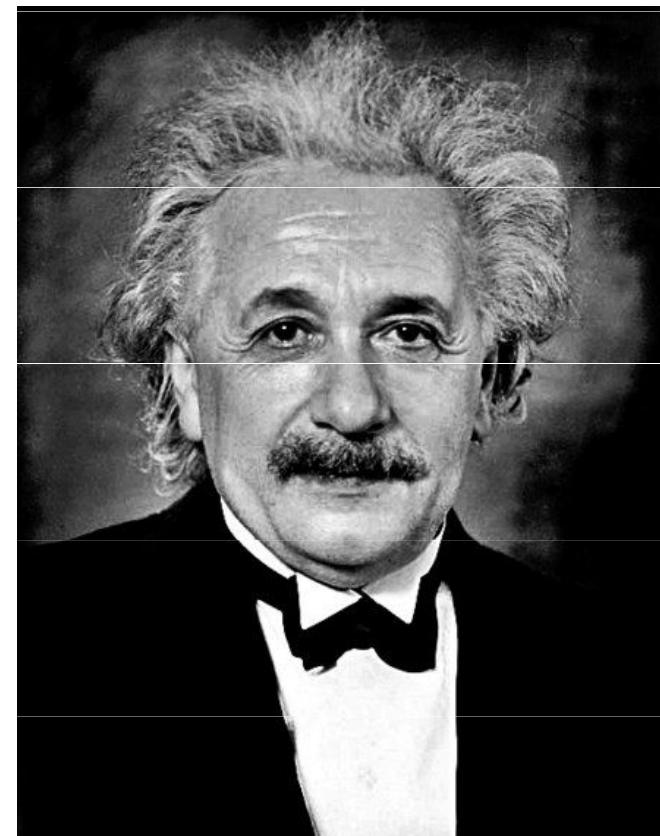


# Upřesnění dráhy Země

- za další a další siderické oběžné doby Marsu postupně nalezl následné polohy Země, z jejich množiny → určil dráhu, téměř shodnou s kružnicí,  
***Slunce posunuto mimo střed***

- Keplerovu důvtipnou metodu při příležitosti 300 letého výročí jeho smrti ocenil Albert Einstein (1879 - 1955) \* obdiv vyjádřil slovy:

*„Takto objevil Kepler skutečný tvar zemské dráhy, jakož i to, jak ji Země opisuje. My později narození Evropané, Němci nebo dokonce Švábové ho za to nemůžeme dost obdivovat a velebit.“*



\*A. Einstein: Albert Einstein über Kepler. Frankfurter Zeitung 9. listopadu 1930. Překlad do českého jazyka H. Karlach.

# Keplerův model - vicarious hypothesis

hledání dráhy Marsu

na přímce apsid - střed dráhy

Slunce excentricky položené

souměrně ke středu bod

„*punctum equans*“ - *ekvant*,

bod v konstantní vzdálenosti od středu,

kolem kterého probíhal rovnoměrný

úhlový pohyb planet

**Země modrý bod**

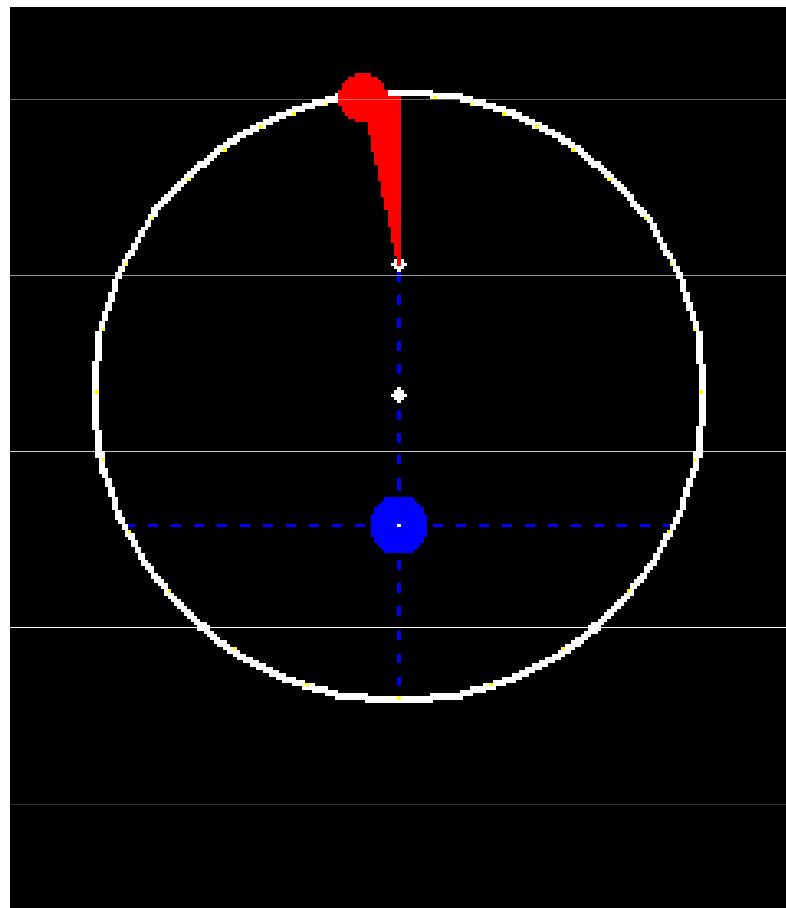
u Keplera v heliocentrickém

modelu, podle NA:

„*circa , quod punctum aequalibus temporibus*

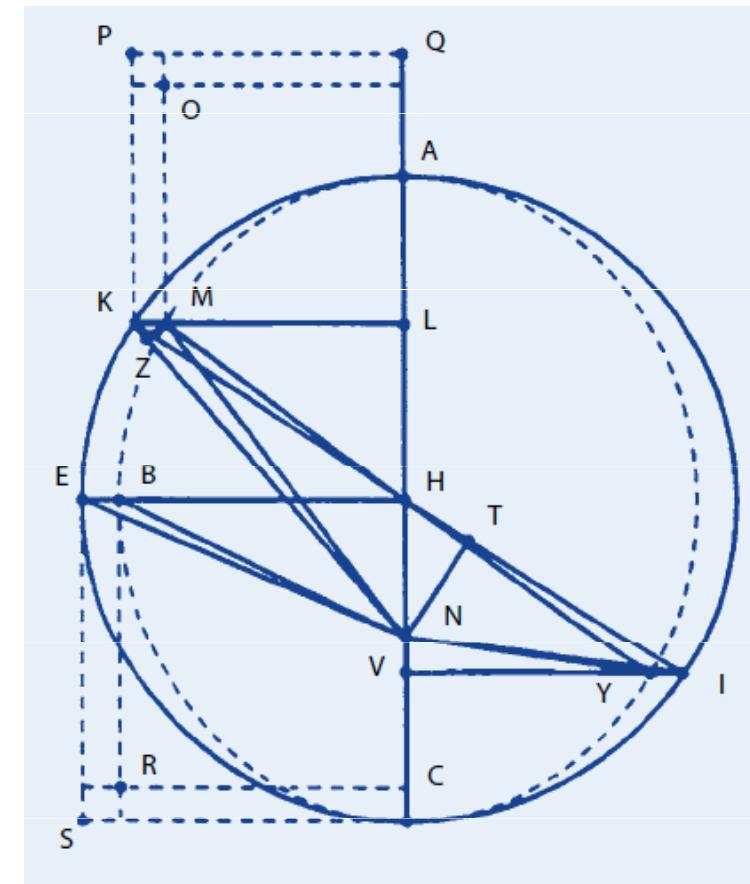
*Mars aequales angulos conficiat.*“ -

„*Mars opisuje stejné úhly v stejném čase*“.



# Matematický model - přechod k elipse

v NA, kap. 59 přechod k eliptické dráze, *lineární transformace všech souřadnic pomocné excentrické kružnice v poměru velikostí malé a velké poloosy elipsy*  $b : a$ , jestliže  $HB = b$ ,  $NB = a$ , vepsal ji do zmiňované kružnice, z jejího obvodu spustil kolmice  $KL, EH$  na přímku apsid  $AC$ , které protínaly v bodech  $M$  a  $B$  obvod elipsy, poměr v původním textu v NA zapsal  $BH : HE = ML : KL$  poměr velikostí ploch elipsy  $ABC$  a kruhu  $AEC$ , který byl úměrný poměru velikostí kolmic z elipsy a z kružnice, v poměru malé a velké poloosy, platilo  $ABC : AEC = BH : EH$  Kepler zaměnil plochy sektorů elipsy a kruhu, vztahem  $ANM : ANK = ML : KL = b : a$

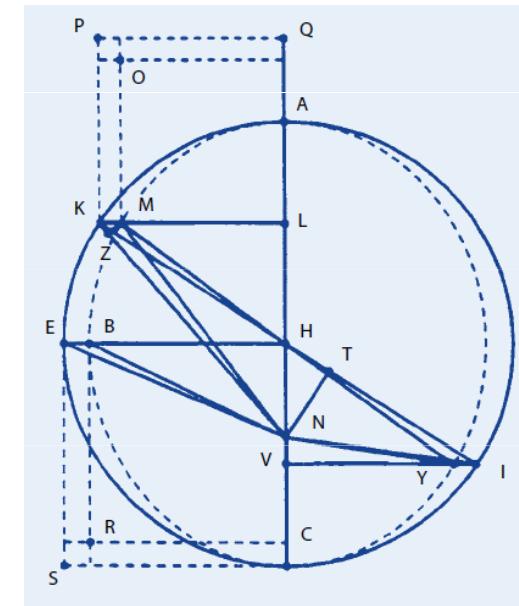


# Matematický model pohybu Marsu

- stanovení plochy sektoru elipsy → záměnou za k ní přidruženou plochu kruhového sektoru, obě vyjádřeny pomocí geometrických veličin.
- pro poměr obsahu ploch trojúhelníků platí  $MNL : KNL = b : a \rightarrow$  plocha elip. sektoru  $ANM = b/a \times$  plocha kruh. sektoru  $AKN$   
bod  $M$  reprezentuje Mars, přidružené plochy kruhového sektoru  $AKN = AHK$  a  $\Delta HNK$

- k *poměrování součtu vzdáleností* mezi po eliptické dráze se pohybující planetou a Sluncem použil *kruhovou plochu*

- čas, který Mars ( $M$ ) potřebuje k přemístění podél oblouku eliptické dráhy  $AM$ , lze určit pomocí obsahu plochy kruhové výseče  $AKN$ , kde  $N$  je poloha Slunce



- NA: „*Arcum ellipseos, cuius moras metitur area AKN*“ - „*Oblouk elipsy AM, jehož čas je poměrován plochou AKN*“

# Eliptický zákon

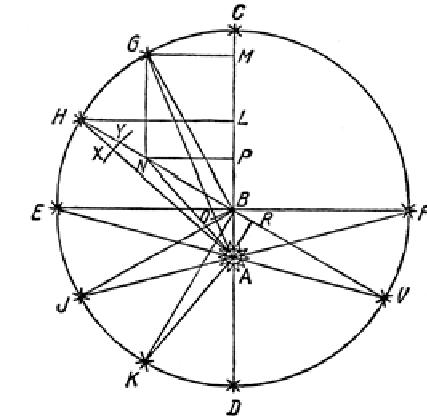
- 5. 3. 1605 dopis Mästlinovi\* → **Velikonoce - eliptický tvar dráhy**
- analýza propočítaných vzdáleností Slunce - Mars, různé modely dráhy, nesoulad výpočtů a pozorovacích údajů, magnetická hypotéza, úprava librační metody, vzdálenosti odpovídaly eliptické dráze, kap. 58
  - kap. 58 ...dráha z kap. 43 je příliš velká a z kap. 45 příliš malá → pouze elipsa, je vystižením dráhy
  - v **Nové astronomii** předposledním odstavci kap. 58 uvedl: „*Quod si iter Planetae esset ellipsis... ”..., Kdyby byla dráha planet elipsou... “*a v posledním odstavci... „*nullam Planetae relinqu figuram Orbitae praeterquam perfecte ellipticam”..., žádný tvar planetárních drah není ponechán, kromě dokonalé elipsy... ”*
- kap. 59 geometrické vlastnosti elipsy, existence **punctum eccentricum** – excentric. bod,  
*Vlašská kaple*



\*J. Kepler: *Gesammelte Werke. Band XV. Briefe 1604-1607.*  
C. H. Beck'sche Verlagsbuchhandlung, München 1951.

# Zákon ploch

- Nová astronomie\*, kap. 40 → ...., *Itaque CGA area fiet mensura temporis seu anomaliae mediae“...*
- ...., *Tak plocha CGA se stává mírou času nebo střední anomálií, odpovídající oblouku excentru CG, protože střední anomálie poměřuje čas rovnoměrně narůstající.“*
- *střední anomálie* poměřována plochou kruhového sektoru **CAG**, určována od afélia dráhy, až Euler změnil počátek odečtu od perihélia
- Epitome\*\*, 5. kniha, 1. část, 4. kap.:
  - *...,area pro mensura temporis constituitur“ - „plocha je mírou času.“*



\*J. Kepler: *Gesammelte Werke. Band III. Astronomia Nova.* Zweite Unveränderte Auflage. C. H. Beck'sche Verlagsbuchhandlung, München 1990.

\*\*J. Kepler: *Gesammelte Werke. Band VII. Epitome Astronomiae copernicanæ.* Herausgegeben von Max Caspar. Zweite Unveränderte Auflage. C. H. Beck'sche Verlagsbuchhandlung, München 1991.

# Fyzikální magnetický výklad pohybu Marsu

k eliptické dráze ***nedospěl Kepler pouhým fitováním*** pozorovacích údajů poloh Marsu

podstatná úloha ***fyzikálních úvah → hledání příčin pohybu Marsu - magnetická hypotéza***

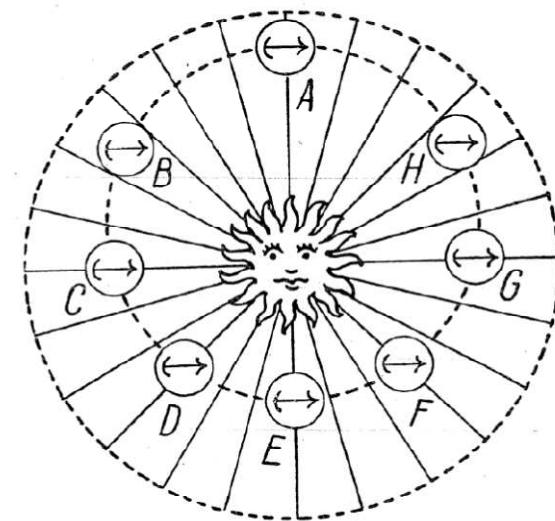
Kepler v kap. 58: „*Quod toto hoc opere spectavi, ut Physicam invenirem hypothesin, quae non tantum distantias efficeret observatis consentaneas sed etiam aequationes itidem probas*“...

„ Celym tímto dílem jsem zamýšlel ověřit fyzikální hypotézu, jejímž výsledkem by byly vzdálenosti shodné s pozorováním, ale zároveň také platné rovnice“ \* ...

\* ***rovnice - vyrovnaní***, opravy rovnoměrného pohybu na nerovnoměrný a s nimi spojený přepočet úhlů

# *Magnetický model pohybu planet*

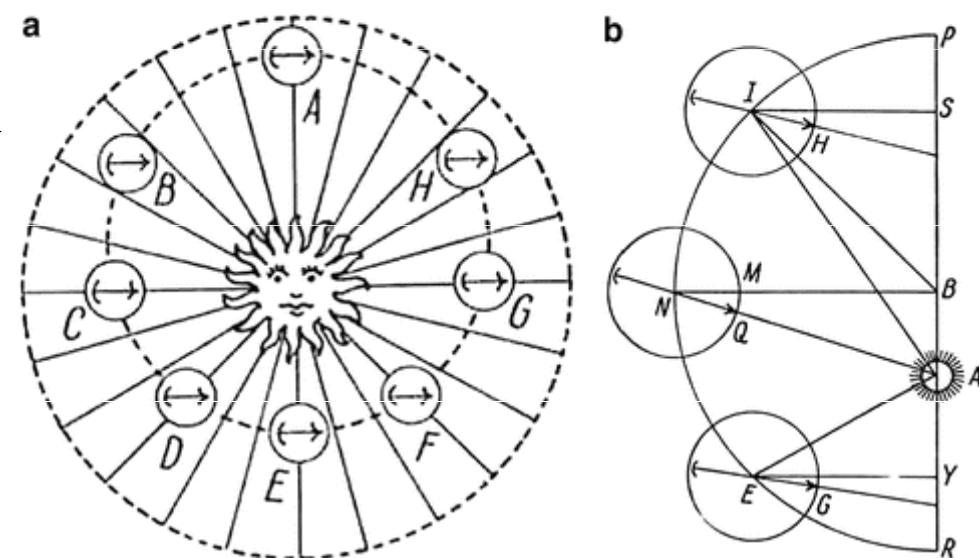
- model pohybu planety kolem Slunce - **Epitome\*** 4. kniha, 2.část spojení **působení magnetických sil + pohyb planety**
- v nitru planety magnet, pól označený špičkou šipky → směr přitažlivé síly Slunce. Planeta se pohybuje po dráze ve směru hodinových ručiček. V aféliu A oba póly ve stejné vzdálenosti od Slunce, následně mezi A a B přitahovaný pól planety se začíná natáčet stranou směrem k Slunci. Postupně planeta prochází z B do C a do D. Následně projde perihéliem E, póly opět ve stejné vzdálenosti od Slunce. Od tohoto bodu nastává odpuzování pólu strany od Slunce, planeta se pohybuje od Slunce přes body F, G a H, až do afélia v A.



- \*J. Kepler: *Gesammelte Werke. Band VII. Epitome Astronomiae copernicanæ*. Herausgegeben von Max Caspar. Zweite Unveränderte Auflage. C. H. Beck'sche Verlagsbuchhandlung, München 1991.

# Magnetický model pohybu Marsu

- popis fyzikálního děje → stanovení pravidla pro vzdálenosti planety
- *excentricita elipsy regulovala intenzitu interakce* magnetických vláken Marsu se Sluncem, přibližování a vzdalování planety od Slunce záviselo na velikosti vzájemného magnetického působení obou těles.
- podobně jako u magnetu Kepler předpokládal pokles působící síly s rostoucí vzdáleností
- *o správnosti fyzikální magnetické hypotézy Kepler nepochyboval*, v NA: „Pokud by fyzikální příčiny, které jsem na počátku přijal jako principy, nebyly platné, nikdy by nemohly obstát v tak důkladném zkoumání.“



# Zákon ploch

II. Keplerův zákon objeven v **roce 1602**, po analýze nerovnoměrného pohybu Marsu, z hledání změn úhlové rychlosti planety

v perihéliu opsal za dva měsíce oblouk o úhlu  $37,0^\circ$ , v aféliu za stejnou dobu pouze úhel  $25,8^\circ$

v *NA* kap. 39 → rychlosť Marsu je nepřímo úměrná vzdálenosti od Slunce

**hybná síla** uvádějící do pohybu Mars podle Keplera **vychází ze Slunce**, ovlivňuje pohyb planet, působí intenzivněji v jeho blízkosti, proto se zde planeta pohybuje s větší rychlostí, pomaleji ve větší vzdálenosti zobecněno *vzávislosti na vzdáleností od Slunce*

**zákon ploch** vyslovil Kepler v *NA* ve dvou zněních:

1. *Rychlosť planety se mění nepřímo úměrně se vzdáleností od Slunce*, kap. 39.

2. *Rychlosť planety se mění tak, že průvodíc spojující planetu se Sluncem opisuje stejné plochy za stejné časy*, kap. 40.

# Zákon ploch

- *první* z nich - tzv. *zákon vzdálenosti*, byl ve své době chápán jako fyzikální zákon
- první znění *zákona ploch* správné pouze pokud uvažujeme jenom tečnou složku rychlosti.
- *druhé* znění → současná formulace zákona ploch, geometrickým vyjádřením, interpretací astronomické problematiky, konstantní plošná rychlosť vyjadřuje zachování momentu hybnosti, důsledek centrálnosti gravitační síly
- později si Kepler vyjasnil, že **přesným vyjádřením** zákona ploch je **druhá formulace**, zatímco první tzv. *zákon vzdálenosti* platí spolehlivě pouze pro apsydy
- objev závislosti mezi rychlostí a vzdáleností od středu oběžného pohybu hrál zásadní roli při odvození zákona ploch. Nevýstižný *zákon vzdálenosti* vedl k formulaci přesného zákona ploch u eliptické dráhy

# Eliptický zákon

- za matematické vyjádření eliptického zákona lze v NA považovat vztah pro vzdálenost Slunce - Mars, Davis\* - moderní matematickou symbolikou:  
označení ohniskové vzdálenosti  $NH = ae$ ,  $NB = a$ ,  $HB = b$ , v  $\triangle NBH$  platí  $b^2 = a^2 - a^2e^2$ , podle  $ML : KL = b : a$ , v  $\triangle HKL$  vyjádříme  $KL = a \sin \beta$ ,  $ML = b \sin \beta$ ,  $\beta = \angle KHA$

- pravá anomálie  $\angle ANM$ , v  $\triangle MNL$

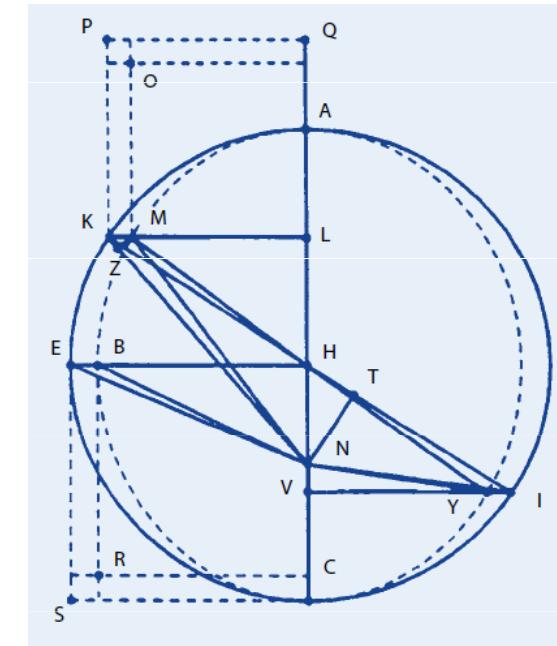
$$ML = b \sin \beta, NL = (\cos \beta + e)$$

dosadíme do  $r^2 = NM^2 = ML^2 + NL^2$

$$\rightarrow r^2 = b^2 \sin^2 \beta + a^2(\cos \beta + e)^2$$

- po úpravách  $r^2 = a^2(1 + 2e \cos \beta + e^2 \cos^2 \beta)$ ,  
 $r = a(1 + e \cos \beta)$

*průvodíč (rádiusvektor) r excentrické anomálie  $\beta$*



\*A. E. L. Davies: „Kepler’s Astronomia nova: a geometrical success story“. *Kepler’s Heritage in the Space Age*. Ed. A. Hadravová, T. J. Mahoney, P. Hadrava, Národní technické museum, Praha 2010, s. 17.

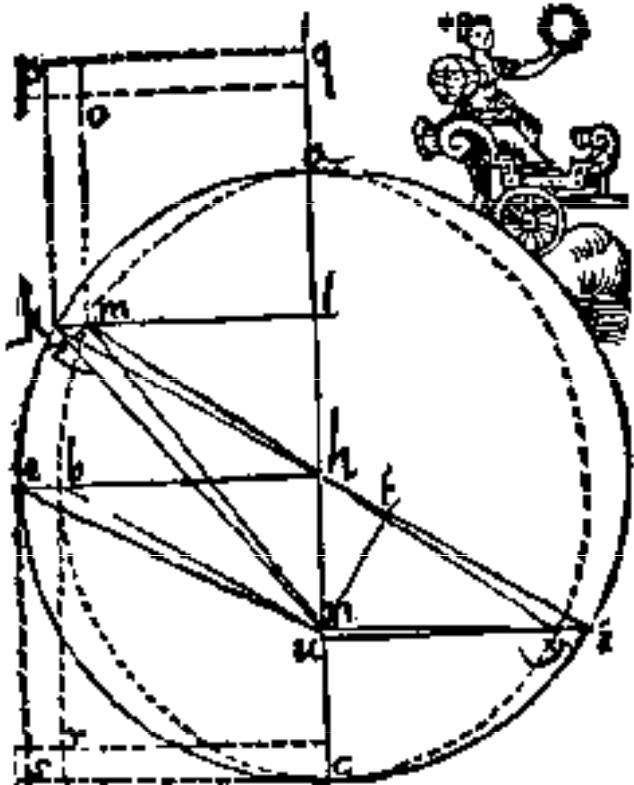
# Paradoxy Keplerova postupu

- k formulacím prvních dvou zákonů pohybu Marsu dospěl na základě nepřesných, místy i mylných předpokladů
- zákona ploch vycházel z původně chybného předpokladu - kruhové dráhy Marsu
- aplikoval zákona vzdáleností, který neplatil obecně
- v modelech drah hledal vztahy pro úhly kolem imaginárního bodu - *ekvantu*, bez fyzikálního podkladu
- *Slunce v jednom z ohnísek elipsy* není explicitně zmiňováno v NA, autor psal o *punctum eccentricum* - excentrickém bodě
- podpora matematického modelu dráhy výkladem interakce Slunce - planeta **nepravdivou fyzikální magnetickou hypotézou**
- chybně Kepler předpokládal, že Slunce uvádí do pohybu planety, magnetická hypotéza předpokládala, že je planeta poháněna podél své dráhy nemotnými paprsky vysílanými Sluncem a rotujícími v rovině

**závěr chybných kroků → správný zákon ploch i eliptický zákon**

# Odvození a význam Keplerových zákonů

*maximální souhlas přesných pozorování  
s teorií*



*objev učiněn syntetickou geometrií\*,  
podpořen nesprávnou magnetickou  
hypotézou*

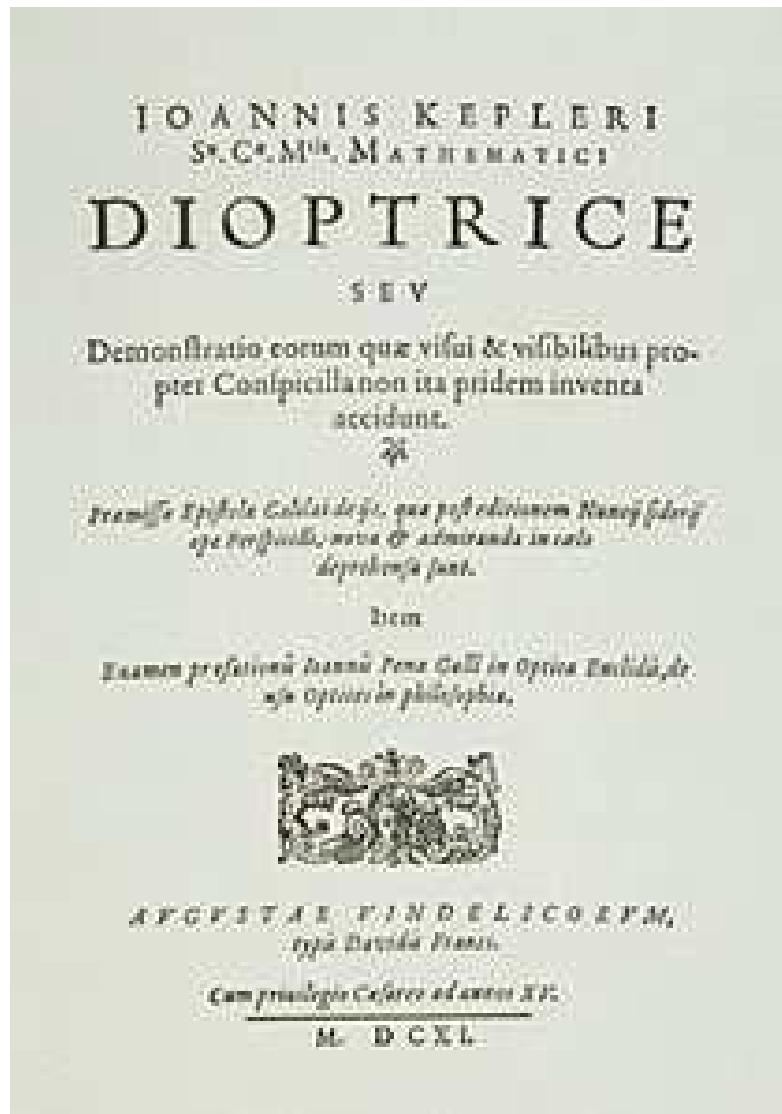
*Keplerovy zákony vyjadřovány slovně na  
podkladě matematických odvození*

*Keplerovy zákony - spojovací most  
z geometrie do astronomie,  
z kinematiky k dynamice*

*\*odvození K. z.: I. Newton, W. R. Hamilton,  
J. C. Maxwell, R. P. Feynman*

\*V. Štefl: Keplerovy zákony v historii a v soudobých učebnicích.  
Čes. čas. fyz. 70 (2020), s. 190.

# *Dioptices – Dioptrika, r. 1611*



*„Dalekohled, ten  
mnohovědoucí přístroj,  
vzácnější než kterékoliv  
žezlo! Zdaž ten, kdo jej  
drží v pravici, není  
postaven na roveň králi  
či vladaři nad dílem  
Božím?“*

**Keplerův dalekohled –  
dvě spojky**

# *Harmonie světa - harmonický zákon*

- Kepler - *souvislost vzdáleností planet* od Slunce a *jejich oběžných dob*, vztah mezi úhlovými rychlostmi planet a vzdálenostmi od Slunce, v dnešní podobě  $r^3\omega^2 = \text{konst.}$
- autor hledal *řád uspořádání a pohybu planet*, popis proporcí pro planety
- r. 1619, kniha pátá, **Harmonie světa**\*: „*Ale je to věc zcela jasná a přesná - poměr, kterými je mezi oběžnými dobami kterýchkoliv dvou planet je přesně půldruhanásobkem poměru středních vzdáleností, tedy samotných druh, ovšem je třeba dbát na to, že aritmetický průměr obou průměrů eliptické dráhy je poněkud menší než větší průměr ... III. Keplerův zákon*

\*J. Kepler: *Gesammelte Werke. Band VI. Harmonice mundi.* C. H. Beck'sche Verlagsbuchhandlung, München MCMXXXX.

# Harmonický zákon

- v latinském jazyce 17. století půldruha násobek poměru → první veličiny, tj. oběžné doby bereme v druhé mocnině střední vzdálenosti v mocnině třetí
- průměry eliptické dráhy Kepler rozuměl velkou a malou poloosu elipsy, střední vzdáleností aritmetický průměr z minimální a maximální vzdálenosti planety od Slunce



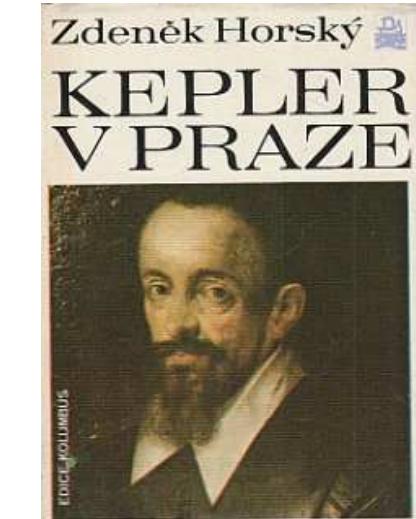
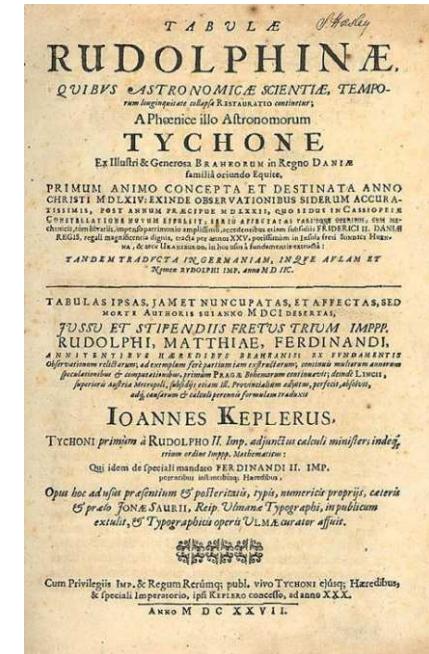
# Rudolfinské tabulky

(*Tabulae Rudolphinae*, r. 1627), po 25 letech práce!, poděkování realizoval Kepler opačný postup, nalezl  $M$ , jestliže znal  $E$  nejprve vytvořil podle rovnice  $M = E + e \sin E$  tabulkou hodnot užil ji zpětně

hustá síť středních anomálií  $M$  určení excentrických anomálií  $E$

$M \rightarrow E$

- \* \* „*auctor damnatus, hoc opus tamen admittitur*“...
  - „*autor je odsouzen, ale toto dílo se připouští*“,
  - \* \* jezuitská knihovna UP Olomouc ~ r. 1650
- Z. Horský: Kepler v Praze. Mladá fronta, Praha 1980.



# Nová astronomie

Johannes Kepler

## Nová astronomie

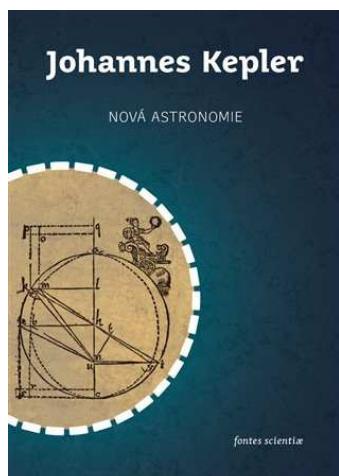
(výbor z díla)

Z latiny přeložila:  
Katarina Petrovičová

Odborná spolupráce a komentáře:  
Vladimír Štefl a Daniel Špelda

Odborní recenzenti:

PhDr. Alena Hadravová, CSc., DSc.  
doc. RNDr. Petr Hadrava, DrSc.



## Keplerova cesta k elipse

Historický úvod

Zpracování pozorování

Dráha Marsu v prostoru

Model náhradní hypotézy

Druhý Keplerův zákon

Model oválu

Zpřesnění vzdáleností

Hypotéza planetární mysli

Fyzikální magnetická hypotéza

První Keplerův zákon

Keplerova rovnice

Význam Nové astronomie

Togga, Praha 2020, 270 str.

## Kdy byla poprvé určena vzdálenost Země – Slunce?

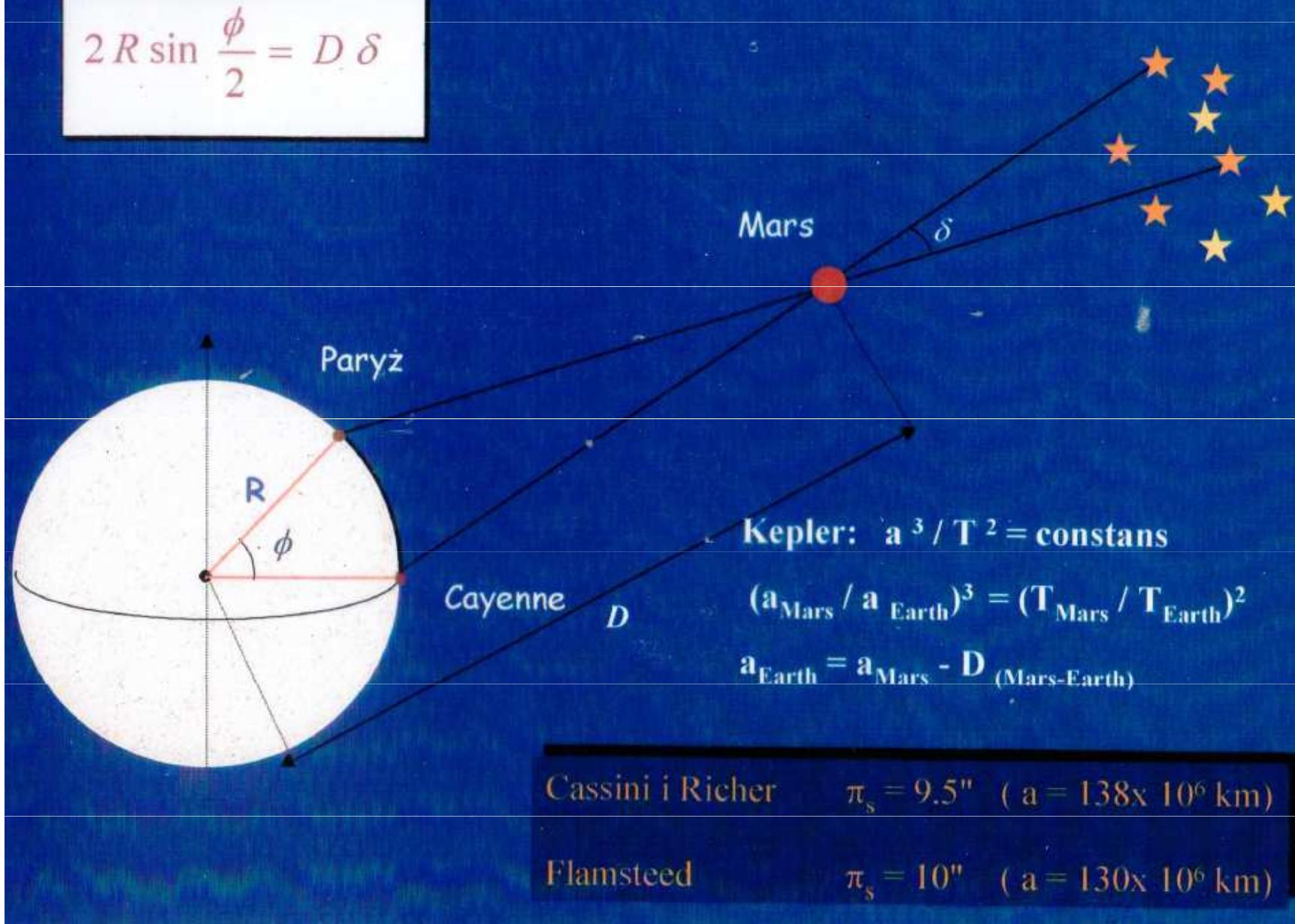
Vladimír Štefl

Ústav teoretické fyziky a astrofyziky, Přírodovědecká fakulta Masarykovy univerzity, Kotlářská 2, 611 37 Brno; stefl@physics.muni.cz

# Určování vzdálenosti Země - Slunce

Paralaksa Marsa (wielka opozycja w 1672 roku)

$$2R \sin \frac{\phi}{2} = D \delta$$



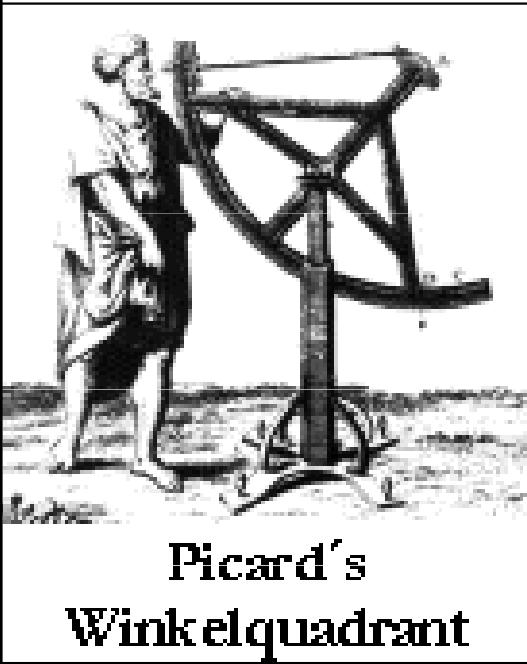
Cassini i Richer  $\pi_s = 9.5''$  ( $a = 138 \times 10^6 \text{ km}$ )

Flamsteed  $\pi_s = 10''$  ( $a = 130 \times 10^6 \text{ km}$ )

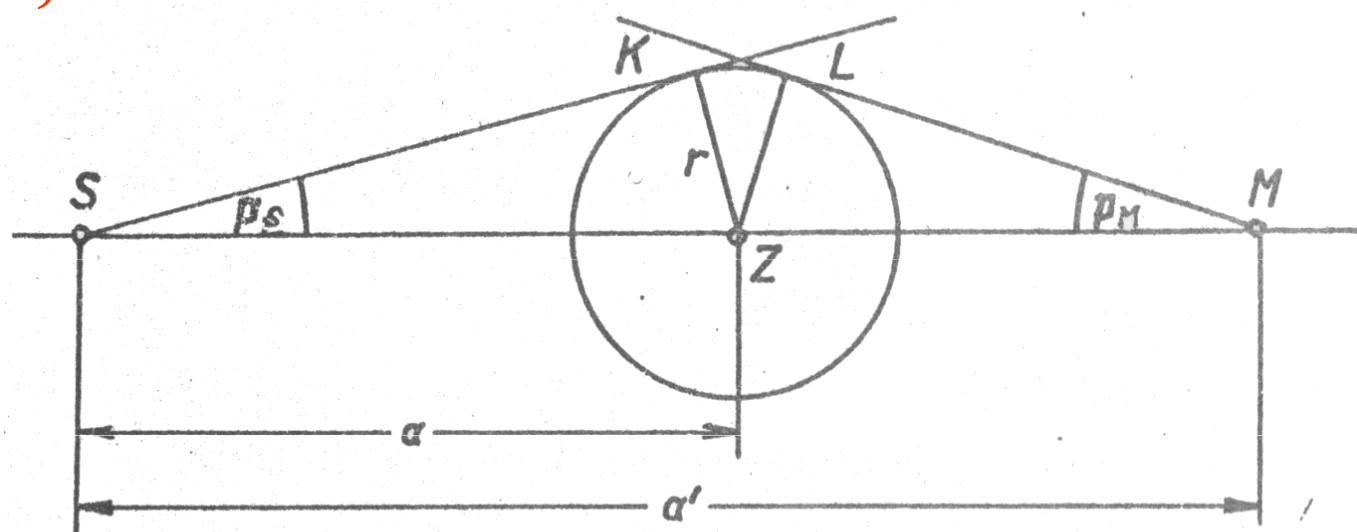
# Určování vzdálenosti Země - Slunce

Giovanni Domenico  
Cassini 1625 - 1712  
Jean Richer 1630 - 1696

sluneční paralaxe  
září - 1672  
stanovení AU –  
138,5 mil. km!

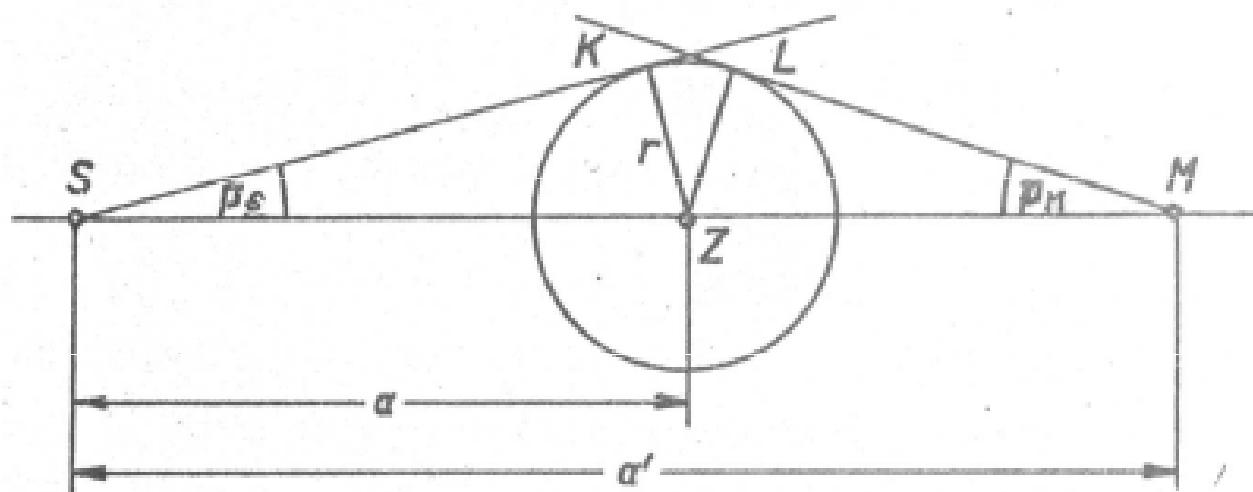


$p_M$  25“...0,38 au  
 $p_S$  10“... 1 au  
 $p_M$  2,5krát větší  $p_S$



# Určování vzdálenosti Země - Slunce

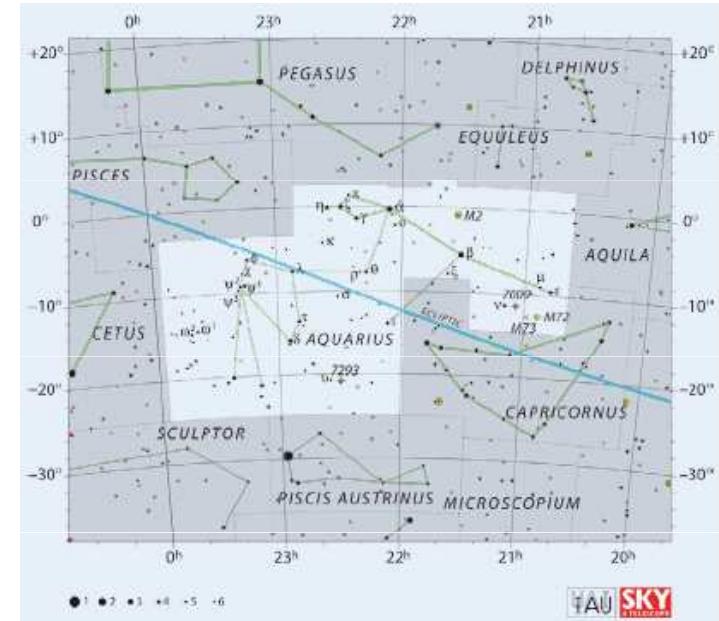
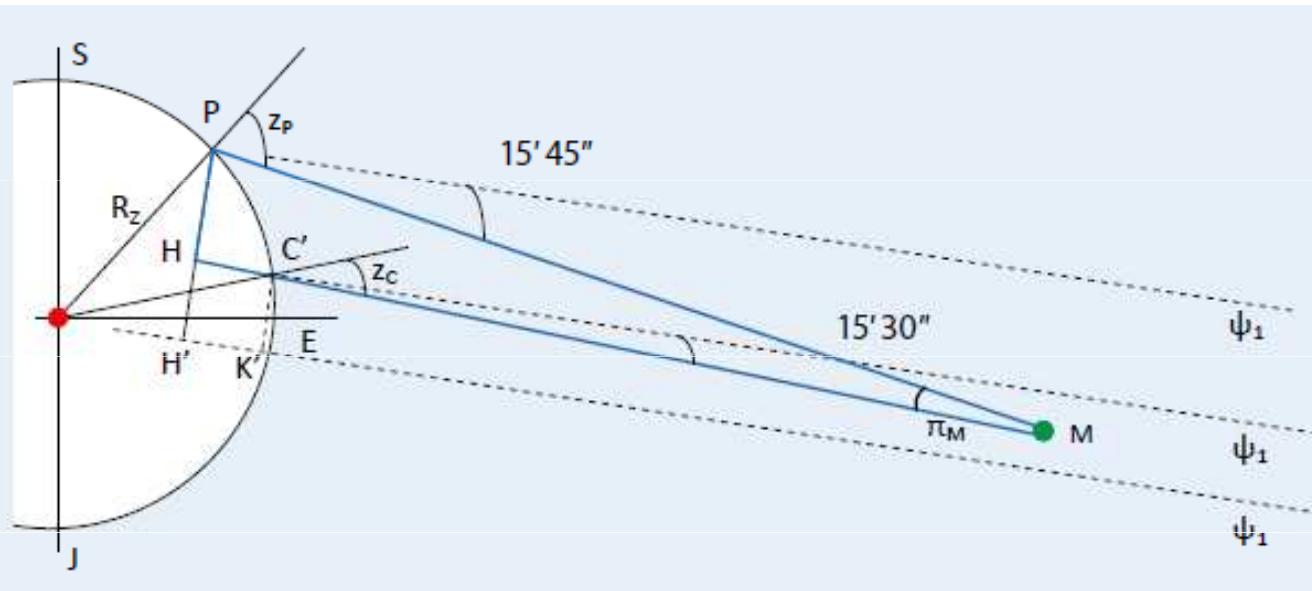
Proměření délky poledníku a následné upřesnění zemského poloměru francouzským astronomem a matematikem Jeanem Picardem (1620 – 1682) v roce 1671 umožnilo využít v září 1672 velkou opozici Marsu ke stanovení vzdálenosti Země – Slunce. Ze dvou míst na Zemi, z Cayenne ve Francouzské Guayaně francouzský matematik a astronom **Jean Richer** (1630 – 1696) a z Paříže francouzský astronom italského původu **Giovanni Domenico Cassini** (1625 – 1712) astrometricky proměřili polohu Marsu na hvězdném pozadí. Úhlová odchylka mezi zornými přímkami k Marsu z obou míst činila  $19''$  (viz obr. 12).



Obr. 12: Určení hodnoty astronomické jednotky pomocí opozice Marsu

V pravoúhlých trojúhelnících platí vztahy  $\sin p_S = \frac{r}{a}$  a  $\sin p_M = \frac{r}{a' - a}$ . Porovnáním a úpravou obdržíme  $\sin p_S = \left(\frac{a'}{a} - 1\right) \sin p_M$ . Paralaxy Slunce a Marsu jsou velmi malé, jejich siný můžeme nahradit přímo úhly v radiánech  $p_S = \left(\frac{a'}{a} - 1\right) p_M$ . Při znalosti relativních hodnot  $a'$  a  $a$  pomocí III. Keplerova zákona byla z naměřených hodnot propočítaného úhlu  $p_M$  stanovena sluneční parallaxa na  $9,5''$  a odtud vypočtena hodnota astronomické jednotky na zhruba  $1,38 \cdot 10^{11}$  m. Skutečná hodnota astronomické jednotky je  $1,496 \cdot 10^{11}$  m.

# Určování vzdálenosti Země - Slunce



Obr. 6 Schéma souběžného pozorování Marsu z Paříže a Cayenne podle Toulmonda.

Po dosazení do  $PH = R_Z \Delta \sin z = r_{ZM} \pi_M$  obdržel skutečnou parallaxu Marsu

$$\varpi_M = \frac{\pi_M}{\Delta \sin z} = \frac{15''}{0,5904} = 25,4''.$$

Úhlový průměr kotoučku Marsu byl 24'', denní pohyb planety podle [14] zhruba 16'. Každou hodinu se Mars posunul po obloze o 40'', přibližně dvojnásobek hodnoty paralaktického posuvu. Proto byla nezbytně nutná synchronizace kyvadlových hodin, v Cayenne se vzhledem k pařížským zpožďovaly o 2 minuty 28 sekund za jeden den.

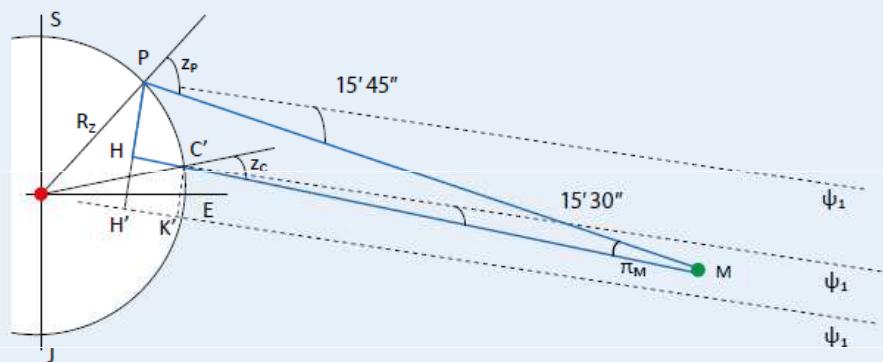
# Určování vzdálenosti Země - Slunce

Princip Cassiniho poledníkové metody zpracování měření popsal Toulmonde v [13], vycházel z obr. 6. Astronomové při pozorování určili úhlové rozdíly – zenitové vzdálenosti mezi Marsem ( $M$ ) a hvězdou  $\psi^1$  ze souhvězdí Vodnáře, které činily v Paříži ( $P$ )  $15' 45''$

a v místě  $C'$  Guinejského zálivu ležícím na stejné zeměpisné délce jako Paříž a šířce jako Cayenne  $15' 30''$ . Deklinace Marsu k danému datu byla stejná, obdobně jako jeho kulminační výška. Rozdíl zenitových vzdáleností  $\Delta PMC'$  byl průběžnou paralaxou Marsu  $\pi_M = 15''$ . Je to úhel, pod kterým by byla pozorována z Marsu úsečka  $PH = PH' - C'K'$ . Její vyjádření je  $PH = R_Z \sin z_p - R_Z \sin z_C = R_Z \Delta \sin z$ , kde  $z_p, z_C$  jsou zenitové vzdálenosti Marsu na poledníku  $P - C'$ ,  $z_p \approx 60^\circ$  a  $z_C \approx 16^\circ$ .

Vzdálenost  $r_{ZM}$  Marsu od Země Cassini nalezl ze vztahu

$$\varpi_M = \frac{R_Z}{r_{ZM}}.$$



Obr. 6 Schéma souběžného pozorování Marsu z Paříže a Cayenne podle Toulmonda.

\*V. Štefl: Kdy byla poprvé určena vzdálenost Země – Slunce?  
Čes. čas. fyz. **66** (2016), s. 231.

# Přechod Venuše přes sluneční disk

## EDMOND HALLEY'S FAMOUS ADMONITION of 1716

PHILOSOPHICAL TRANSACTIONS VOL. XXIX.(1716) A new Method of determining the Parallax of the Sun, or his Distance from the Earth; by Dr. Halley, Sec. R. S. N0 348, p.454. Translated from the Latin.

---

It is well known that this distance of the sun from the earth, is supposed different by different astronomers. Ptolemy and his followers, as also Coper-nicus and Tycho Brahe, have computed it at 1200 semi-diameters of the earth, and Kepler at almost 3500; Riccioli doubles this last distance, and Hevelius makes it only half as much. But at length it was found, on observing by the telescope, Venus and Mercury on the sun's disk, divested of their borrowed light, that the apparent diameters of the planets were much less than hitherto they had been supposed to be; and in particular, that Venus's semi-diameter, seen from the sun, only subtends the fourth part of a minute, or 15 seconds; and that Mercury's sem-diameter, at his mean distance from the sun, is seen under an angle of 10 seconds only, and Saturn's semi-diameter under the same angle; and that the semi-diameter of Jupiter, the largest of all the planets, subtends no more than the third part of a minute at the sun. Whence, by analogy, some modern astronomers conclude that the earth's semi-diameter, seen from the sun, subtends a mean angle, between the greater of Jupiter and the less of Saturn and Mercury; and equal to that of Venus, viz. one of 15 seconds; and consequently, that the distance of the sun from the earth is almost 14,000 semi-diameters of the latter. Another consideration has made these authors enlarge this distance a little more: for since the moon's diameter is rather more than a quarter of the earth's diameter, if the sun's parallax be supposed 15 seconds, the body of the moon would be larger than that of Mercury, viz. a secondary planet larger than a primary one, which seems repugnant to the regular proportion and symmetry

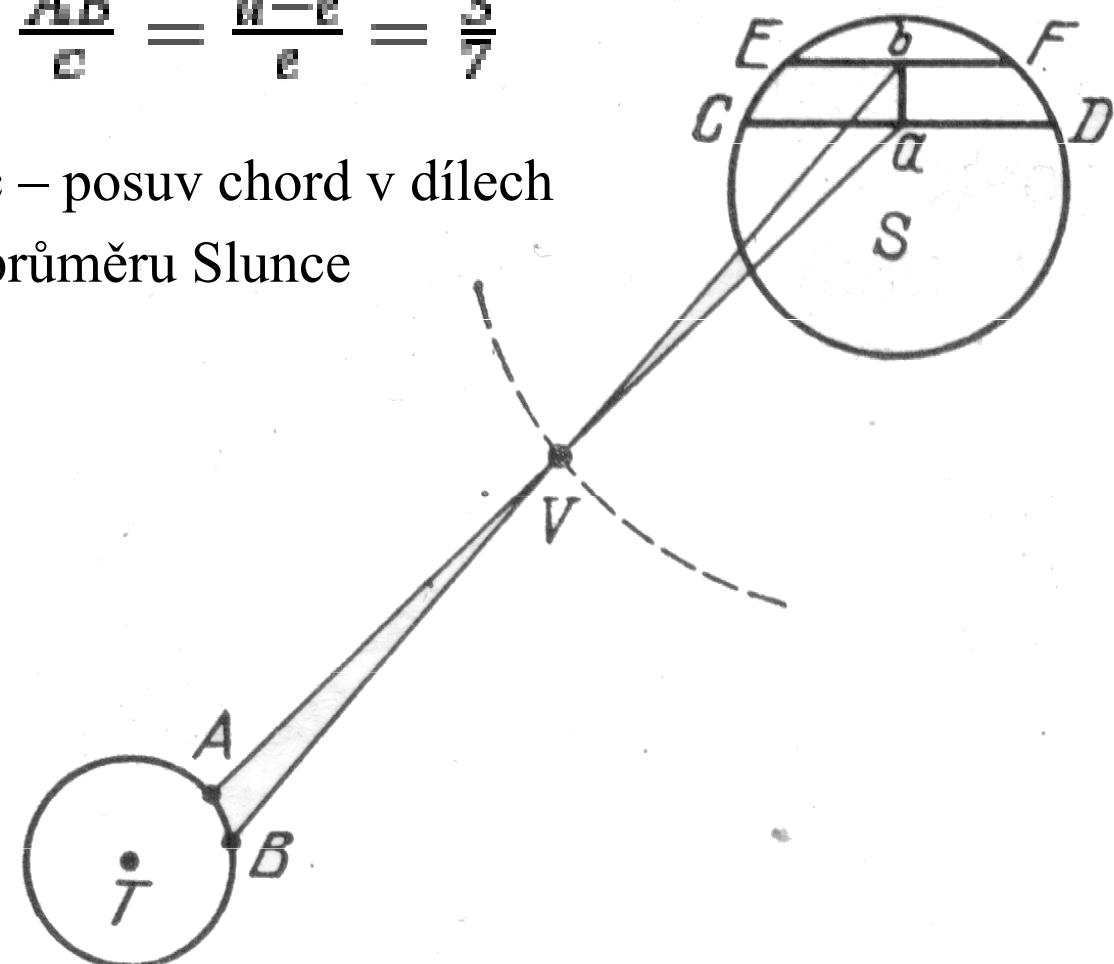


# Halleyova metoda stanovení sluneční paralaxy

**Edmond Halley 1656 - 1742**

$$\frac{AB}{c} = \frac{d-e}{e} = \frac{3}{7}$$

c – posuv chord v dílech  
průměru Slunce

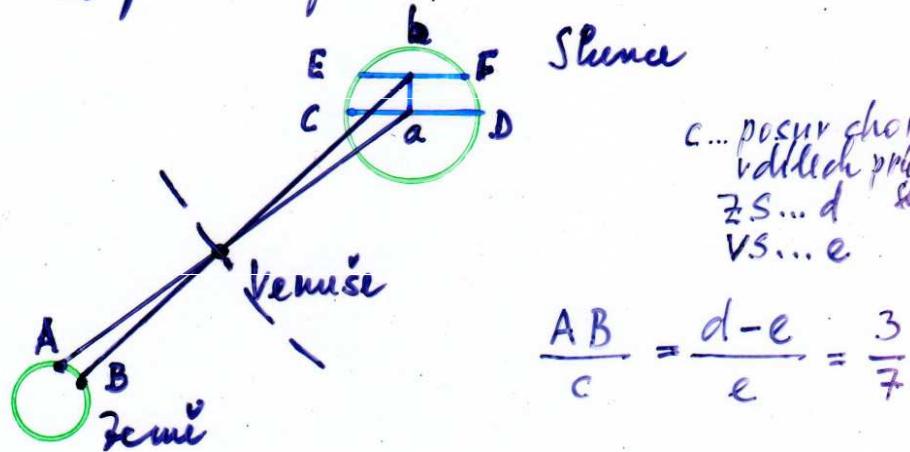


vzdálenost ZS...d  
vzdálenost VS...e posuv  
chord v dílech slunečního  
průměru, při znalosti  
úhlových rozměrů Slunce  
nalezneme d

# Určování vzdálenosti Země - Slunce

Edmund Halley (1656 - 1742)

nového k uřízení sl. paralaxej přechod Venuse přes  
dich Slunce k datu 26. 5. 1761 nejdříve 3. 6. 1761  
co nejjednodušší stanovení okamžiku dotyku dich Slunce  
a planety; nového dne i nového dílu <sup>ta</sup> až 7 hodin,  
jistě Venuse proslán přes střed dichu.



A, B ... jsou nesingulární číky, pro pravostele v bodě A  
 venkově projde po dráze CD, pro pravostele v bodě B  
 po EF.  $\neq aVb = \neq AVB$ , jiné mohou být odlišnosti  
 $AB$  lze sčít mohou být  $\exists V$  a  $\exists S$

Venice vložíjí než Merkur!

# Přechod Venuše přes Slunce

astronomia

## Bogini po przejściach

Jednym z ciekawych zjawisk astronomicznych w 2004 roku było czerwcowe przejście Wenus przed tarczą Słońca. Nasz artykuł przedstawia astronomiczne aspekty zjawiska i jego znaczenie historyczne, bowiem pozwoliło ono wyznaczyć absolutną odległość Ziemia–Słońce, czyli jednostkę astronomiczną (AU).

■ VLADIMÍR ŠTEFL, BRNO  
JULIUSZ DOMAŃSKI, TORUŃ

**P**rzekształcenie Wenus przed tarczą Słońca jest dość rzadkim zjawiskiem (tabela 1), na przykład w ubiegłym wieku nie wystąpiło ani razu!

TABELA 1			
7 XII 1631 r.	+0,96	8 XII 2125 r.	-0,76
4 XII 1639 r.	-0,54	11 VI 2243 r.	-0,73
6 VI 1761 r.	-0,60	9 VI 2255 r.	+0,52
3 VI 1769 r.	+0,64	13 XII 2360 r.	+0,64
9 XII 1874 r.	+0,85	10 XII 2364 r.	-0,86
6 XII 1882 r.	-0,65	12 VI 2490 r.	-0,78
8 VI 2004 r.	-0,66	10 VI 2498 r.	+0,47
6 VI 2012 r.	+0,59	16 XII 2603 r.	+0,53
11 XII 2117 r.	+0,74	13 XII 2611 r.	-0,96

kątem  $3,39^\circ$  i zjawisko może wystąpić tylko wtedy, gdy Wenus w dolnej koniunkcji znajduje się w pobliżu węzła orbity. A ponieważ węzeł przemieszcza się powoli względem punktu równonocy, obserwujemy zauważoną okresowość zjawiska. Ponadto zjawisko nie jest widoczne z całej powierzchni Ziemi.

Jako pierwszy przejście Wenus przed tarczą Słońca przepowiedział na dzień 7 grudnia 1631 r. Johannes Kepler (1571–1630). Jak widać, nie dane mu było sprawdzenie przeprowadzonych obliczeń.

Względne odległości w Układzie Słonecznym znane były od dawna. Wyznaczał je również Mikołaj Kopernik, oczywiście w oparciu o swój model Układu Słonecznego – ramka 1. W tabeli 2 przedstawiamy wyniki uzyskane przez Kopernika w porównaniu z pomiarami współczesnymi.

Liczby w drugiej i czwartej kolumnie podają najmniejszą odległość między trasą Wenus a centrum Słońca w ułamkach promienia jego tarczy (+ przejście na północnej, – na południowej stronie tarczy). Analizując tabelkę, można zauważać interwały wynoszące 8, 105,5, 8, 121,5 lat. Rzadkość zjawiska wynika z faktu, że płaszczyzna orbity Wenus jest nachylona do płaszczyzny eklipytyki pod

TABELA 2		
Planeta	Kopernik	Dane współczesne
Merkury	0,3959	0,3871
Wenus	0,7193	0,7233
Ziemia	1	1
Mars	1,5198	1,5238
Jowisz	5,5292	5,2028
Saturn	9,3213	9,5389

dróg przejścia. Ponad stu astronomów w wielu miejscach obserwowało zjawisko, m.in. w Indiach, Południowej Afryce, Wyspie Św. Heleny i na Syberii. Podstawowym zadaniem astronomów było możliwe dokładne uchwycenie momentów dotyku – wewnętrznych i zewnętrznych kontaktów dysków Słońca i Wenus. Dało to możliwość wyznaczenia czasu przejścia Wenus na tle tarczy słonecznej. Czas ten może wynosić nawet 7 godzin, jeśli Wenus przechodzi blisko średnicy Słońca.

W oparciu o obserwacje z 1761 r. paralaks Słońca określono jako zawartą w przedziale  $8''$ – $10''$ , natomiast w 1769 r. zauważono do  $8''$ – $9''$ . Późniejsze dokładniejsze opracowanie wyników przez J. Enckiego prowadziło do wyniku  $\pi = 8,57''$  i 1 AU = 153,5 mln km.

W Rosji obserwacje zorganizował Michaił Lomonosow (rys. obok). Przy pierwszym kontakcie zauważył, że ciemny krążek planety jest otoczony światlną aureolą. Lomonosow słusznie zauważył, że jest on spowodowany istnieniem atmosfery Wenus, refrakcją w jej górnich warstwach. Trzydziestu lat później istnienie atmosfery Wenus potwierdził Wiliam Herschel.

Przejście Wenus na tle tarczy słonecznej ma też duże znaczenia dla nauczania w szkołach. Wykształcenie odpowiedniego wyobrażenia o odległościach w Układzie Słonecznym (i nie tylko) i sposobach ich wyznaczania jest przecież jednym z głównych celów nauczania fizyki z astronomią.

Pokażmy jedną z metod przedstawienia tego uczniom. Za czasów Halleya było już znane III prawo Keplera  $\frac{a^3}{T^2} = \text{const}$ , z którego, znając okresy obiegu Wenus  $T_W = 225$  dni i Ziemi  $T_Z = 365$  dni, znajdziemy  $\frac{a_W}{a_Z} = 0,7$ . Mamy wówczas  $\frac{a_W}{a_Z - a_W} = \frac{7}{3}$ .

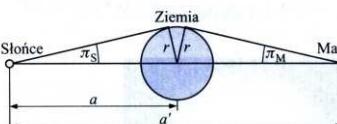
astronomia

### Ramka 2

Powtórz obliczenia Cassiniego i wyznacz paralaksę Słońca.

**Rozwiążanie:**  
Zgodnie z rysunkiem 3:

$$\sin\pi_S = \frac{r}{a} \quad \text{oraz} \quad \sin\pi_M = \frac{r}{a' - a},$$
$$\text{skąd } \sin\pi_S = \left(\frac{a'}{a} - 1\right) \sin\pi_M.$$

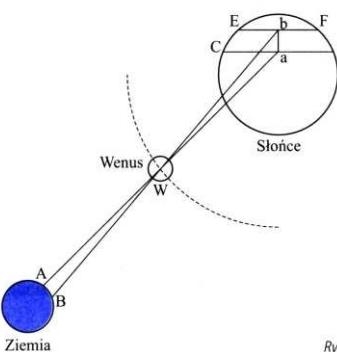


Rys. 3

Ponieważ paralaksy Słońca i Marsa są bardzo małe, możemy ich sinusy zastąpić wartościami kątów w mierze łukowej, zatem

$$\pi_S = \left(\frac{a'}{a} - 1\right) \pi_M.$$

Względne odległości planet były znane, więc pomiary Cassiniego i Picarda sprowadzały się do wyznaczenia paralaksy Marsa. Otrzymano  $\pi_M = 6,25''$  i  $\pi_S = 9,5''$ , skąd odległość Ziemia–Słońce  $D = 138$  mln km.



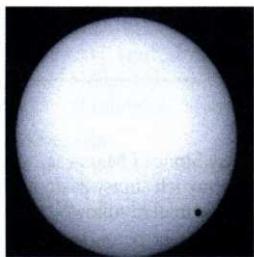
Rys. 4

Weźmy dwie miejscowości A i B na Ziemi odległe o 3000 km (rys. 4). Na tarczy Słońca zobaczymy Wenus (widoki z obu miast) na liniach CD i EF, odległych od siebie o

$$3000 \cdot \frac{7}{3} \approx 7000 \text{ km.}$$

Oczywiście  $\angle AWB = \angle aWb$ . Oszacujmy wielkość tego kąta. Przy odległości Ziemia-Słońca równej ok. 150 mln km:

$$\angle aWb = \frac{7000}{150000000} = 0,000047 \approx 10''.$$



Rys. 5. Fot. Tomasz Mrozek  
<http://www.astro.uni.wroc.pl/vt-2004.html>

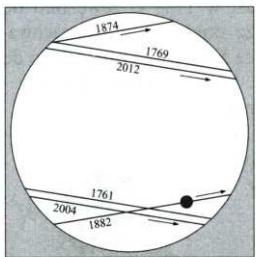
Jest to bardzo mały kąt (równy w przybliżeniu 1/6 średnicy kątowej Wenus), trudny do zmierzenia ale mierzalny. A znajomość tego kąta, jak widać z rysunku, pozwala na obliczenie odległości Ziemia-Wenus i Wenus-Słońce a tym samym odległości Ziemia-Słońce. Ponieważ przy pomiarach tak małych kątów popelniamy dość znaczny błąd, w praktyce postępuje się nieco inaczej. Wartość tego kąta wylicza się z czasów przejścia Wenus przed tarczą Słońca (metoda Halleya) lub czasów tego samego kontaktu (metoda Delisle'a). W obu przypadkach czasy muszą być zmierzone z dwóch (przynajmniej) punktów na Ziemi.

Dziś mamy też znacznie dokładniejsze metody wyznaczania odległości w Układzie Słonecznym (metody radarowe i laserowe). Dala one odległość Ziemia-Słońce równą 1 AU = 149 597 870,691 km.

Zdjęcie Wenus na tle tarczy Słońca zrobione 8 czerwca 2004 r. przedstawia rysunek 5.

Rysunek 6 pokazuje ostatnie przejścia Wenus na tle tarczy Słońca.

Dla tych, którym dopisała pogoda obserwacje były, mamy nadzieję, niezapomnianym przeżyciem. A jeśli je przegapiliśmy (lub nie dopisała pogoda) mamy jeszcze ostatnią szansę na wykonanie obserwacji w 2012 r. Niestety tylko obserwacji Wenus na tle tarczy Słońca, bowiem z terenu Polski możliwe będzie obserwowanie jedynie końcówki zjawiska (a więc niemożliwe będzie wyznaczenie czasu przejścia a tym samym samodzielne



Rys. 6

wyznaczenie odległości Ziemia-Słońce). Pełne przejście będą mogły obserwować nasze praprawnuki w 2247 r. □

Portrety rysowała Paulina Sroczyńska

#### LITERATURA

- [1] T. Jarzębowski, *Po 122 latach Wenus ponownie na tarczy Słońca*, „Urania–Postępy Astronomii” nr 2/2004.
- [2] J. Domański, V. Štefl, *Astronomia w dziełach Juliusza Verne'a*, „Urania–Postępy Astronomii” nr 3/2003.
- [3] E. Halley, *A New Method of Determining the Parallax of the Sun, or his Distance from the Earth*, „Philosophical Transactions” vol. XXIX, 1716.
- [4] J. Bouška, V. Vanýsek, *Zatmění a zákryty nebeských těles*, NČAV, Praha 1963.
- [5] <http://www.vt-2004.org/>
- [6] <http://sunearth.gsfc.nasa.gov/eclipse/transit/venus0412.html>
- [7] <http://didaktik.physik.uni-essen.de/~backhaus/VenusProject.htm>

**A, B na Zemi 3 000 km  
na disku Slunce polohy a, b  
vzdálené  $3\ 000 \times 7/3 = 7\ 000 \text{ km}$   
úhel AVB = úhel aVb  
Velikost hledaného úhlu?  
úhel aVb =  $7\ 000 / 108\ 000\ 000 = 0,000\ 07 \text{ rad} = 14''$ , tedy  $\frac{1}{4}$   
velikosti kotoučku Venuše na disku Slunce, neboť kotouček Venuše na disku Slunce má při úhlovém průměru Venuše  $12\ 000 / 45\ 000 = 0,000\ 27 \text{ rad} = 56''$   
**měření obtížné ale realizovatelné****

# První určení konečné hodnoty rychlosti světla

## O. Ch. Römer 1644-1710

Dánský astronom Christensen Ole Römer (1644 – 1710) koncem šedesátých roků sedmnáctého století prováděl dlouhodobá pozorování zákrytů v jeho tehdejší terminologii prvního měsíce Jupitera Io. Zjistil zpožďování nástupu zatmění měsice při vzdalování Země od Jupitera. K zpřesnění údajů se v roce 1671 vypravil Römer na Hven, kde osm měsíců studoval zákryty měsíce Io. Během 2/3 roku získal údaje o více než 100 zákrytech. Připomínáme, že oběžná doba měsice Io je zhruba 42 hodin. Römer objevil, že časový interval mezi jednotlivými zákryty je proměnný, závisící na poloze Země na oběžné dráze kolem Slunce. Byl kratší, jestliže se Země přibližovala k Jupiteru a delší při vzdalování. Na základě analýzy výsledků Römer po návratu do Paříže předpověděl další zákryt měsice Io na 9. listopadu 1676 v 5 hod 35 minut 45 sekund večer. Pozorovaný jev však proběhl o 10 minut později oproti předpovědi. Výklad zpoždění Römer podal v publikaci *Démonstration touchant le mouvement de la lumière trouvée par M. Römer* česky *Vysvětlent týkající se objevené rychlosti světla podle Römera*.

# První určení konečné hodnoty rychlosti světla

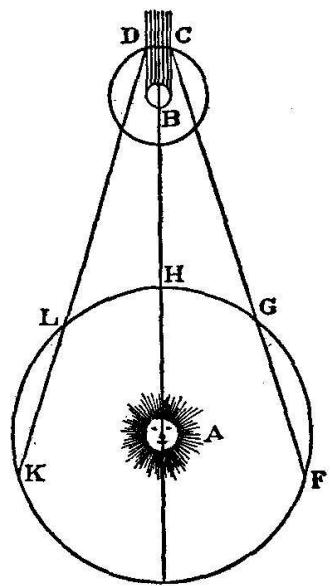


FIG. 70.

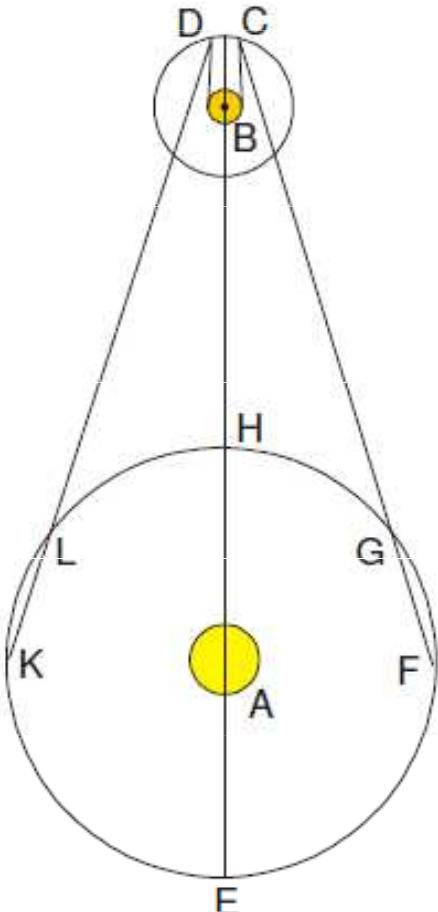
## Römerův text

Text uvádí: Je to již dávno, co se filozofové odhodlali provést několik pokusů, zda světlo dorazí do určité vzdálenosti okamžitě, či zda k tomu potřebuje čas. Pan Römer z Královské akademie přišel na způsob využití pozorování prvního měsice Jupitera, jímž dokazuje, že k překonání vzdálenosti asi 3 000 mil, což je asi velikost průměru Země, světlo nepotřebuje více než sekundu.

A jako Slunce, B jako Jupiter, C jako stín prvního měsice Jupitera, který vstupuje do jeho stínu, aby ho opustil v bodě D a EFGHKL jako Země v různé vzdálenosti od Jupitera. Tedy předpokládejme, že Země se nachází v bodě L proti druhé kvadratuře Jupitera, pak je vidět měsíc během vynořování ze stínu Jupitera v bodě D.

Po asi 42 a půl hodinach po jednom oběhu tohoto měsice víme, že Zeme se nachází v bode K se stálým výhledem na bod D. To ukazuje, že jestliže světlo potřebuje čas k překonání vzdálenosti

# Römera metoda určení konečné hodnoty rychlosti světla



Pohled na obrázek je ze severního pólu sluneční soustavy, proto je směr pohybu Země a Io proti směru hodinových ručiček. Zákryty, přesněji vstupy či výstupy, Io ze stínu Jupitera nastávají periodicky. Během období, kdy se Země k Jupiteru přibližuje, jsou pozorovatelné pouze vstupy. Výstupy Io ze stínu jsou zakryty kotoučem Jupitera. V případě, že se Země od Jupitera vzdaluje, jsou pozorovatelné pouze výstupy<sup>4</sup>.

Když se Země pohybuje směrem k opozici (bod H), vstupy nastávají s předstihem, než je oběžná doba Io, směrem ke konjunkci (bod E) se výstupy zpožďují. Správné vysvětlení je, že světlo buď Zemi dohání, nebo Země světlu předchází.

To je zřejmé u bodů L a K. Když v bodě L naměříme přesný čas výstupu Io a to samé provedeme v bodě K, kam Země za nějaký čas dorazí, měli bychom z rozdílu těchto časů získat hodnotu, která je násobkem synodické periody Io. Zjistíme ale, že získaný rozdíl je o něco delší. Přebytek by měl být roven času, který světlo potřebuje, aby urazilo vzdálenost mezi body L a K. Pro určení odchylky je tedy nezbytné znát přesnou synodickou periodu měsíce.

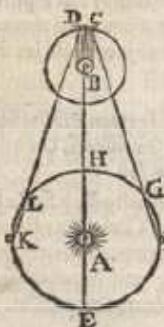
# První určování rychlosti světla

**“Démonstration touchant le mouvement de la lumière trouvé par M. Roemer de l'Académie des sciences”, Journal des Scavans du lundi 7 décembre 1676, pp. 276-279.**

276 JOURNAL

Démonstration touchant le mouvement de la lumière trouvé par M. Römer de l'Académie Royale des Sciences.

Il y a long-temps que les Philosophes sont en peine de décider par quelque expérience, si l'action de la lumière se porte dans un instant à quelque distance que ce soit, ou si elle demande du temps. M<sup>e</sup>. Römer de l'Académie Royale des Sciences s'est avisé d'un moyen tiré des observations du premier satellite de Jupiter, par lequel il démontre que pour une distance d'environ 3000 lieues, telle qu'est à peu près la grandeur du diamètre de la terre, la lumière n'a pas besoin d'une seconde de temps.



Soit A le Soleil, B Jupiter, C le premier Satellite qui entre dans l'ombre de Jupiter pour en sortir en D, & soit E F G H K L la Terre placée à diverses distances de Jupiter.  
Or supposé que la terre estant en L vers la seconde Quadrature de Jupiter, ait vu le premier Satellite, lors de son émission ou sortie de l'ombre en D; & qu'en suite environ 42. heures & demie après, scavoir après une révolution de ce Satellite, la terre se trouvant

DES SCAVANS. 277

en K, le voyez de retour en D: il est manifeste que si la lumière demande du temps pour traverser l'intervalle L K, le Satellite sera vu plus tard de retour en D, qu'il n'auroit été si la terre estoit demeurée en K, de sorte que la révolution de ce Satellite, ainsi observée par les Emersons, sera retardée d'autant de temps que la lumière en aura employé à passer de L en K, & qu'au contraire dans l'autre Quadrature FG, où la terre en s'approchant, va au devant de la lumière, les révolutions des Immersions paroîtront autant accourcies, que celles des Emersons avoient paru allongées. Et parce qu'en 42 heures & demie, que le Satellite emploie à peu près à faire chaque révolution, la distance entre la Terre & Jupiter dans l'un & l'autre Quadrature varie tout au moins de 210 diamètres de la Terre, il s'ensuit que si pour la valeur de chaque diamètre de la Terre, il faisoit une seconde de temps, la lumière emploieroit  $\frac{3}{2}$  min. pour chacun des intervalles GF, KL, ce qui causeroit une différence de près d'un demi-quart d'heure entre deux révolutions du premier Satellite, dont l'une auroit été observée en FG, & l'autre en KL, au lieu qu'on n'y remarque aucune différence sensible.

Il ne s'ensuit pas pourtant que la lumière ne demande aucun temps: car après avoir examiné la chose de plus près, il a trouvé que ce qui n'étoit pas sensiblement en deux révolutions, devenou très considérable à l'égard

M m m 7 de

278 JOURNAL

de plusieurs prises ensemble, & que par exemple 40 révolutions observées du côté F, estoient sensiblement plus courtes, que 40 autres observées de l'autre côté en quelque endroit du Zodiaque que Jupiter se soit rencontré; & ce à raison de 22 pour tout l'intervalle H E, qui est le double de celuy qu'il y a d'icy au soleil.

La nécessité de cette nouvelle Equation du retardement de la lumière, est établie par toutes les observations qui ont été faites à l'Académie Royale, & à l'Observatoire depuis 8 ans, & nouvellement elle a été confirmée par l'Emersion du premier Satellite observé à Paris le 9 Novembre dernier à 5 h. 35'. 45". du soir, 10 minutes plus tard qu'on ne l'eût dû attendre, en la déduisant de celles qui avoient été observées au mois d'Aoust, lors que la terre estoit beaucoup plus proche de Jupiter; ce que M<sup>e</sup>. Römer avoit prédit à l'Académie dès le commencement de Septembre.

Mais pour ester tout lieu de douter que cette inégalité soit causée par le retardement de la lumière, il démontre qu'elle ne peut venir d'aucune excentricité, ou autre cause de celles qu'on apporte ordinairement, pour expliquer les irrégularitez de la Lune & des autres Planètes: bien que néanmoins il se soit apperçeu que le premier Satellite de Jupiter estoit excentrique, & que dailleurs les révolutions estoient avancées ou retardées à mesure

DES SCAVANS. 279

sûre que Jupiter s'approchoit ou s'éloignoit du soleil, & même que les révolutions du premier Mobile estoient inégales; sans touzefois que ces trois dernières causes d'inégalité empêchent que la première ne soit manifeste.

Pharmacopée Royale Galénique & Chymique par Moyse Charas Apothicaire Artiste du Roy en son Jardin Royal des Plantes, In 4. A Paris chez l'Auteur, rue des Boucheries, Faux-bourg S. Germain, aux Vipres d'or.

L'Abondance & la bonté des remèdes dont cet auteur a rempli son livre peut rendre aux étrangers avec usure ce que nous avions emprunté de leurs ouvrages, n'en ayant point eu jusqu'à présent en France sur cette matière d'une aussi grande étendue que celuy-ey. Il comprend l'une & l'autre Pharmacie dont l'union est si nécessaire pour le choix, la préparation, l'usage & la mixtion des medicaments tant suivant le sentiment des anciens, ce que la Pharmacie Galénique enseigne, que suivant ce que les Modernes nous ont appris par leurs nouvelles découvertes dans la Chymie.

Comme l'une & l'autre de ces Pharmacie reconnoit les vegetaux, les animaux, & les minéraux pour la matière sur laquelle elle doit fonder ses operations, & dont châcune prépare des remèdes propres pour le sou-

# První určování rychlosti světla

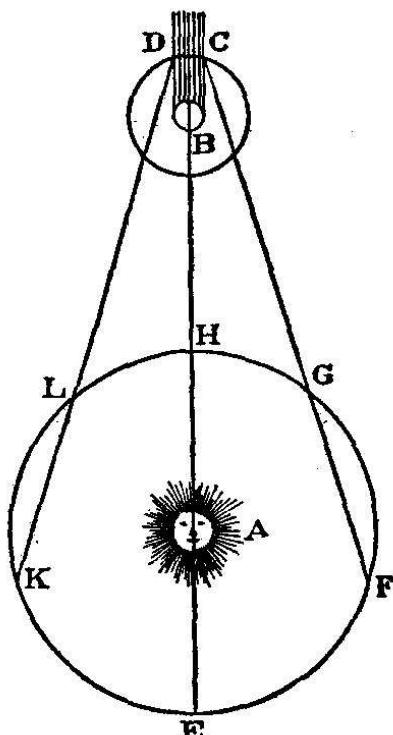


FIG. 70.

Z časových údajů Römera byla později stanovena hodnota rychlosti světla  
 $215\,000 \text{ km.s}^{-1}$   
diskuse nepřesnosti ...

Správný výklad lze podat následovně:

V poloze K při vzdalování Země od Jupitera je doba  $T'$  mezi dvěma po sobě následujícími zatměními měsíce Io větší než skutečná oběžná doba  $T_0$ ,  $T' = T_0 + \Delta t$ , kde  $\Delta t$  je doba, kterou potřebuje světlo na uražení dráhy proběhnuté Zemí při jejím oběhu za dobu  $T_0$ . Platí  $\Delta t = T_0 \frac{v}{c}$  a tedy  $T' = T_0 + \frac{v}{c} T_0$ .

V poloze F se Země přibližuje k Jupiteru, doba mezi dvěma zatměními  $T''$  je menší než skutečná doba  $T_0$ , obdržíme  $T'' = T_0 - \frac{v}{c} T_0$ . Z rovnic pro  $T'$  a  $T''$  po úpravě dostaneme  $c = \frac{T' + T''}{T'' - T'} v$ . Při znalosti doby mezi zatměními  $T'$  a  $T''$  a z rychlosti pohybu Země kolem Slunce  $v$  lze stanovit rychlosť světla  $c$ .

# První určování rychlosti světla

## Römerovy záznamy pozorování

obser. Eversi.		obser. první journalium parisijs.	
1673.		1673.	
Martij 20. $\frac{H}{T} 6^{\circ} 0'$ .	Oct. 22. $\frac{H}{T} 1^{\circ} 11''$ <i>Emersio</i>	1668. <i>exclam debet</i> $\frac{H}{T} 1^{\circ} 41''$ <i>Emersio</i>	1673. $H 1^{\circ} 11'$ <i>Emersio</i>
coniunctio superior	Oct. 22. $\frac{H}{T} 1^{\circ} 41''$ <i>Emersio</i>	1669.	Apr. 18. $9^{\circ} 22 0'$ <i>Emersio</i>
1677.	no. 26. $H 26^{\circ} 40' Jmm$	1671.	Apr. 25. $11^{\circ} 18 5'$ <i>Emers</i>
Janij 25. $H 5^{\circ} 25 20'$ <i>Em. n. boda</i>	Martij 19. $9^{\circ} 1^{\circ} 44''$ <i>Emersio</i>	maiij 2. $13^{\circ} 12 40'$ <i>Emers</i>	maiij 2. $9^{\circ} 17 39'$ <i>Emers</i>
obseruacijem magulic	Apr. 27. $7^{\circ} 42 30'$ <i>Em.</i>	maiij 18. $11^{\circ} 32 44'$ <i>Emers</i>	Aug. 4. $8^{\circ} 30 41'$ <i>Emers</i>
1675.	maiij 4. $9^{\circ} 41 30'$ <i>Emers</i>	Decembar. 6 39 14 <i>Jmm.</i>	Decembar. 6 39 14 <i>Jmm.</i>
Jul. 6. $H 29 0'$ .	Oct. 24. $18^{\circ} 15 0'$ <i>Jmm.</i>	maiij 23. $16^{\circ} 74 \frac{F}{T} 7^{\circ} 15'$	maiij 23. $16^{\circ} 74 \frac{F}{T} 7^{\circ} 15'$
1677.	maiij 18. $16^{\circ} 72$	Jul. 31. $9^{\circ} 19 2'$ <i>Emers</i>	Jul. 31. $9^{\circ} 19 2'$ <i>Emers</i>
Sept. 12. $8^{\circ} 7 0'$ .	Jan. 3. $12^{\circ} 42 36' Jmm$	1675.	
Sept. 14. $9^{\circ} 46 0'$ .	Jan. 10. $14^{\circ} 32 14' Jmm$	Jul. 20. $8^{\circ} 22 42'$ <i>Emers</i>	
Dec. 27. $6^{\circ} 3 0'$ .	Jan. 12. $8^{\circ} 59 22' Jmm$	Jul. 27. $10^{\circ} 17 31'$ <i>Emers</i>	
	Feb. 11. $10^{\circ} 57 6' Jmm. dub.$	Oct. 29. $6^{\circ} 7 22'$ <i>Emers</i>	
	Feb. 20. $7^{\circ} 20 26' Jmm. dub.$	1676. $(29)$	
	Mart. 7. $7^{\circ} 58 25' Emers$	maiij 12. $14^{\circ} 49 42' Jmm$	
	mar. 14. $9^{\circ} 52 30' Emers$	Jun. 13. $10^{\circ} 56 11' Jmm$	
	mar. 23. $6^{\circ} 18 14' Emers$	Aug. 7. $9^{\circ} 49 50'$ <i>Emers</i>	
	mar. 28. $13^{\circ} 45 30' Emers$	Aug. 14. $11^{\circ} 45 55'$ <i>Emers</i>	
	mar. 30. $8^{\circ} 14 46' Emers$	Aug. 23. $8^{\circ} 11 13'$ <i>Emers</i>	
	Apr. 6. $10^{\circ} 11 22' Emers$	Nov. 9. $16^{\circ} 75 45 35'$ <i>Em.</i>	
	Apr. 13. $12^{\circ} 8 8' Emers$	Junij 9. $12^{\circ} 23 24' Jmm.$	
	Apr. 22. $8^{\circ} 34 28' Emers$	Junij 16. $14^{\circ} 16 14' Jmm.$	
	Apr. 29. $10^{\circ} 30 6' Emers$	Jul. 9. $14^{\circ} 21 54' Jmm.$	
	Nov. 28. $8^{\circ} 37 5' Jmm.$	Jul. 19. $10^{\circ} 47 6'$ <i>Emersio facie</i>	
	1673.	Jul. 25. $12^{\circ} 37 10' Jmm.$	
	feb. 4. $18^{\circ} 31 10' Jmm.$	Aug. 26. $11^{\circ} 31 50'$ <i>Emers</i>	
	feb. 6. $12^{\circ} 0 0' Jmm.$	Sept. 11. $9^{\circ} 54 30'$ <i>Emers</i>	
	feb. 13. $13^{\circ} 53 20' Jmm.$	Sept. 18. $8^{\circ} 41 0'$ <i>Contadofacile</i>	
	feb. 27. $17^{\circ} 40 10' Jmm.$	8 46 0' <i>Tolus Lutetiae</i>	
	mar. 1. $12^{\circ} 9 1' Jmm$	11 51 46' <i>Emers</i>	
	mar. 15. $16^{\circ} 6 48' Jmm$	Sept. 29. $8^{\circ} 14 0'$ <i>Contadofacile</i>	
	mar. 17. $20^{\circ} 28 16' Jmm$	8 18 30' <i>Tolus Lutetiae</i>	
	mar. 24. $12^{\circ} 24 30' Jmm$	No. 5. $6^{\circ} 59 0'$ <i>Emers</i>	
		1678.	
		Jan. 6. $5^{\circ} 25 47'$ <i>Emers</i>	