



**Historie IX.**

**Teorie relativity**

**Vladimír Štefl**

**Ústav teoretické fyziky a astrofyziky**

# Chaplin x Einstein



- Chaplin to Einstein: “People love me, because they understand *everything* I say, and they love you, because they understand *nothing* of what you say...”

# Experimenty - krize ve fyzice, vznik teorie relativity

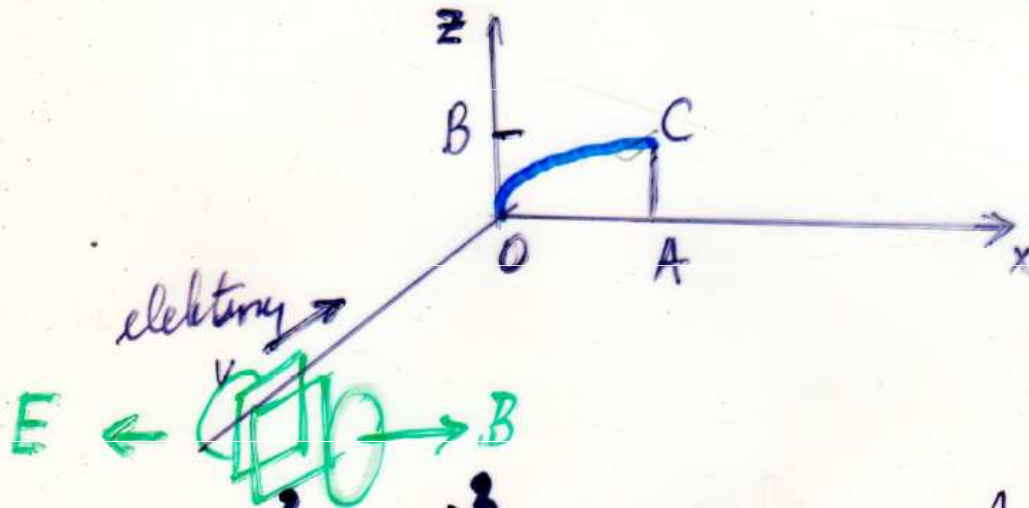
koncem předminulého století - existence **nevysvětlitelných experimentů z pohledu klasické fyziky** - např. radioaktivní rozpad, změna hmotnosti s rychlostí u elementárních částic, elektromagnetické vlny a tudíž také elektromagnetické pole se šíří konečnou rychlostí - světla, elektromagnetická interakce nemůže mezi náboji a proudy nastat okamžitě, jak žádá princip okamžitého působení *začal být podrobně studován pohybový stav éteru, experimenty k jeho sledování - Albert Michelson 1852-1931, negativní výsledek, žádný pohyb Země nezjištěn vůči éteru*

*Hendrik Antoon Lorentz 1853-1928, Nobelova cena r. 1902 za fyziku, vliv magnetizmu na záření, vycházel z předpokladu, že éter je v absolutním klidu, není tělesy strháván a je tudíž realizací absolutního Newtonova prostoru, kniha... Pokus o jednu teorii elektrických a optických jevů v pohybujícím se prostředí 1895*  
*Einstein negativní výsledek Michelsonových experimentů neznal...*

# Walter Kaufmann 1871 - 1947

r letech 1901-1906 Kaufmann, publikace...  
 e ... se neminí s rychlostí  
 $e/m \downarrow$  s rostoucími  $v$

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

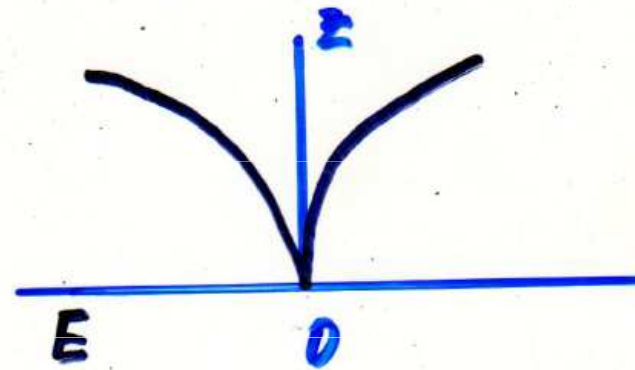
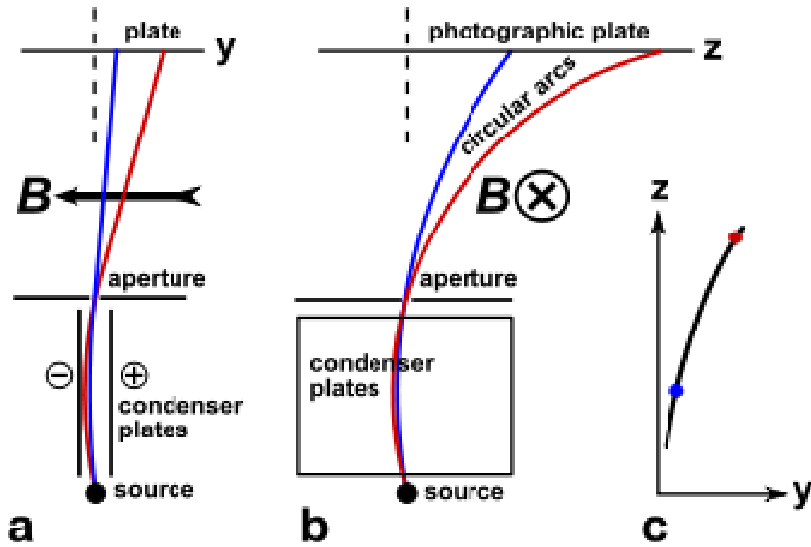


$$\frac{z^2}{x} = \frac{A^2}{B} \cdot \frac{e}{m_e}$$

A, B .. konst.

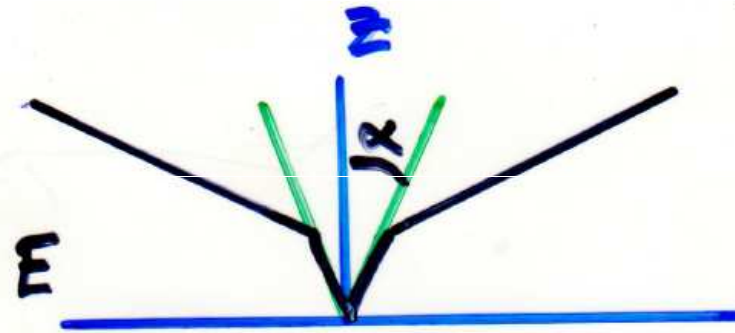
parabolická křivka za předpokladu  $e/m_e = \text{konst.}$   
 elektrické pole mezi deskami mobilního kondenzátoru,  
 umístěného v mag. poli sv. Helmholtzových cívek  
 vzdálených elektronů průběhem během pole je  
 rovněž kolmé

# Kaufmann 1902

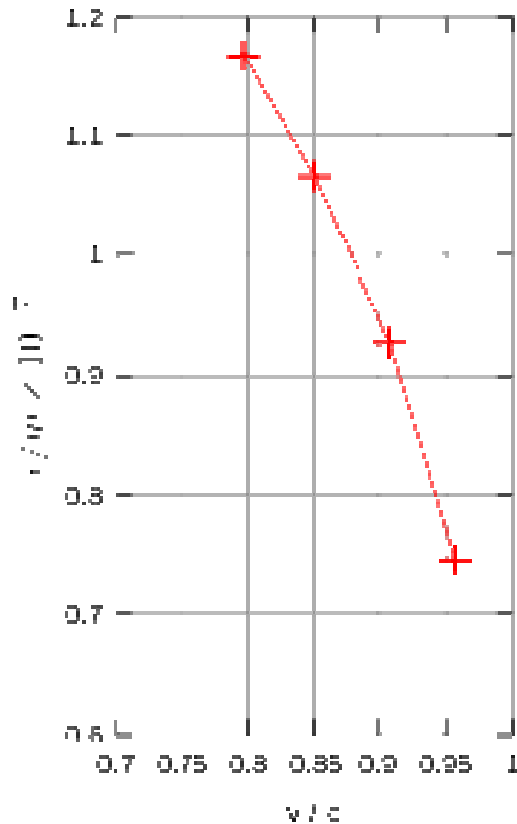


změna směru  
elektrického pole  
⇒ výhled symetrie  
chá podle z

skutečný průběh:



všude volají  
 $\alpha \neq 0$   
nemají  
parabolický  
traj



⇒  $e/m_e$  není konst

Kaufmann 1901

reprodukt kvalitativně měření  $e/m_e$   
stopy křivek neostá

## Ueber die electromagnetische Masse des Elektrons.

Von

**W. Kaufmann.**

Vorgelegt in der Sitzung vom 26. Juli 1902.

In einer früheren Abhandlung<sup>1)</sup> habe ich aus der magnetischen und elektrischen Ablenkung der Becquerelstrahlen nachgewiesen, daß für große Geschwindigkeiten die „Masse“ des Elektrons veränderlich wird und mit der Geschwindigkeit wächst. Der damals gemachte Versuch, die beobachteten Aenderungen mit den von der Theorie verlangten zu vergleichen, bedarf aus mehreren Gründen einer Berichtigung und Verbesserung, die den Inhalt der folgenden Mitteilung bilden sollen.

Die damals benutzte theoretische Formel von Herrn Searle<sup>2)</sup> konnte mit den Beobachtungen nur dadurch in Einklang gebracht werden, daß zu der elektromagnetischen Masse des Elektrons noch eine mechanische Masse von geeigneter Größe hinzugefügt wurde. Aus der inzwischen erschienenen Theorie von Herrn M. Abraham<sup>3)</sup> geht nun aber hervor, daß der theoretische Ausdruck für die Masse ein anderer ist, je nachdem es sich um longitudinale oder transversale Beschleunigungen handelt, und daß die Searle'sche Formel nur die longitudinale Masse darstellt, während für die hier in Betracht kommende transversale Masse ein Ausdruck gilt, der sich bedeutend langsamer mit der Geschwindigkeit ändert, der aber auch für Lichtgeschwindigkeit unendlich wird.

Ein Versuch, diese Formel mit meinen Beobachtungen in Einklang zu bringen, schlug damals fehl; durch Hinzufügung einer

Die Zahlen der letzten Reihe sind in der That, wie Gl. (19) verlangt, konstant, die Abweichungen vom Mittel betragen: +0,3; -1,2; +0,3; -0,5 %.

Die Beobachtungen sind demnach durch die Abraham'sche theoretische Formel wirklich darstellbar, d. h.:

*Die Masse der Elektronen ist rein elektromagnetischer Natur.*

Es bleibt noch zu untersuchen, wie weit die Absolutwerte sich von den theoretisch verlangten unterscheiden. Für  $(y, \varrho)_{z=0}$  war gefunden 0,945.

Das ergibt nach Gl. (3):

$$(20) \quad \underline{V} = \frac{1,775}{0,945} \frac{F}{H} = \frac{1,775}{0,945} \cdot \frac{44,3 \cdot 10^{11}}{299} = \underline{2,785 \cdot 10^{10}}$$

während die Lichtgeschwindigkeit  $3,00 \cdot 10^{10}$  beträgt.

Die Abweichung beträgt 7,2 %, während ich früher den möglichen Fehler der Absolutwerte zu 5 % geschätzt hatte.

Es ist wahrscheinlich, daß dieser Fehler in den gemachten vereinfachten Annahmen über den Verlauf des elektrischen Feldes beruht; nehmen wir dies an, so wären alle  $v$ -Werte mit  $\frac{3,00}{2,785}$  zu multiplizieren und dasselbe würde auch für die Werte von  $\varepsilon/\mu$  gelten.

Nun ist nach Gl. (18):

$$(21) \quad \frac{\varepsilon}{\mu_0} = 0,4605 \cdot \frac{3}{4} \frac{F}{H^2}$$

oder nach Anbringung oben erwähnter Korrektur:

$$(22) \quad \left(\frac{\varepsilon}{\mu_0}\right)_{\text{corr}} = 0,4605 \cdot \frac{3}{4} \frac{F}{H^2} \cdot \frac{3,00}{2,785} = \underline{1,84 \cdot 10^7}$$

während für Kathodenstrahlen gefunden wurde:

$$(23) \quad \frac{\varepsilon}{\mu_0} = \underline{1,865 \cdot 10^7}.$$

Zusammenfassend läßt sich folgendes sagen:

Der relative Zusammenhang zwischen elektrischer und magnetischer Ablenkung entspricht der theoretischen Formel unter der Annahme rein elektromagnetischer Masse. Die Absolutwerte weichen von den theoretischen [Grenzwert von  $v = V$   $\varepsilon/\mu_0 = 1,86 \cdot 10^7$ ] nur innerhalb der Grenzen der möglichen Beobachtungsfehler ab.

1) Göttinger Nachrichten 1901, Heft 12

2) Phil. Mag. (5) 44. 340; 1897.

3) Göttinger Nachrichten, 1902, Heft 1.

# Úvod do speciální teorie relativity

konec 19. století a počátek 20. století byl poznamenán *zkoumáním vzájemného vztahu základních klasických disciplín, mechaniky a teorie elektromagnetického pole*, vyšetřováním implikací z jednoho oboru do druhého. Při tom byly objeveny Hendrikem Antoonem Lorentzem *tzv. Lorentzovy transformace souřadnic*, udávající vzájemný vztah prostorových a časových souřadnic, jejich autorem nebyly správně interpretovány. V čem spočívala podstata problému?

Byla použita *Galileova transformace* pro studium toho, zda *Maxwellovy rovnice jsou vůči ní invariantní či nikoliv*. Bylo zjištěno, že **nejsou**.

Odtud vyplynulo, že uvnitř uzavřeného systému můžeme v zásadě určit, zda se systém pohybuje rovnoměrně přímočaře či nikoliv, použijeme-li elektromagnetických procesů a nikoliv mechanických. Odtud vyšly pokusy o změření absolutní rychlosti pohybu Země vůči nepohyblivému absolutnímu Newtonově prostoru či nepohyblivému éteru.

# Úvod do speciální teorie relativity

Veškeré pokusy stanovit tuto rychlost ztroskotaly. Einstein, pokud vůbec o nich věděl, měl před sebou v zásadě dvě možnosti:

Bud' pokládat *klasickou mechaniku za nedostatečně nepřesnou teorii*, anebo pokládat za *nepřesnou teorii elektromagnetického pole*. Obě měly široké uplatnění v praxi a z tohoto hlediska byly obě přijatelné jako východisko. **Einstein** si vybral jako **správnou Maxwellovu teorii**.

Druhou možností, že je správná mechanika, si zvolil švýcarský fyzik Walter Ritz 1878-1909. Ale brzy tuto hypotézu opustil.

Ve STR Einstein kladl další otázky. Proč Maxwellovy rovnice nemají vlastnost obdobnou jako Newtonovy rovnice - invarianci vůči Galileově transformaci, ač by ji měly mít.

Zákony elektromagnetického pole by měly být invariantní vůči přechodu z jednoho kartézského systému souřadnic do jiného, který se vůči němu pohybuje rovnoměrně přímočaře. Požadavek lze vyslovit i jako obecně platný pro všechny fyzikální zákony. Pokud platí a budeme-li předpokládat, že teorie elektromagnetického pole je v pořádku,



# Úvod do speciální teorie relativity

potom by měla být rychlost vlného elektromagnetického pole konstantní, nezávislá nejen na čase, ale i na pohybu zdroje (např. světla), ani na pohybu daného vztažného systému.

myšlenky na nový pohled na fyziku pomáhali formovat

*Henri Jules Poincaré 1854 – 1912* relativistické úvahy

*Hermann Minkowski 1864-1909* teorie relativistického čtyřprostoru

*Mileva Marić 1875-1948, první manželka*, prováděla některé výpočty



# Albert Einstein 1879-1955

životopis - Nobelova cena r.1921 za fyziku, *za práce pro rozvoj teoretické fyziky a zejména za objev zákona fotoelektrického jevu*, švýcarský státní občan r. 1901




# Albert Einstein životní pout' 1885 - 1896

- 1885–1888: veřejná katolická základní škola, antisemitismus; dárek–kompas: „za světem kolem nás se zřejmě odehrávalo něco velice tajemného“
- 1888–1894: Luitpoldovo gymnázium, „stejně v žádném oboru nikdy neuspěje“
- 1889: Max Talmud – kniha o geometrii, „svatá kniha geometrie“, naučil se analýzu, četl Kanta
- 1894: rodina se stěhuje do Milána, Albert v internátní škole, hrozí odvedení do armády po vyloučení ze školy, utíká k rodičům
- 1895: pokus o přijetí na Polytechnický ústav v Curychu (nevyžadována maturita), propadl z francouzštiny, chemie a biologie, ale tak dobrý v M-F, Albin Herzog slíbil za rok přijetí bez zkoušky
- 1896: příprava na kantonální škole v Arrau – „přístav svobody“, v rodině Josta Wintelera (už v 70. letech varuje před hnědou diktaturou v Německu) ⇨ přátelství rodin, Marie 1. láskou

# Albert Einstein 1896



29 229

  
**Der Erziehungsrat**  
 des  
**Kantons Aargau**  
 verkündet hiemit:


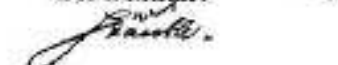
Herr Albert Einstein aus Mülmen,  
 geboren am 14. März 1879,


bewilligt die aargauische Kantonschule an der II. S. IV. Klasse  
 eine Gewerbeschule.

Nach abgelegter schriftlicher Reifeprüfung am 12. 15. 1896  
 September, sowie am 18. September 1896, erhielt derselbe folgende Punkte:

1. Deutsche Sprache und Metrik	5
2. Französisch	5
3. Englisch	5
4. Lateinisch	5
5. Geschichte	6
6. Geographie	4
7. Algebra	6
8. Geometrie <small>(Planimetrie, Trigonometrie)</small>	6
9. Darstellende Geometrie <small>(Anpassung &amp; analytische Geometrie)</small>	6
10. Physik	6
11. Chemie	5
12. Naturgeschichte	5
13. Die Naturwissenschaften	4
14. Die technische Zeichnung	4

Gestützt hierauf wird demselben das Reifezeugnis der Reife erteilt.  
 Aarau, den 1. 7. Oktober 1896.

Ein Mann des Erziehungsrates,  
 Der Präsident:  
  
 Der Sekretär:  


  
 A. S. M. 1896  
 1896 Die Kant. Regierung

# Albert Einstein 1896 - 1902

- 1896–1900: studium na ETH (Eidgenössische Technische Hochschule Zürich), Heinrich Weber (slibuje místo asistenta), Jean Pernet („pro fyziku jste beznadějný případ“), Hermann Minkowski („líný jako veš“)
- poznává v ročníku Milevu Marićovou, 430 dopisů (\$ 400 000)
- 1900: bez práce, „když Bůh stvořil osla, dal mu tlustou kůži“
- 1901: švýcarské občanství, Mileva neuspěla u zkoušek, pomocný, učitel matematiky technické školy ve Winterthuru, soukromý učitel v Schaffhausenu, 1. publikovaný článek o kapilárních jevech; zproštěn vojenské služby (varixy, ploché nohy, pocení nohou)
- 1902: narodila se Lieserl, umírá otec, technický úředník 3. třídy patentového úřadu; „můj světský klášter“



# Albert Einstein 1905

## Annalen der Physik 1905 (17. ročník)

- Max Born: „z nejpozoruhodnějších ročníků vědecké literatury“; \$ 15 000,- v r. 1994
- 18. 3.: „O jistém heuristickém hledisku na vznik a přeměnu světla“
- 11. 5.: „O pohybu částic vznášejících se v nepohyblivé kapalině, který vyplývá z molekulárně kinetické teorie tepla“
- 30. 6.: „K elektrodynamice pohybujících se těles“ *Zur Elektrodynamik bewegter Körper*
- 27. 9.: „Závisí setrvačnost tělesa na jeho energetickém obsahu?“ *Ist die Trägheit eines Körpers von seinem Energieinhalt abhängig?*



# Albert Einstein 1905

*annus mirabilis - zázračný rok 1905*

disertační práce *Nové určení rozměrů molekul* Curych, duben 1905,  
články v *Annalen der Physik*

*O jistém heuristickém hledisku na vznik a přeměnu světla 18.3.1905*

*O pohybu částic vznášejících se v nehybných kapalinách, který vyplývá z molekulárně kinetické teorie tepla 11.5.1905*

*K elektrodynamice pohybujících se těles 11.5.1905*

*Závisí setrvačnost tělesa na jeho energetickém obsahu? 27.9.1905*

V druhém článku Einstein ukázal, že chaotické pohyby částic vnořených do kapaliny jsou důsledkem náhodných nárazů okolních molekul, našel souvislost mezi rozměry a pohyby neviditelných molekul s viditelnými pohyby, které vyvolávají - výklad Brownova pohybu následoval o rok později, potvrzena *Jeanem Perrinem 1870-1942* r. 1908

# Albert Einstein 1905

článek *O jistém heuristickém hledisku na vznik a přeměnu světla -*  
výklad fotoelektrického jevu

*„Tradiční názor, že energie světla je  
rozložena spojitě v oblasti tímto světlem  
ozářené, působí při snaze o objasnění  
fotoelektrických jevů popsaných  
v Lenardově průkopnickém článku  
velké potíže.“*

6. *Über einen  
die Erzeugung und Verwandlung des Lichtes  
betreffenden heuristischen Gesichtspunkt;  
von A. Einstein.*

Zwischen den theoretischen Vorstellungen, welche sich die Physiker über die Gase und andere ponderable Körper gebildet haben, und der Maxwell'schen Theorie der elektromagnetischen Prozesse im sogenannten leeren Raume besteht ein tiefgreifender formaler Unterschied. Während wir uns nämlich den Zustand eines Körpers durch die Lagen und Geschwindigkeiten einer zwar sehr großen, jedoch endlichen Anzahl von Atomen und Elektronen für vollkommen bestimmt ansehen, bedienen wir uns zur Bestimmung des elektromagnetischen Zustandes eines Raumes kontinuierlicher räumlicher Funktionen, so daß also eine endliche Anzahl von Größen nicht als genügend anzusehen ist zur vollständigen Festlegung des elektromagnetischen Zustandes eines Raumes. Nach der Maxwell'schen Theorie ist bei allen rein elektromagnetischen



# Albert Einstein 1905

článek *O pohybu částic vznášejících se v nehybných kapalinách,  
který vyplývá z molekulárně kinetické teorie tepla*

*5. Über die von der molekularkinetischen Theorie  
der Wärme geforderte Bewegung von in ruhenden  
Flüssigkeiten suspendierten Teilchen;  
von A. Einstein.*

---

In dieser Arbeit soll gezeigt werden, daß nach der molekularkinetischen Theorie der Wärme in Flüssigkeiten suspendierte Körper von mikroskopisch sichtbarer Größe infolge der Molekularbewegung der Wärme Bewegungen von solcher Größe ausführen müssen, daß diese Bewegungen leicht mit dem Mikroskop nachgewiesen werden können. Es ist möglich, daß die hier zu behandelnden Bewegungen mit der sogenannten „Brownschen Molekularbewegung“ identisch sind; die mir erreichbaren Angaben über letztere sind jedoch so ungenau, daß ich mir hierüber kein Urteil bilden konnte.

# Albert Einstein 1905

článek *O pohybu částic vznášejících se v nehybných kapalinách, který vyplývá z molekulárně kinetické teorie tepla*

Úvodní věty: *„V tomto článku bude ukázáno, že podle molekulárně kinetické teorie tepla musí mikroskopická tělíska suspendovaná v kapalinách, v důsledku tepelného pohybu jejich molekul konat pohyby takových rozměrů, jež lze snadno pozorovat mikroskopem. Je možné, že tyto pohyby, které se zde chystám diskutovat, jsou totožné s tzv. Brownovým pohybem. Nicméně informace, které o Brownově pohybu mám, jsou tak nespolehlivé, že se nemohu k této otázce jakkoliv vyjádřit. Bude-li takový pohyb skutečně pozorován (včetně zákonitostí, které jsem, věřím našel), nebude nadále možné považovat klasickou termodynamiku za přesně použitelnou na tělesa rozměrů rozlišitelných v mikroskopu; a můj rozbor umožní přesně určit skutečné rozměry atomů. Pokud se naopak existence tohoto pohybu nepotvrdí, bude to pádný argument proti molekulárně kinetické představě o teple.“*

# Albert Einstein 1906

## článek *Teorie Brownova pohybu*

### 7. *Zur Theorie der Brownschen Bewegung; von A. Einstein.*

---

Kurz nach dem Erscheinen meiner Arbeit über die durch die Molekulartheorie der Wärme geforderte Bewegung von in Flüssigkeiten suspendierten Teilchen<sup>1)</sup> teilte mir Hr. Siedentopf (Jena) mit, daß er und andere Physiker — zuerst wohl Hr. Prof. Gouy (Lyon) — durch direkte Beobachtung zu der Überzeugung gelangt seien, daß die sogenannte Brownsche Bewegung durch die ungeordnete Wärmebewegung der Flüssigkeitsmoleküle verursacht sei.<sup>2)</sup> Nicht nur die qualitativen Eigenschaften der Brownschen Bewegung, sondern auch die Größenordnung der von den Teilchen zurückgelegten Wege entspricht durchaus den Resultaten der Theorie. Ich will hier nicht eine Vergleichung des mir zur Verfügung stehenden dürftigen Erfahrungsmaterials mit den Resultaten der Theorie anstellen, sondern diese Vergleichung denjenigen überlassen, welche das Thema experimentell behandeln.

# Speciální teorie relativity

## *K elektrodynamice pohybujících se těles 1905*

### *3. Zur Elektrodynamik bewegter Körper; von A. Einstein.*

Daß die Elektrodynamik Maxwells — wie dieselbe gegenwärtig aufgefaßt zu werden pflegt — in ihrer Anwendung auf bewegte Körper zu Asymmetrien führt, welche den Phänomenen nicht anzuhafte scheinen, ist bekannt. Man denke z. B. an die elektrodynamische Wechselwirkung zwischen einem Magneten und einem Leiter. Das beobachtbare Phänomen hängt hier nur ab von der Relativbewegung von Leiter und Magnet, während nach der üblichen Auffassung die beiden Fälle, daß der eine oder der andere dieser Körper der bewegte sei, streng voneinander zu trennen sind. Bewegt sich nämlich der Magnet und ruht der Leiter, so entsteht in der Umgebung des Magneten ein elektrisches Feld von gewissem Energiewerte, welches an den Orten, wo sich Teile des Leiters befinden, einen Strom erzeugt. Ruht aber der Magnet und bewegt sich der Leiter, so entsteht in der Umgebung des Magneten kein elektrisches Feld, dagegen im Leiter eine elektromotorische Kraft, welcher an sich keine Energie entspricht, die aber — Gleichheit der Relativbewegung bei den beiden ins Auge gefaßten Fällen vorausgesetzt — zu elektrischen Strömen von derselben Größe und demselben Verlaufe Veranlassung gibt, wie im ersten Falle die elektrischen Kräfte.

# Speciální teorie relativity

## *K elektrodynamice pohybujících se těles r.1905*

*A. Einstein*

### *K elektrodynamice pohybujících se těles; od A. Einsteina.*

Je známo, že Maxwellova elektrodynamika, jak je pojmána dnes, vede v aplikacích na pohybující se tělesa k asymetriím, které nejsou v souladu s pozorováním. Myslí se tím např. vzájemné elektrodynamické působení mezi magnetem a vodičem. Pozorovaný jev závisí jen na relativním pohybu mezi vodičem a magnetem, ale v obvyklém pojetí jsou od sebe oba případy, kdy se jedno nebo druhé těleso pohybuje, zásadně odděleny. Pohybuje-li se magnet a vodič je v klidu, vzniká v okolí magnetu elektrické pole s určitou energií, které v oblastech kde se nachází části vodiče vytváří proud. Ale pokud je magnet v klidu a pohybuje se vodič, nevzniká v okolí magnetu žádné elektrické pole. Ve vodiči však vzniká elektromotorická síla, které neodpovídá žádná energie, ale - shoda relativních pohybů se v obou případech předpokládá - způsobí elektrický proud o téže velikosti a směru, jako v prvním případě.

# Speciální teorie relativity

## *K elektrodynamice pohybujících se těles r. 1905*

$$\text{hmotnost} \times \text{zrychlení} = \text{síla}$$

a pokud dále zavedeme, že zrychlení má být měřeno v klidovém systému  $K$ , obdržíme z výše uvedeného rovnice.

Podélná hmotnost

$$= \frac{\mu}{\left( \sqrt{1 - \left( \frac{v}{V} \right)^2} \right)^3},$$

Příčná hmotnost

$$= \frac{\mu}{1 - \left( \frac{v}{V} \right)^2}.$$

Samozřejmě, že bychom dostali pro jinou definici síly a zrychlení jiná čísla pro hmotnost; z toho je vidět, že se při porovnávání různých teorií pohybu elektronu musí postupovat velmi opatrně.

# Speciální teorie relativity

## *K elektrodynamice pohybujících se těles r.1905*

*Založena na dvou předpokladech*

- 1. Fyzikální procesy probíhají ve všech inerciálních soustavách stejně*
- 2. Princip konstantní rychlosti světla*

*aproximativní charakter Galileových transformací, nahrazení obecnějšími Lorentzovými transformacemi, odvození důsledků postulátů – kontrakce délek, dilatace času, relativistický princip skládání rychlostí, za cenu zavržení absolutní současnosti, každá vztažná soustava má svůj vlastní čas*

Einstein rozhodně nechtěl svou teorií vyložit negativní výsledek Michelsonova experimentu, své **teorie vytvářel jako výsledek vlastních intelektuálních úvah**

# *O setrvačnosti energie vyplývající z principu relativity r. 1907*

$$\mu = E/V^2$$

$$E = mc^2$$

## *12. Über die vom Relativitätsprinzip geforderte Trägheit der Energie; von A. Einstein.*

---

Das Relativitätsprinzip führt in Verbindung mit den Maxwell'schen Gleichungen zu der Folgerung, daß die Trägheit eines Körpers mit dessen Energieinhalt in ganz bestimmter Weise wachse bez. abnehme. Betrachtet man nämlich einen Körper, der gleichzeitig nach zwei entgegengesetzten Richtungen eine bestimmte Strahlungsenergie aussendet, und untersucht man diesen Vorgang von zwei relativ zueinander gleichförmig bewegten Koordinatensystemen aus<sup>1)</sup>, von denen das eine relativ zu dem Körper ruht, und wendet man auf den Vorgang — von beiden Koordinatensystemen aus — das Energieprinzip an, so gelangt man zu dem Resultat, daß einem Energiezuwachs  $\Delta E$  des betrachteten Körpers stets ein Massenzuwachs  $\Delta E/V^2$  entsprechen müsse, wobei  $V$  die Lichtgeschwindigkeit bedeutet.



# Základy obecné teorie relativity r. 1916

1916.

№ 7.

## ANNALEN DER PHYSIK.

VIERTE FOLGE. BAND 49.

---

---

1. *Die Grundlage  
der allgemeinen Relativitätstheorie;  
von A. Einstein.*

---

Die im nachfolgenden dargelegte Theorie bildet die denkbar weitgehendste Verallgemeinerung der heute allgemein als „Relativitätstheorie“ bezeichneten Theorie; die letztere nenne ich im folgenden zur Unterscheidung von der ersteren „spezielle Relativitätstheorie“ und setze sie als bekannt voraus. Die Verallgemeinerung der Relativitätstheorie wurde sehr erleichtert durch die Gestalt, welche der speziellen Relativitätstheorie durch Minkowski gegeben wurde, welcher Mathematiker zuerst die formale Gleichwertigkeit der räumlichen Koordinaten und der Zeitkoordinate klar erkannte und für den Aufbau der Theorie nutzbar machte. Die für die allgemeine Relativitätstheorie nötigen mathematischen Hilfsmittel lagen fertig bereit in dem „absoluten Differentialkalkül“, welcher auf den Forschungen von Gauss, Riemann und Christoffel über nichteuklidische Mannigfaltigkeiten ruht und von Ricci und Levi-Civita in ein System gebracht und

# Obecná teorie relativity

průběhu svého pobytu v Praze Einstein začal pracovat nad problematikou OTR, proč by měla existovat privilegovaná soustava souřadnic spojená s rovnoměrně přímočaře se pohybujícími soustavami?

Fyzikální zákony musí být stejné ve všech v libovolně se pohybující soustavě souřadnic

r. 1915 dospěl Einstein ke správnému tvaru rovnic obecné teorie relativity, gravitace popisována soustavou 10 nelineárních parciálních diferenciálních rovnic pro 10 potenciálů

experimentální potvrzení teorie

I. stáčení perihélia dráhy Merkuru

II. zakřivení dráhy světelných paprsků v gravitačním poli Slunce -  $1,75''$

III. gravitační rudý posuv - bílý trpaslík Sírius 1928

**II. *potvrzeno při úplném zatmění Slunce 1919***

**Arthur Stanley Eddington 1882-1944** anglický astrofyzik, zakladatel cykloturistiky

# Stáčení perihélia Merkuru - Einstein 1915

## Erklärung der Perihelbewegung des Merkur aus der allgemeinen Relativitätstheorie.

VON A. EINSTEIN.

In einer jüngst in diesen Berichten erschienenen Arbeit, habe ich Feldgleichungen der Gravitation aufgestellt, welche bezüglich beliebiger Transformationen von der Determinante 1 kovariant sind. In einem Nachtrage habe ich gezeigt, daß jenen Feldgleichungen allgemein kovariante entsprechen, wenn der Skalar des Energietensors der „Materie“ verschwindet, und ich habe dargetan, daß der Einführung dieser Hypothese, durch welche Zeit und Raum der letzten Spur objektiver Realität beraubt werden, keine prinzipiellen Bedenken entgegenstehen<sup>1</sup>.

V roce 1915 Albert Einstein publikoval v [5, s. 839] relativistický vztah pro úhel stáčení perihelia za jeden oběh

$$\varepsilon = 24\pi^3 \frac{a^2}{T^2 c^2 (1 - e^2)} = 5,012 \cdot 10^{-7} \text{ rad}, \quad (1)$$

kde podle soudobých dat je  $T = 7,6005 \cdot 10^6$  s oběžná doba Merkuru,  $e = 0,2056$  je excentricita jeho eliptické dráhy,  $a = 57,909 \cdot 10^9$  m je délka odpovídající hlavní poloosy a  $c = 299\,792\,458$  m/s je rychlost světla ve vakuu. Odtud prostým dosazením vyplývá hodnota stáčení, která je ve výborné shodě s Le Verrierovými a Newcombovými výpočty,

$$E = \varepsilon \frac{\tau}{T} \frac{180}{\pi} 3600'' = 43'' \text{ za století}, \quad (2)$$

ERSTES: Erklärung der Perihelbewegung des Merkur 839

(in Sekunden) ein, so erhält man, wenn  $c$  die Lichtgeschwindigkeit in m/sec. bedeutet:

$$\varepsilon = 24 \pi^3 \frac{a^2}{T^2 c^2 (1 - e^2)} \quad (14)$$

# OTR - změřeni odklonu světelných paprsků

## Arthur Stanley Eddington 1882 - 1944

*IX. A Determination of the Deflection of Light by the Sun's Gravitational Field,  
from Observations made at the Total Eclipse of May 29, 1919.*

*By Sir F. W. DYSON, F.R.S., Astronomer Royal, Prof. A. S. EDDINGTON, F.R.S.,  
and Mr. C. DAVIDSON.*

*(Communicated by the Joint Permanent Eclipse Committee.)*

Received October 30,—Read November 6, 1919.

[PLATE 1.]

### CONTENTS.

	Page
I. Purpose of the Expeditions . . . . .	291
II. Preparations for the Expeditions . . . . .	293
III. The Expedition to Sobral . . . . .	296
IV. The Expedition to Principe . . . . .	312
V. General Conclusions . . . . .	330

### I. PURPOSE OF THE EXPEDITIONS.

1. THE purpose of the expeditions was to determine what effect, if any, is produced by a gravitational field on the path of a ray of light traversing it. Apart from possible surprises, there appeared to be three alternatives, which it was especially desired to discriminate between—

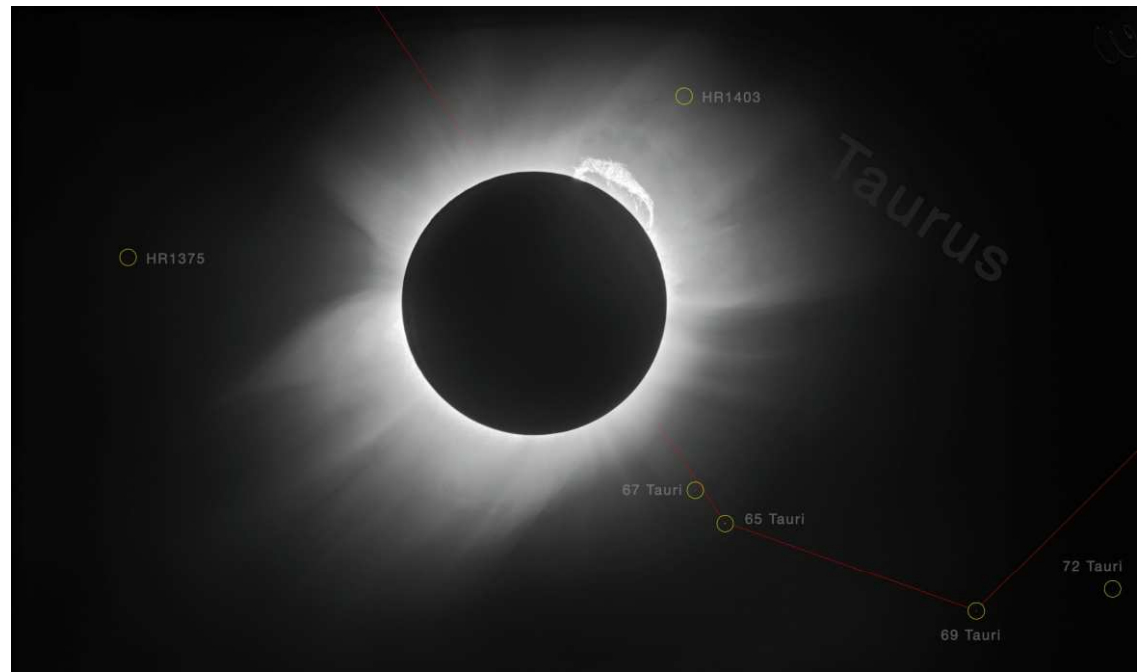
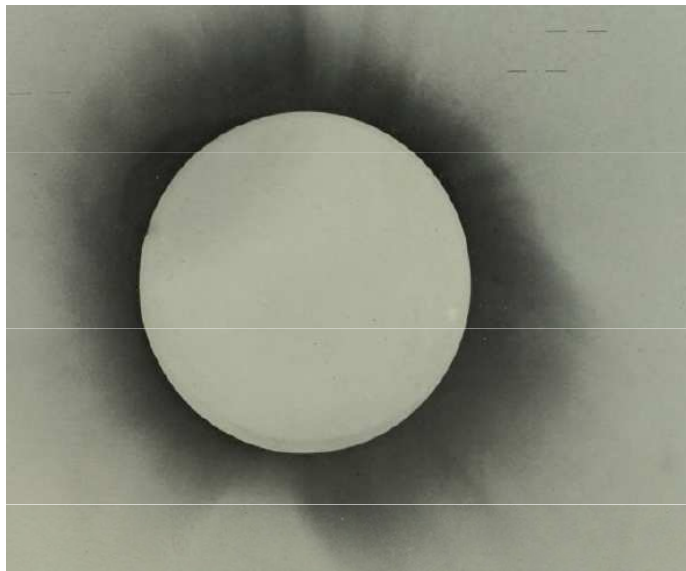
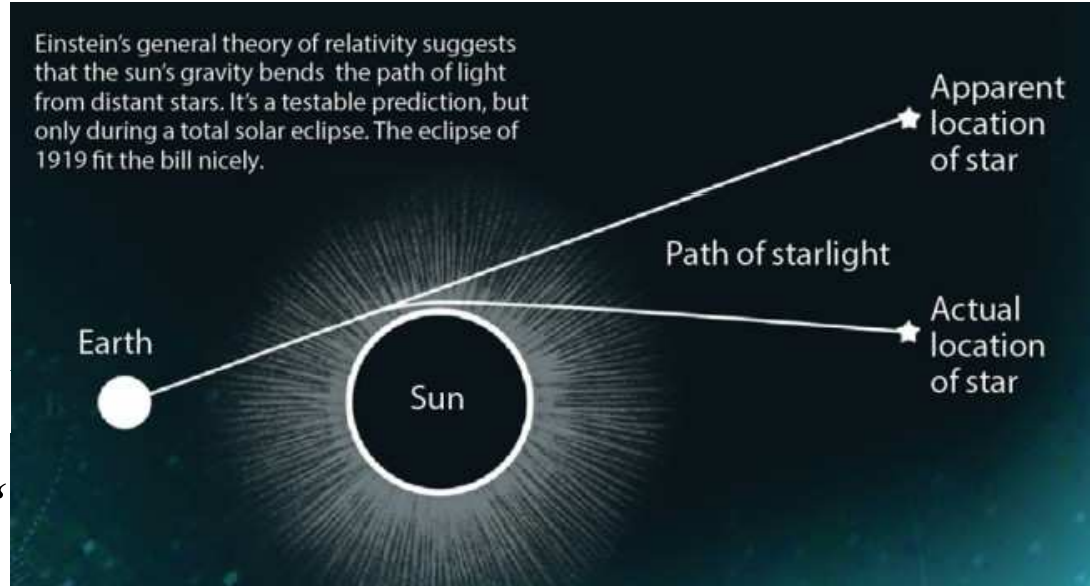
- (1) The path is uninfluenced by gravitation.
- (2) The energy or mass of light is subject to gravitation in the same way as ordinary matter. If the law of gravitation is strictly the Newtonian law, this leads to an apparent displacement of a star close to the sun's limb amounting to  $0''\cdot87$  outwards.
- (3) The course of a ray of light is in accordance with EINSTEIN'S generalised relativity theory. This leads to an apparent displacement of a star at the limb amounting to  $1''\cdot75$  outwards.

# OTR odklon světelných paprsků



$$\alpha \approx 4 \frac{GM}{c^2 r}$$

$$\alpha \approx 1,75''$$



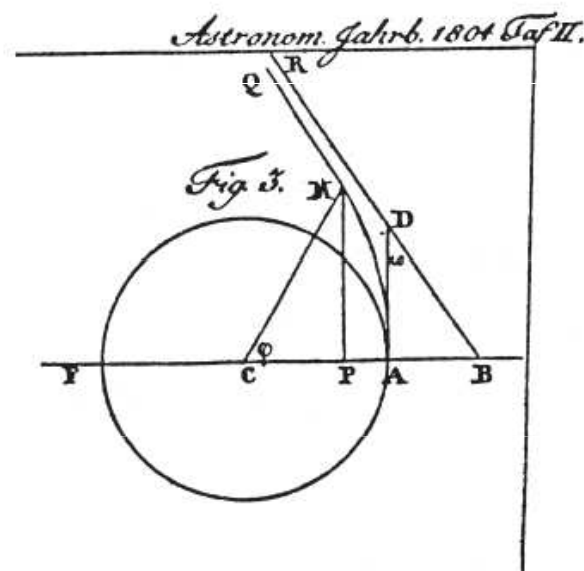
# Klasická fyzika – odklon světla

Nerelativistický vztah pro ohyb světla odvodil mnichovský astronom Johann von Soldner v práci *O odchylce světelného paprsku od jeho přímočarého pohybu v důsledku přitažlivosti tělesa, kolem něhož blízko prochází*, otištěné v berlínské ročence na rok 1804 [4]. Podle klasické mechaniky má těleso přilétající s rychlostí  $v$  a srážkovým parametrem  $r$  hyperbolickou dráhu a jeho směr letu se přítomností tělesa hmotnosti  $M$  odchýlí o úhel  $\alpha$  daný vztahem

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{GM}{v^2 r},$$

kde  $G$  je gravitační konstanta, což při malé hodnotě argumentu — v celé této problematice jde o vteřiny nebo ještě řádově menší úhly — přejde ve vztah

$$\alpha \simeq 2 \frac{GM}{v^2 r}.$$

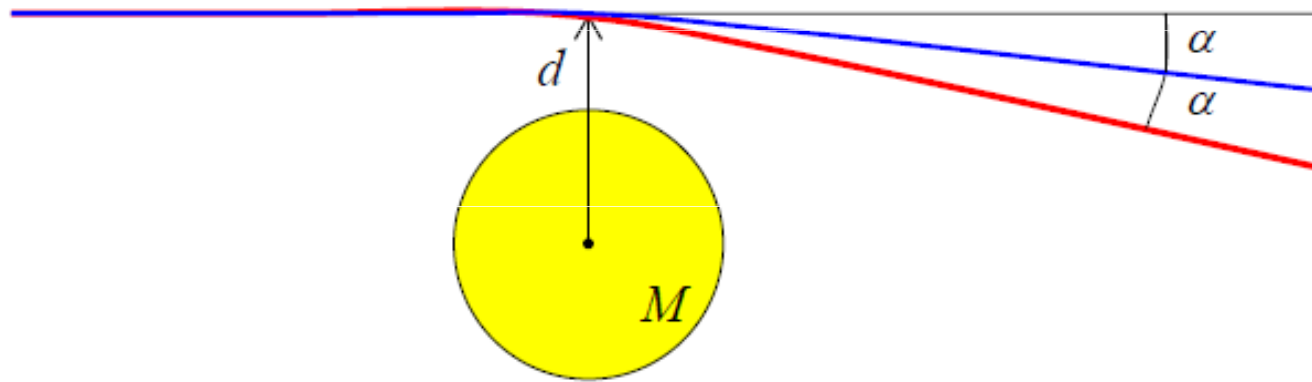


Obr. 1. Změna směru světelného paprsku v gravitačním poli podle J. Soldnera [4].

(Na obrázku 1 je Soldnerův náčrtek, polovina odchylky je zde označena jako  $\omega$  a  $r = CA$ , resp.  $CB$ , protože odchylka  $\alpha$  je velmi malý úhel.) V případě světla dostaneme „newtonovskou“ hodnotu ohybu dosazením  $v = c$ . Pro paprsky procházející těsně kolem povrchu Slunce tak vyjde hodnota  $0,85''$ . Soldner proto v závěru práce připomíná, že odchylka je tak malá, že „při současném stavu praktické astronomie nevzniká potřeba brát v úvahu perturbace světelných paprsků v důsledku přitažlivosti nebeských těles“, a doufá, že mu nikdo nebude mít za zlé, že zacházel se světlem jako s hmotným objektem.

# Odklon světelných paprsků

## Průchod světla gravitačním polem



Newtonovská gravitace + nehmotné fotony:  $\alpha = 0$

Newtonovská gravitace + hmotné fotony:  $\alpha = \frac{2GM}{c^2 d}$

Obecná teorie relativity:  $\alpha = \frac{4GM}{c^2 d}$

# Rudi Welt Mandl

**Rudi Welt Mandl (30.1.1894 Vsetín - 31.12.1948 Los Angeles)**

- vzdělání ve Vídni, 1. Světová válka východní fronta (zajetí Sibiř, útěk 1918)
- 1919 - vystudoval elektrické inženýrství ve Vídni
- Jižní Amerika, Německo, USA - Washington D.C., mytí nádobí v restauracích
- znalosti elektřiny, optiky, zájem o relativitu, náruživý čtenář odborného tisku
- přesvědčen o možnosti čočkování hvězdy hvězdou, kontaktování vědců
- jaro 1936 - návštěva redakce Science News Letter v Washingtonu
- 17.4.1936 návštěva Einsteina v Princetonu, následná korespondence
- dotaz přes redakci Science News Letter 16.9.1936 přiměl Einsteina k publikaci
- New York (kotelník, práce ve strojařské dílně), Florida (rozvod), Kalifornie
- vynálezy: snaha o patentování hlavolamu, rámu na obrazy, vrtačky
- 1948 - nabízí baseballovým týmům stroj na počasí





# OTR odklon světelných paprsků

388 SCIENCE NEWS LETTER for December 19, 1936

PHYSICS-ASTRONOMY

## Attic Genius Wins Einstein's Approval for Relativity Test

he  
Prin  
know  
meet  
fath  
hour

ScienceNews  
MAGAZINE OF THE SOCIETY FOR SCIENCE & THE PUBLIC

Current Issue | iPad Edition | subscribe | Advertise

Search Science News...

Explore ▾


LATEST MOST VIEWED

HOW WE DARE  
Parasite gives a man cancer  
BY TULLY FRESHMAN SAET NOVEMBER 04, 2015

EDITOR'S NOTE  
Scientists find the intrigue in Earth's dullest times  
BY STEVE EVERTON NOVEMBER 04, 2015

LETTERS TO THE EDITOR  
Quantum spookiness, magnetic mysteries and more  
By David...

## Context

SCIENCE PAST AND PRESENT  
TOM SIEGFRIED 

CONTEXT HISTORY OF SCIENCE GENERAL RELATIVITY AT 100

# The amateur who helped Einstein see the light

Eccentric engineer played crucial role in theory of gravitational lensing  
BY TOM SIEGFRIED @ 6:00AM, OCTOBER 1, 2015

Eccentric engineer played crucial role in theory of gravitational lensing  
BY TOM SIEGFRIED @ 6:00AM, OCTOBER 1, 2015

## DISCUSSION

### LENS-LIKE ACTION OF A STAR BY THE DEVIATION OF LIGHT IN THE GRAVITATIONAL FIELD

SOME time ago, R. W. Mandl paid me a visit and asked me to publish the results of a little calculation, which I had made at his request. This note complies with his wish.

The light coming from a star  $A$  traverses the gravitational field of another star  $B$ , whose radius is  $R_o$ . Let there be an observer at a distance  $D$  from  $B$  and at a distance  $x$ , small compared with  $D$ , from the extended central line  $\overline{AB}$ . According to the general theory of relativity, let  $\alpha_o$  be the deviation of the light ray passing the star  $B$  at a distance  $R_o$  from its center.

For the sake of simplicity, let us assume that  $\overline{AB}$  is large, compared with the distance  $D$  of the observer from the deviating star  $B$ . We also neglect the eclipse (geometrical obscuration) by the star  $B$ , which indeed is negligible in all practically important cases. To permit this,  $D$  has to be very large compared to the radius  $R_o$  of the deviating star.

It follows from the law of deviation that an observer situated exactly on the extension of the central line  $\overline{AB}$  will perceive, instead of a point-like star  $A$ , a luminous circle of the angular radius  $\beta$  around the center of  $B$ , where

$$\beta = \sqrt{\alpha_o \frac{R_o}{D}}$$

It should be noted that this angular diameter  $\beta$  does

not decrease like  $1/D$ , but like  $1/\sqrt{D}$ , as the distance  $D$  increases.

Of course, there is no hope of observing this phenomenon directly. First, we shall scarcely ever approach closely enough to such a central line. Second, the angle  $\beta$  will defy the resolving power of our instruments. For,  $\alpha_o$  being of the order of magnitude of one second of arc, the angle  $R_o/D$ , under which the deviating star  $B$  is seen, is much smaller. Therefore, the light coming from the luminous circle can not be distinguished by an observer as geometrically different from that coming from the star  $B$ , but simply will manifest itself as increased apparent brightness of  $B$ .

The same will happen, if the observer is situated at a small distance  $x$  from the extended central line  $\overline{AB}$ . But then the observer will see  $A$  as two point-like light-sources, which are deviated from the true geometrical position of  $A$  by the angle  $\beta$ , approximately.

The apparent brightness of  $A$  will be increased by the lens-like action of the gravitational field of  $B$  in the ratio  $q$ . This  $q$  will be considerably larger than unity only if  $x$  is so small that the observed positions of  $A$  and  $B$  coincide, within the resolving power of our instruments. Simple geometric considerations lead to the expression

$$q = \frac{l}{x} \cdot \frac{1 + \frac{x^2}{2l^2}}{\sqrt{1 + \frac{x^2}{4l^2}}}$$

where

$$l = \sqrt{\alpha_o D R_o}$$

# Einstein, Science 84, 1936, s. 507

DECEMBER 4, 1936

SCIENCE

507

If we are interested mainly in the case  $q \gg 1$ , the formula

$$q = \frac{l}{x}$$

is a sufficient approximation, since  $\frac{x^2}{l^2}$  may be neglected.

Even in the most favorable cases the length  $l$  is only a few light-seconds, and  $x$  must be small compared with this, if an appreciable increase of the apparent brightness of  $A$  is to be produced by the lens-like action of  $B$ .

Therefore, there is no great chance of observing this phenomenon, even if dazzling by the light of the much nearer star  $B$  is disregarded. This apparent amplification of  $q$  by the lens-like action of the star  $B$  is a most curious effect, not so much for its becoming infinite, with  $x$  vanishing, but since with increasing distance  $D$  of the observer not only does it not decrease, but even increases proportionally to  $\sqrt{D}$ .

ALBERT EINSTEIN

INSTITUTE FOR ADVANCED STUDY,  
PRINCETON, N. J.

strata. All the deposits on the walls of this trench appear to be fairly well bedded, and even to a casual observer they are very clear. The strata run almost horizontally, thus making them easy to trace for hundreds of feet. Over these skeletal remains were four strata. Beginning at bottom the stratum was gravel, about four feet thick. Over that was a gray clay two feet thick, which covered the human remains; then three feet of very dark clay. The fourth stratum from the bottom was gray clay, three to four feet thick, with boulders enmeshed. The top stratum was three feet of yellow clay; no loam soil on top.

For several weeks the site was watched by Dr. Lopatin and the workers, with the hope that other discoveries of the kind would be made, and on the thirteenth of March about one thousand feet from the site where the human remains were found, several bones of a large animal were discovered. Four large teeth and some fragments of tusks came to light in close proximity to the large bones. For identification, Dr. Thomas Clements, of the geology department of the University

# OTR odklon světelných paprsků

## A. Einstein (1936, Science 84, 506):

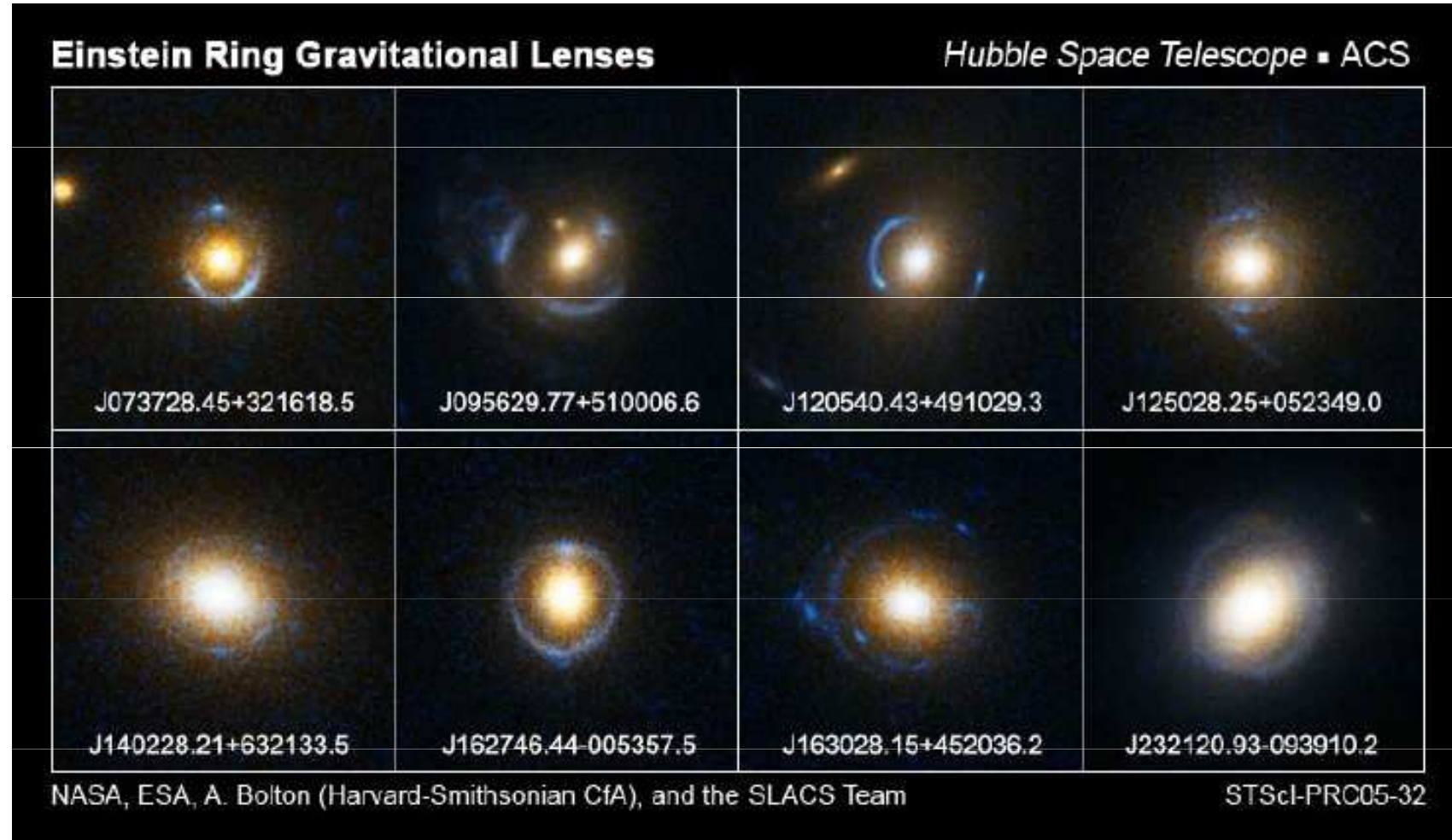
*“Some time ago, R. W. Mandl paid me a visit and asked me to publish the results of a little calculation, which I had made at his request.”*

*“there is no great chance of observing this phenomenon”*

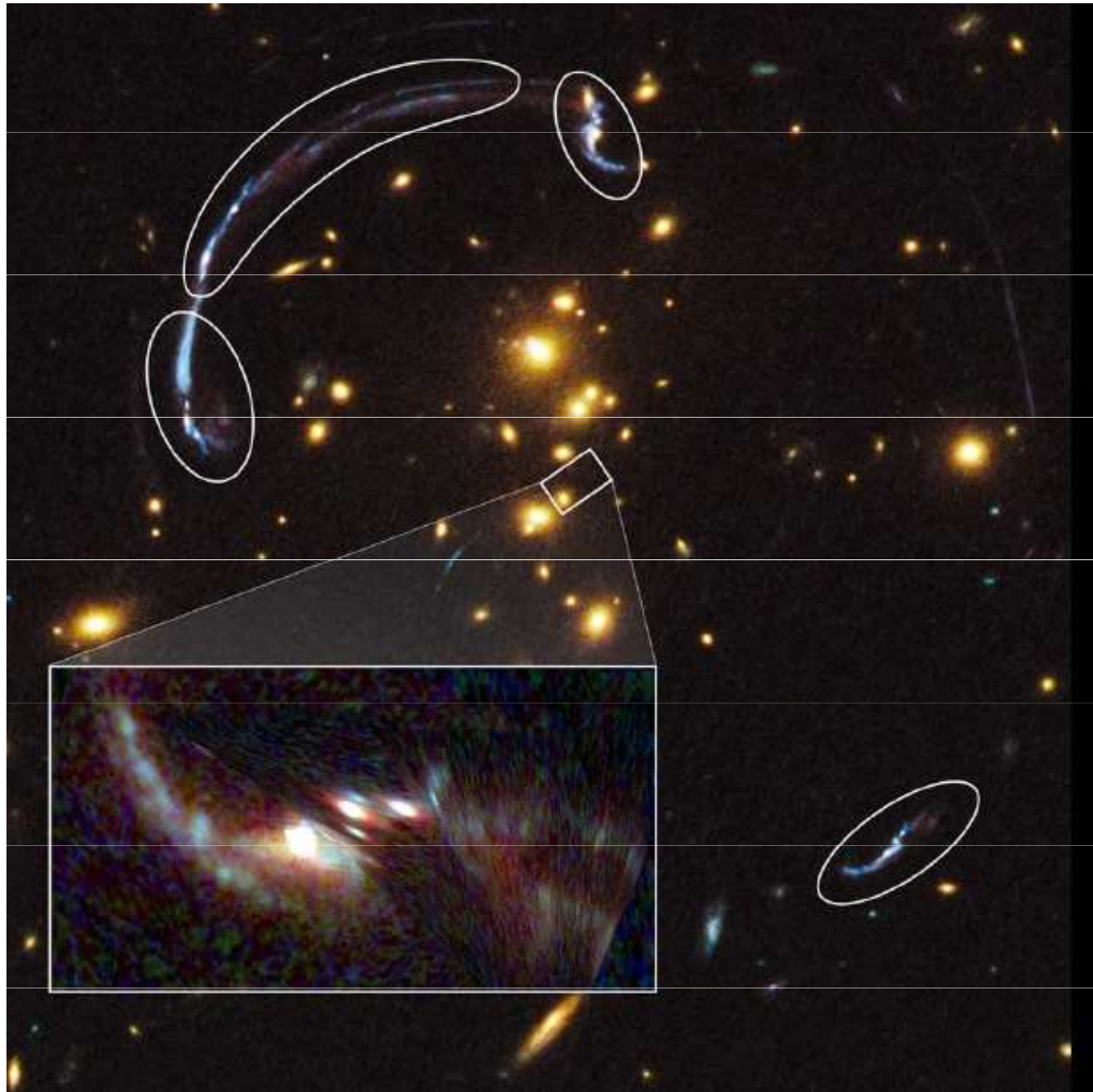
## Průvodní dopis editorovi:

*“Ich danke Ihnen noch sehr für Ihr Entgegenkommen bei der kleinen Publikation, die Herr Mandl aus mir herauspresste. Sie ist wenig wert, aber diese arme Kerl hat seine Freude davon.”*

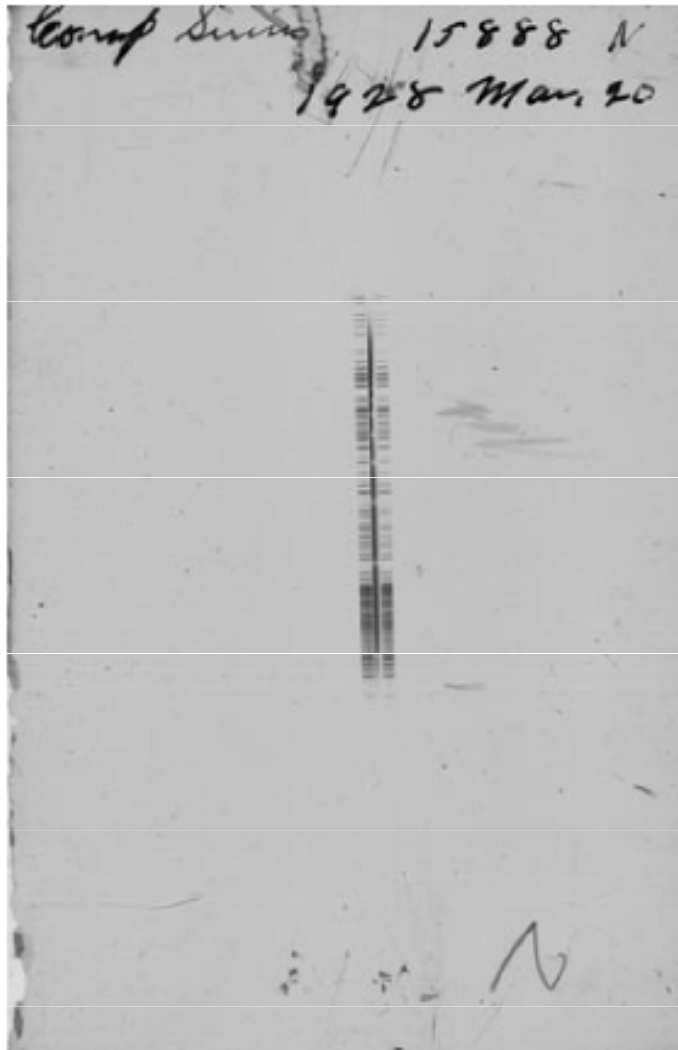
# OTR gravitační čočky



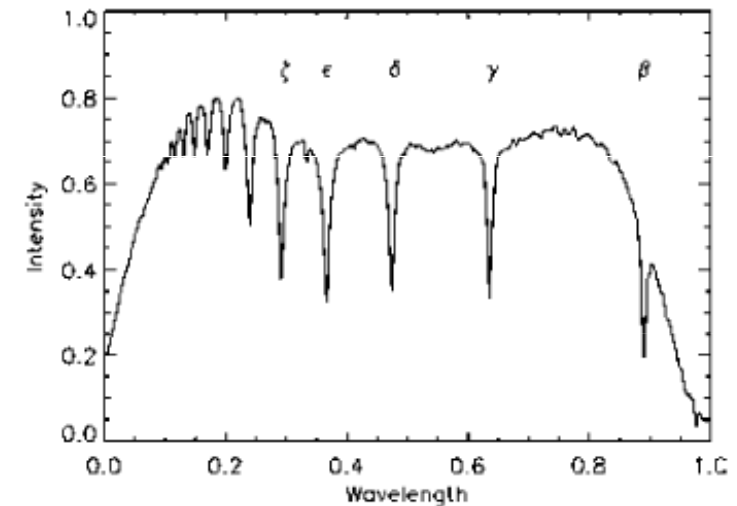
# OTR gravitační čočky



# OTR gravitační rudý posuv - bílí trpaslíci



*Sirius B*  
*40 Eri B*  
*van Maanen 2*



An image of the 20 March 1928 spectroscopic plate of Sirius B obtained by Joseph Moore. The dispersed 'stellar' image is the dark vertical central line. The sequence of short horizontal lines on each side are emission lines from the comparison lamp. Some of the 'stellar' lines measured by Moore can be seen as faint notches in the stellar spectrum. The physical size of the plate is approximately 22 mm by 34 mm. Courtesy of Lick Observatory.

# OTR gravitační rudý posuv

## Sirius B

### W. C. Adams 1876 - 1956

W. S. Adams: „The relativity displacement of the spectral lines in the companion of Sirius“, Proc. Nat. Acad. Sci. 11, 382-387 (1925).

A STUDY OF THE GRAVITATIONAL DISPLACEMENT OF THE SPECTRAL LINES IN THE COMPANION OF SIRIUS

*Abstract*

Eddington has pointed out that a relativity displacement of the order of 20 km/sec or about 0.31 angstrom at  $\lambda 4500$  would be expected for the lines in the spectrum of the companion of *Sirius*, if we may assume for the star an effective temperature such as is found for other stars of similar spectral type. The radius of the star would be 19,600 km on this assumption and the density of the material over 50,000 times that of water.

Spectrograms of the star secured at Mount Wilson have been measured by means of the registering microphotometer, as well as directly. After correction of the results for the lines of shorter wave-length for the effect of the superposed spectrum due to the scattered light of *Sirius* and for the relative motion of the two stars, a final value of +21 km/sec or 0.32 angstrom is found for the difference between the lines of the companion and those of *Sirius*. This result confirms Eddington's prediction, both as to the remarkable density of matter in white dwarf stars and the test of generalized relativity afforded by them.

WALTER S. ADAMS.

## THE OBSERVATORY,

### A MONTHLY REVIEW OF ASTRONOMY.

VOL. XLVIII.

NOVEMBER, 1925.

No. 618.

*The Relativity Displacement of the Spectral Lines in the Companion of Sirius* \*.

THE remarkable character of the companion of *Sirius* and the almost unique position it occupies as an object which might be expected to yield a very large gravitational displacement of the spectral lines on the theory of generalized relativity has been discussed in an interesting paper by Eddington †. In this article he has shown the extraordinary values of the density of the material composing the star which would follow as a consequence of a confirmation of a relativity displacement of the order predicted.

The possibility of deriving results of such interest for this star is, of course, due to the fact that it is at the same time a “white dwarf,” that is, an early type star of very low intrinsic brightness, and a component of a visual binary system with well-determined elements. From the elements of its orbit its mass and velocity relative to the principal star may be derived, and the well-known parallax of *Sirius* in combination with the apparent magnitude of the companion provides a knowledge of its absolute magnitude. The spectral type of the star is a matter of direct observation, and results for surface brightness, size, and density follow as a



# OTR gravitační rudý posuv Sirius B

W. S. Adams: „The relativity displacement of the spectral lines in the companion of Sirius“, Proc. Nat. Acad. Sci. 11, 382–387 (1925).

Další americký astrofyzik Walter Sydney Adams (1876–1965) se systematicky zabýval studiem spektra bílého trpaslíka Síria B. V roce 1915 popsal v [20] jeho vzhled a prokázal, že jde o bílého trpaslíka. O deset let později roku 1925 v [21] vyložil posuv spektrálních čar vyvolaný gravitačním rudým posuvem. Použil čáru  $H_\beta$  s laboratorní vlnovou délkou  $\lambda_1 = 486,1 \text{ nm}$  a  $H_\gamma$  s  $\lambda_2 = 434,0 \text{ nm}$ . Pomocí komparátoru našel střední hodnotu posuvu pro obě čáry  $\Delta\lambda = 0,032 \text{ nm}$ .

Velikost gravitačního rudého posuvu vyjádřil Adams pomocí tzv. kinematického ekvivalentu – rychlosti  $v = c \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = 21 \text{ km s}^{-1}$ , kde  $\lambda = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2}$ . Získaný výsledek byl nepřesný, z hodnot zlomku  $\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = 2,9 \cdot 10^{-4}$  naměřeného v současnosti činí vypočítaná velikost rychlosti přibližně čtyřnásobek,  $89 \text{ km s}^{-1}$ . Adams ve své době neznal přesné hodnoty charakteristik Síria B. Pocho-pitelně velikost posuvu  $\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{GM}{c^2 R}$  je dána vztahem vyplývajícím z obecné teorie relativity.

# Gravitační vlny 1916

## Näherungsweise Integration der Feldgleichungen der Gravitation.

VON A. EINSTEIN.

Bei der Behandlung der meisten speziellen (nicht prinzipiellen) Probleme auf dem Gebiete der Gravitationstheorie kann man sich damit begnügen, die  $g_{\mu\nu}$  in erster Näherung zu berechnen. Dabei bedient man sich mit Vorteil der imaginären Zeitvariable  $x_4 = it$  aus denselben Gründen wie in der speziellen Relativitätstheorie. Unter »erster Näherung« ist dabei verstanden, daß die durch die Gleichung

$$g_{\mu\nu} = -\delta_{\mu\nu} + \gamma_{\mu\nu} \quad (1)$$

definierten Größen  $\gamma_{\mu\nu}$ , welche linearen orthogonalen Transformationen gegenüber Tensorcharakter besitzen, gegen 1 als kleine Größen behandelt werden können, deren Quadrate und Produkte gegen die ersten Potenzen vernachlässigt werden dürfen. Dabei ist  $\delta_{\mu\nu} = \pm 1, 0, \pm 1, 0$ , je nachdem  $\mu = \nu$  oder  $\mu \neq \nu$ .

Wir werden zeigen, daß diese  $\gamma_{\mu\nu}$  in analoger Weise berechnet werden können wie die retardierten Potentiale der Elektrodynamik. Daraus folgt dann zunächst, daß sich die Gravitationsfelder mit Lichtgeschwindigkeit ausbreiten. Wir werden im Anschluß an diese allgemeine Lösung die Gravitationswellen und deren Entstehungsweise untersuchen. Es hat sich gezeigt, daß die von mir vorgeschlagene Wahl des Bezugssystems gemäß der Bedingung  $g = |g_{\mu\nu}| = -1$  für die Berechnung der Felder in erster Näherung nicht vorteilhaft ist. Ich wurde hierauf aufmerksam durch eine briefliche Mitteilung des Astronomen DE SITTER, der fand, daß man durch eine andere Wahl des Bezugssystems zu einem einfacheren Ausdruck des Gravitationsfeldes eines ruhenden Massenpunktes gelangen kann, als ich ihm früher gegeben hatte<sup>1</sup>. Ich stütze mich daher im folgenden auf die allgemein invarianten Feldgleichungen.

*předpověď existence gravitačních vln, které byly po sto letech experimentálně detekovány od roku 2015 ... interferometry LIGO a Virgo, pocházely od srážky černých děr, Nobelova cena za fyziku r. 2017*

# Gravitační vlny r. 2015 - Nobelova cena 2017

## Detektor gravitačních vln LIGO (→ advanced LIGO)

„Observatoř“ LIGO (Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory) sestává ze dvou identických, vzdálených interferometrů s délkou ramen 4 km - 1. záchyt: GW150914



# Gravitační vlny 1918

154 Gesamtsitzung vom 14. Februar 1918. — Mitteilung vom 31. Januar

## Über Gravitationswellen.

VON A. EINSTEIN.

(Vorgelegt am 31. Januar 1918 [s. oben S. 79].)

Die wichtige Frage, wie die Ausbreitung der Gravitationsfelder erfolgt, ist schon vor anderthalb Jahren in einer Akademiearbeit von mir behandelt worden<sup>1</sup>. Da aber meine damalige Darstellung des Gegenstandes nicht genügend durchsichtig und außerdem durch einen bedauerlichen Rechenfehler verunstaltet ist, muß ich hier nochmals auf die Angelegenheit zurückkommen.

Wie damals beschränke ich mich auch hier auf den Fall, daß das betrachtete zeiträumliche Kontinuum sich von einem »galileischen« nur sehr wenig unterscheidet. Um für alle Indizes

$$g_{\mu\nu} = -\delta_{\mu\nu} + \gamma_{\mu\nu} \quad (1)$$

setzen zu können, wählen wir, wie es in der speziellen Relativitätstheorie üblich ist, die Zeitvariable  $x_4$  rein imaginär, indem wir

$$x_4 = it$$

setzen, wobei  $t$  die »Lichtzeit« bedeutet. In (1) ist  $\delta_{\mu\nu} = 1$  bzw.  $\delta_{\mu\nu} = 0$ , je nachdem  $\mu = \nu$  oder  $\mu \neq \nu$  ist. Die  $\gamma_{\mu\nu}$  sind gegen 1 kleine Größen, welche die Abweichung des Kontinuums vom feldfreien darstellen; sie bilden einen Tensor vom zweiten Range gegenüber LORENTZ-Transformationen.

### § 1. Lösung der Näherungsgleichungen des Gravitationsfeldes durch retardierte Potentiale.

Wir gehen aus von den für ein beliebiges Koordinatensystem gültigen<sup>2</sup> Feldgleichungen

$$\begin{aligned} -\sum_{\alpha} \frac{\partial}{\partial x_{\alpha}} \left\{ \mu_{\nu} \right\}_{\alpha} + \sum_{\alpha} \frac{\partial}{\partial x_{\alpha}} \left\{ \mu_{\alpha} \right\}_{\nu} + \sum_{\alpha\beta} \left\{ \mu_{\alpha} \right\}_{\beta} \left\{ \nu_{\beta} \right\}_{\alpha} - \sum_{\alpha\beta} \left\{ \mu_{\nu} \right\}_{\alpha} \left\{ \alpha_{\beta} \right\}_{\beta} \\ = -\kappa \left( T_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} T \right). \end{aligned} \quad (2)$$

<sup>1</sup> Diese Sitzungsber. 1916, S. 688ff.

<sup>2</sup> Von der Einführung des  $\gamma$ -Gliedes (vgl. diese Sitzungsber. 1917, S. 142) ist dabei Abstand genommen.

# Gravitační vlny 1918

156 Gesamtsitzung vom 14. Februar 1918. — Mitteilung vom 31. Januar

so gewählt werden, daß die  $g_{\alpha\beta}$  des neuen Systems vier willkürlich vorgeschriebenen Beziehungen genügen. Diese denken wir so gewählt, daß sie im Falle der uns interessierenden Näherung in die Gleichungen (5) übergehen. Die letzteren Gleichungen bedeuten also eine von uns gewählte Vorschrift, nach welcher das Koordinatensystem zu wählen ist. Vermöge (5) erhält man an Stelle von (4) die einfachen Gleichungen

$$\sum_{\alpha} \frac{\partial^2 \gamma'_{\alpha\alpha}}{\partial x_{\alpha}^2} = 2 \kappa T_{\alpha\alpha}. \quad (6)$$

Aus (6) erkennt man, daß sich die Gravitationsfelder mit Lichtgeschwindigkeit ausbreiten. Die  $\gamma_{\alpha\beta}$  lassen sich bei gegebenen  $T_{\alpha\beta}$  aus letzteren nach Art der retardierten Potentiale berechnen. Sind  $x, y, z, t$  die reellen Koordinaten  $x_1, x_2, x_3, \frac{x_4}{i}$  des Aufpunktes, für welchen die  $\gamma'_{\alpha\beta}$  berechnet werden sollen,  $x_1, y_1, z_1$  die räumlichen Koordinaten eines Raumelementes  $dV_1$ ,  $r$  der räumliche Abstand zwischen letzterem und dem Aufpunkt, so hat man

$$\gamma'_{\alpha\beta} = -\frac{\kappa}{2\pi} \int \frac{T_{\alpha\beta}(x_1, y_1, z_1, t-r)}{r} dV_1. \quad (7)$$

## § 2. Die Energiekomponenten des Gravitationsfeldes.

Ich habe früher<sup>1</sup> die Energiekomponenten des Gravitationsfeldes für den Fall explizite angegeben, daß die Koordinatenwahl gemäß der Bedingung

$$g = |g_{\alpha\beta}| = 1$$

erfolgt, welche Bedingung im Falle der hier behandelten Näherung

$$\gamma = \sum_{\alpha} \gamma_{\alpha\alpha} = 0$$

lauten würde. Dieselbe ist aber bei unserer jetzigen Koordinatenwahl im allgemeinen nicht erfüllt. Es ist deswegen am einfachsten, die Energiekomponenten hier durch eine gesonderte Überlegung zu ermitteln.

Dabei ist jedoch folgende Schwierigkeit zu beachten. Unsere Feldgleichungen (6) sind nur in der ersten Größenordnung richtig, während die Energiegleichungen — wie leicht zu schließen ist — klein von der zweiten Größenordnung sind. Wir gelangen jedoch bequem durch folgende Überlegung zum Ziel. Die Energiekomponenten  $\mathfrak{E}_{\alpha}^{\beta}$  (der Materie) und  $\mathfrak{t}_{\alpha}^{\beta}$  (des Gravitationsfeldes) erfüllen gemäß der allgemeinen Theorie die Relationen

<sup>1</sup> Ann. d. Phys. 49, 1916, Gleichung (50).

# OTR - rovnice gravitačního pole



- 1915: Einsteinovy **rovnice gravitačního pole** :
- *Gesetz des Gravitationsfeldes - Analogon der Poisson-Gleichung*  
 $\Delta\phi = 4\pi G\rho$
- *Im Materiefreien Fall:  $R_{\mu\nu} = 0$*
- *Tensorgleichung statt skalarer, Tensordichte der Energie  $T_{\mu\nu}$  statt Skalardichte  $\rho$*

geometrie

energie - hmota

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R + \Lambda g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^2}T_{\mu\nu}$$

kosmologická konstanta

- konstanta  $\Lambda \rightarrow$  stacionární vesmír
- dnes spojována s tzv. temnou energií

# Obecná teorie relativity - modely vesmíru

**Einstein r. 1917** navrhl model vesmíru trojrozměrný, sférický, stacionární a homogenní - trojrozměrná koule, s konečným objemem, neměnicí se s časem

Einsteinovy rovnice grav. pole:

$$R_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} R - \Lambda g_{ik} = -\frac{8\pi k}{c^4} T_{ik}$$

$T_{ik}$  .. čtyřrozměrný tenzor energie - <sup>hybnosti</sup>impulsu

$T_{ik} = T_{ki}$  .. symetrický tenzor

$g_{ik}$  .. metrický tenzor

$$g_{ik} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$R$  .. invariant tenzoru

$R_{ik}$  .. Ricciův tenzor

$\Lambda$  .. kosmologické konstanta

# OTR - Friedmannovy rovnice

$$R_{ik} - \frac{1}{2} R g_{ik} - \Lambda g_{ik} = - \frac{8\pi G}{c^4} T_{ik}$$

$R = R(t)$  ... poloměru křivosti prostoru,  $\Lambda = 0$

$$\frac{\dot{R}^2}{R^2} + 2 \frac{\ddot{R}}{R} = - \frac{kc^2}{R^2} \quad (1) \quad k \begin{cases} -1 \\ 0 \\ +1 \end{cases}$$

$$\frac{\dot{R}^2}{R^2} - \frac{8\pi G}{3} \rho = - \frac{kc^2}{R^2} \quad (2)$$

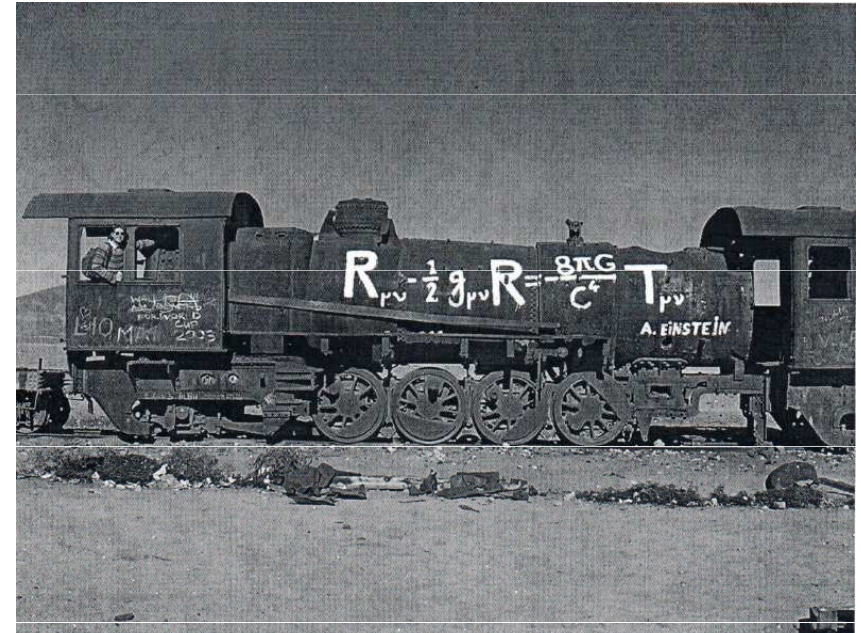
do rovnice zadáme  $H = \frac{\dot{R}}{R}$  i  $q = - \frac{\ddot{R}}{R} \cdot \frac{1}{H^2}$



# Obecná teorie relativity

EINSTEIN FIELD EQUATION  
*for General Relativity*

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}$$



$$R_{\mu\nu} - \frac{R}{2}g_{\mu\nu} - \Lambda g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu}$$

$$\left(\frac{\dot{R}}{R}\right)^2 - \frac{8}{3}\pi G\rho - \frac{1}{3}\Lambda c^2 = -\frac{kc^2}{R^2}$$

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}\left(\rho + \frac{3p}{c^2}\right) + \frac{\Lambda c^2}{3}$$

FRIEDMANN  
EQUATIONS

$$\frac{\dot{a}^2 + kc^2}{a^2} = \frac{8\pi G\rho + \Lambda c^2}{3}$$

# Alexander Alexandrovič Friedmann

1888 - 1925

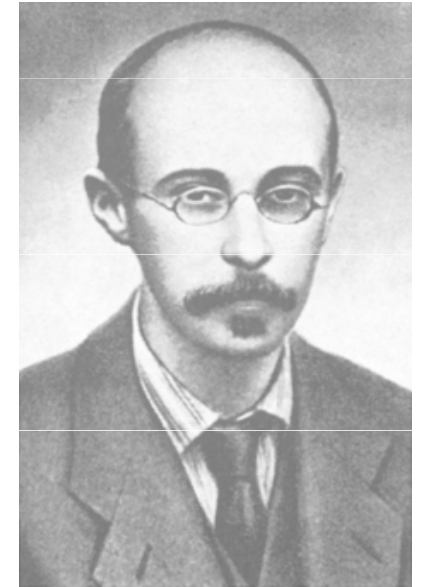
ruský matematik, meteorolog, kosmolog, články

*O křivosti prostoru 1922*

*O možnosti světa s konstantní zápornou křivostí 1924*

že vývojový nestacionární model vesmíru (zakřivený, uzavřený, konečný a bez hranic) je možný i

bez tzv.  $\Lambda$  členu



# Georges Henri Lemaitre 1894 - 1966

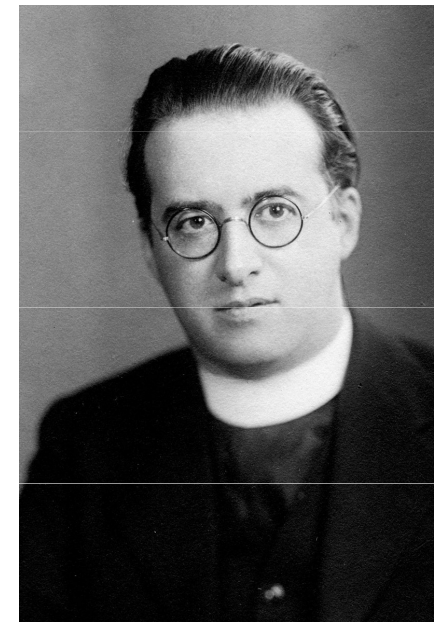
belgický matematik, kosmolog, článek

*Homogenní vesmír o konstantní hmotnosti*

*a rostoucím poloměru se započítáním*

*radiálních rychlostí extragalaktických mlhovin 1927*

existence nestacionárních modelů vesmíru



# Alexander Alexandrovič Friedmann 1922

## Über die Krümmung des Raumes.

Von A. Friedman in Petersburg.

Mit einer Abbildung. (Eingegangen am 29. Juni 1923.)

§ 1. 1. In ihren bekannten Arbeiten über allgemeine kosmologische Fragen kommen Einstein<sup>1)</sup> und de Sitter<sup>2)</sup> zu zwei möglichen Typen des Weltalls; Einstein erhält die sogenannte Zylinderwelt, in der der Raum<sup>3)</sup> konstante, von der Zeit unabhängige Krümmung besitzt, wobei der Krümmungsradius verbunden ist mit der Gesamtmasse der im Raume vorhandenen Materie; de Sitter erhält eine Kugelwelt, in welcher nicht nur der Raum, sondern auch die Welt in gewissem Sinne als Welt konstanter Krümmung angesprochen werden kann<sup>4)</sup>. Dabei werden wie von Einstein so auch von de Sitter gewisse Voraussetzungen über den Materietensor gemacht, die der Inkohärenz der Materie und ihrer relativen Ruhe entsprechen, d. h. die Geschwindigkeit der Materie wird als genügend klein vorausgesetzt im Vergleich zu der Grundgeschwindigkeit<sup>5)</sup> — der Lichtgeschwindigkeit.

2. Ableitung der Zylinder-

Die Annahmen der ersten Klasse sind die folgenden:

1. Die Gravitationspotentiale genügen dem Einsteinschen Gleichungssystem mit dem kosmologischen Gliede, das man auch gleich Null setzen darf:

$$R_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} \bar{R} + \lambda g_{ik} = -\kappa T_{ik} \quad (i, k = 1, 2, 3, 4), \quad (A)$$

hier sind  $g_{ik}$  die Gravitationspotentiale,  $T_{ik}$  der Materietensor,  $\kappa$  — eine Konstante,  $\bar{R} = g^{ik} R_{ik}$ ;  $R_{ik}$  ist bestimmt durch die Gleichungen

$$R_{ik} = \frac{\partial^2 \log \sqrt{g}}{\partial x_i \partial x_k} - \frac{\partial \log \sqrt{g}}{\partial x_\sigma} \left\{ \begin{matrix} ik \\ \sigma \end{matrix} \right\} - \frac{\partial}{\partial x_\sigma} \left\{ \begin{matrix} ik \\ \sigma \end{matrix} \right\} + \left\{ \begin{matrix} i\alpha \\ \sigma \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} k\sigma \\ \alpha \end{matrix} \right\}, \quad (B)$$

# Alexander Alexandrovič Friedmann 1922

1. В заметке «О кривизне пространства» \* мы рассмотрели те решения космологических уравнений Эйнштейна, которые приводят к типам мира, обладающим в качестве общего признака постоянной положительной кривизной; при этом мы обсудили все возможные случаи. Однако возможность получить из космологических уравнений мир постоянной положительной кривизны находится в тесной связи с вопросом о конечности пространства. Поэтому представляет интерес посмотреть, можно ли получить из тех же уравнений мир с постоянной отрицательной кривизной, о конечности которого едва ли можно говорить даже при некоторых дополнительных предположениях.

В настоящей заметке будет показано, что из космологических уравнений Эйнштейна действительно можно получить мир с постоянной отрицательной кривизной. Как в упомянутой работе, так и здесь мы должны различать два случая, а именно: 1) случай стационарного мира, кривизна которого постоянна во времени, и 2) случай нестационарного мира, кривизна которого хотя и постоянна в пространстве, но меняется со временем. Между стационарными мирами с постоянной отрицательной и с постоянной положительной кривизной имеется существенное различие. Именно миры с отрицательной стационарной кривизной не допускают положительной плотности вещества; она должна быть или отрицательной, или нулевой. В соответствии с этим аналогом физически возможных стационарных миров (т. е. миров с неотрицательной плотностью вещества) является не мир Эйнштейна, а мир Де-Ситтера \*\*.

# Georges Henri Lemaitre 1927

UN UNIVERS HOMOGENE DE MASSE CONSTANTE ET DE RAYON CROISSANT,  
RENDANT COMPTE  
DE LA VITESSE RADIALE DES NÉBULEUSES EXTRA-GALACTIQUES

Note de M. l'Abbé G. LEMAITRE

## 1. GÉNÉRALITÉS.

La théorie de la relativité fait prévoir l'existence d'un univers homogène où non seulement la répartition de la matière est uniforme, mais où toutes les positions de l'espace sont équivalentes, il n'y a pas de centre de gravité. Le rayon  $R$  de l'espace est constant, l'espace est elliptique de courbure positive uniforme  $1/R^2$ , les droites issues d'un même point repassent à leur point de départ après un parcours égal à  $\pi R$ , le volume total de l'espace est fini et égal à  $\pi^2 R^3$ , les droites sont des lignes fermées parcourant tout l'espace sans rencontrer de frontière <sup>(1)</sup>.

$$ds^2 = - R^2 d\sigma^2 + dt^2 \quad (1)$$

$d\sigma$  est l'élément de longueur d'un espace de rayon égal à un ; le rayon  $R$  de l'espace est une fonction du temps. Les équations du champ de gravitation s'écrivent

$$3 \frac{R'^2}{R^2} + \frac{3}{R^2} = \lambda + \kappa \rho \quad (2)$$

et

$$2 \frac{R''}{R} + \frac{R'^2}{R^2} + \frac{1}{R^2} = \lambda - \kappa p \quad (3)$$

# *Hubbleův - Lemaitreův zákon, 2018*



# Výzkum galaxií na počátku 20. století



**Jaká je podstata mlhovin?**

**Jak se pohybují?**

**Můžeme určit jejich vzdálenosti?**

**Jaké je jejich prostorové rozložení?**

**Existuje souvislost mezi vzdáleností a rychlostí pohybu mlhovin - galaxií?**

# Debata r. 1920 *H. Shapley* x *H. D. Curtis*

## Co představují mlhoviny ?



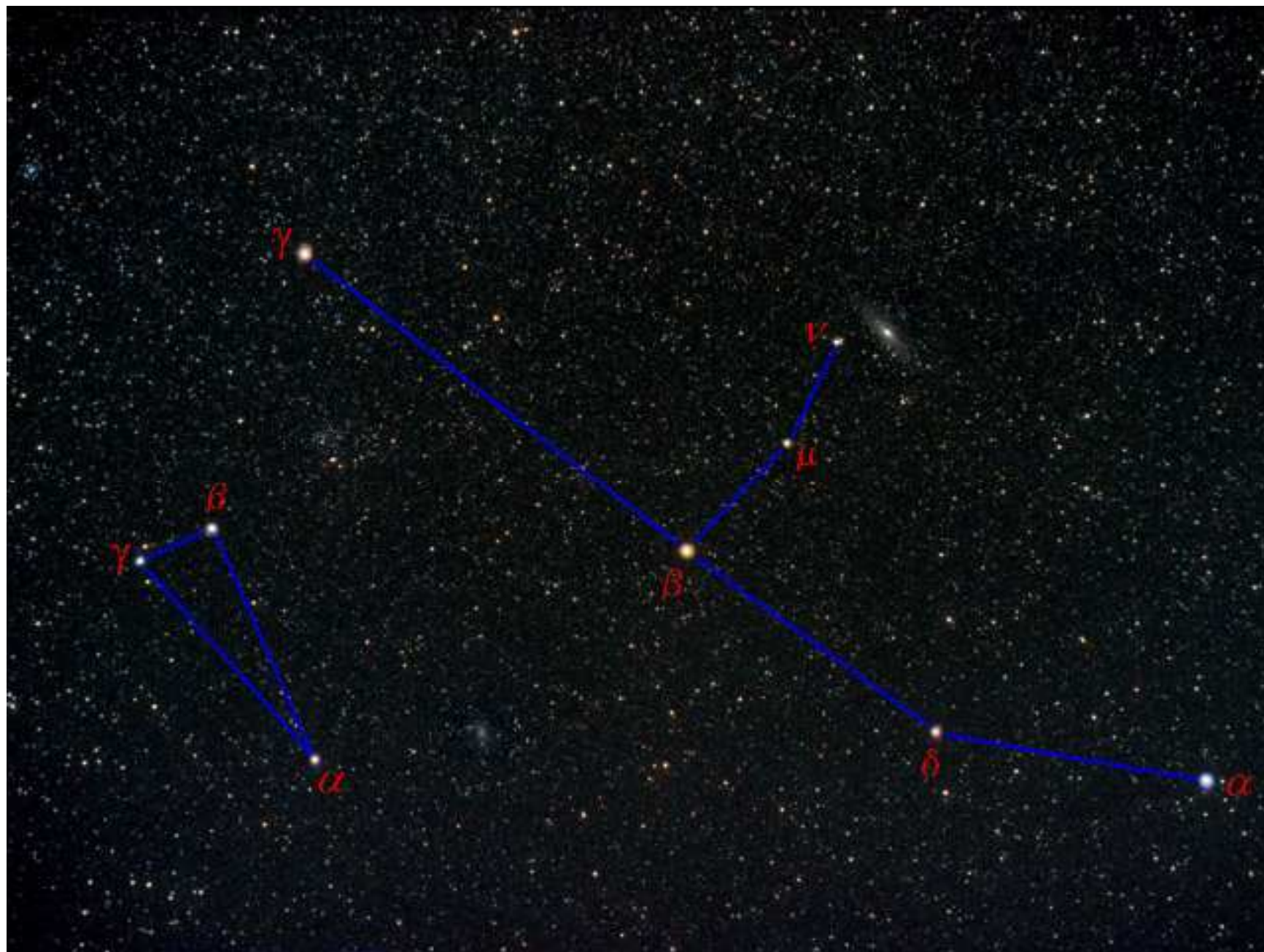
**Harlow Shapley**  
(Mt. Wilson Obs.)



**Heber Curtis**  
(Lick Observatory)



# galaxie M 31 v souhvězdí Andromedy



# Závěry debaty *H. Shapley* x *H. D. Curtis* 1920

## *H. Shapley:*

pomocí studia kulových hvězdokup zjistil polohu středu Galaxie a její rozměry

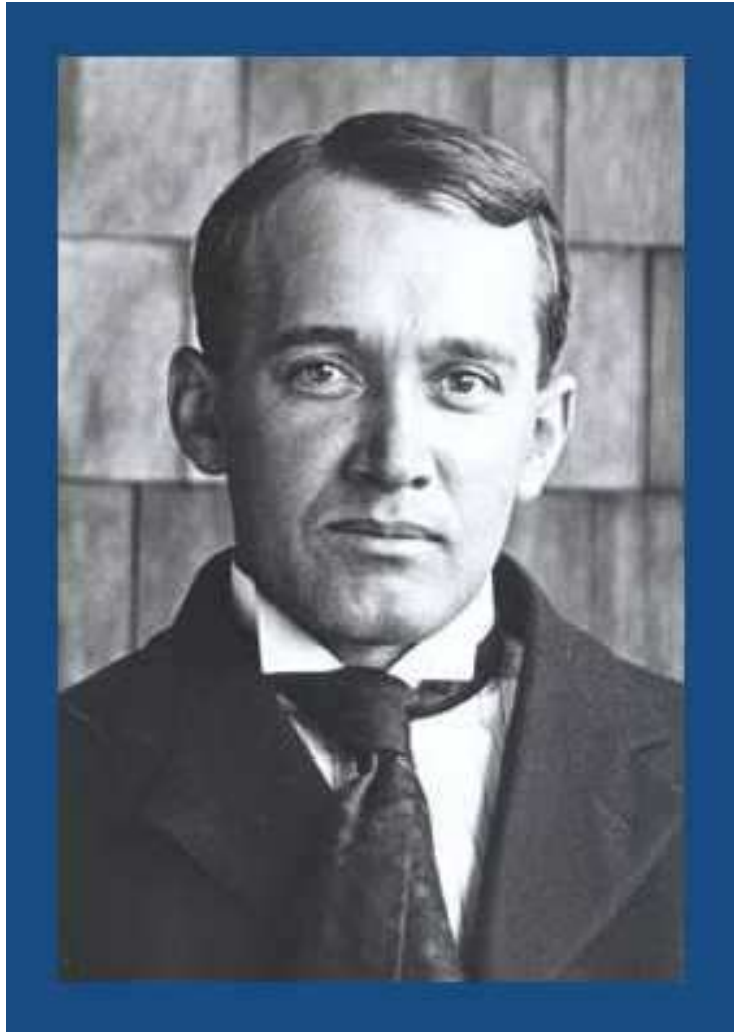
vesmír je tvořen naší Galaxií, mlhavé obláčky jsou blízka plynná mračna

## *H. Curtis:*

vesmír je složen z mnoha galaxií jako je naše, Slunce leží v blízkosti středu jedné z galaxií

# Měření radiálních rychlostí galaxií

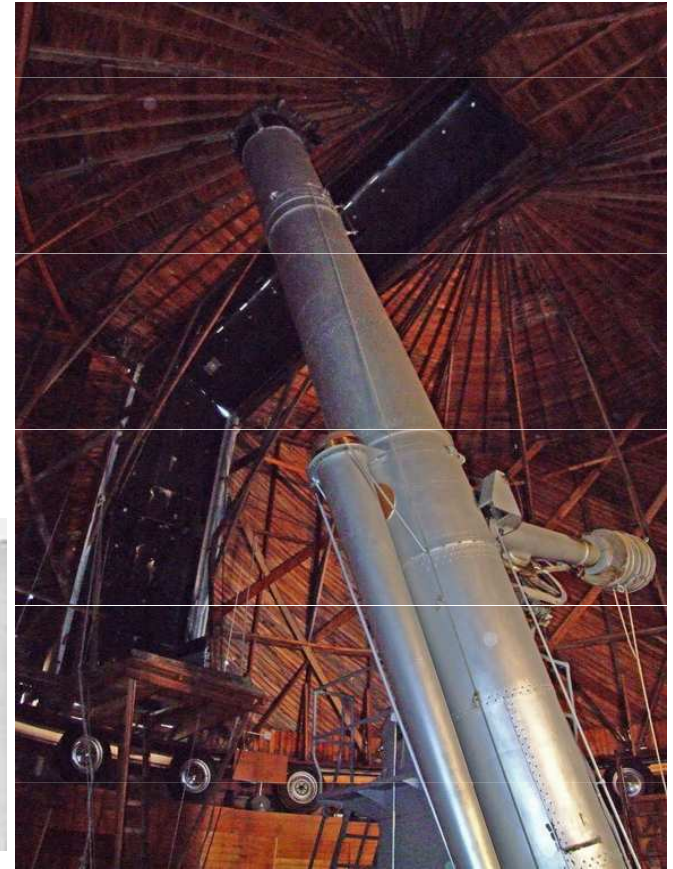
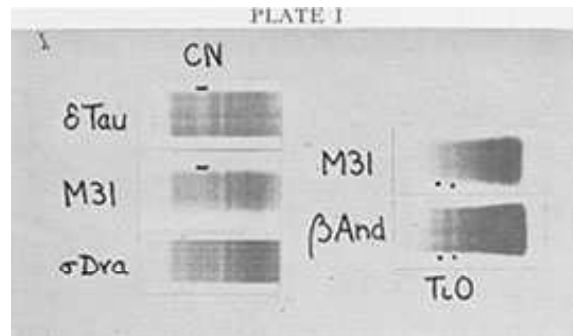
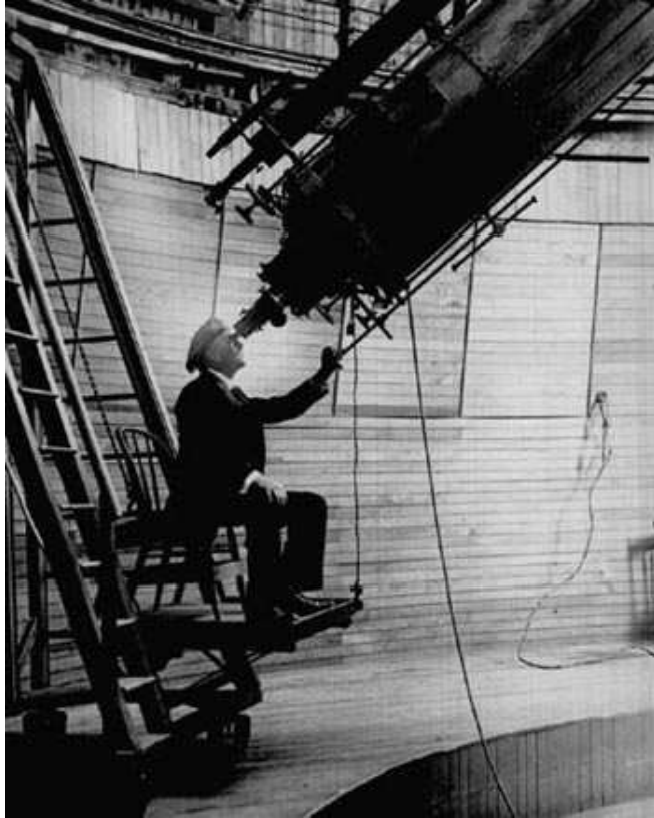
**Vesto Melvin Slipher**  
**1875 - 1969**



**Milton Lasell Humason**  
**1891 - 1972**



# Lowell Observatory - V. M. Slipher: první stanovení radiální rychlosti mlhoviny M 31



4. prosince 1912, 14 hodinová expozici → spektrum → radiální rychlost –  $300 \text{ km.s}^{-1}$

roku 1914 - 40 spekter mlhovin  
u 15 určena radiální rychlost

# Lowell Observatory - V. M. Slipher: Popular astronomy, 23, (1915), p. 21 Spektrografická pozorování mlhovin – radiální rychlosti

In the table is a list of the spiral nebulae observed. As far as possible their velocities are given, although in many cases they are only rough provisional values.

N.G.C.	221	Velocity	— 300 km	} These nebulae are on the south side of the Milky Way.
	224 †		— 300	
	598		—	
	1023		+ 200 roughly	
	1068		+ 1100	
	7331		+ 300 roughly	
	3031		+ small	} These are on the north side of the Milky Way
	3115		+ 400 roughly	
	3627		+ 500	
	4565		+ 1000	
	4594		+ 1100	
	4736		+ 200 roughly	
	4826		+ small	
	5194		± small	
	5866		+ 600	

**Lowell Observatory - V. M. Slipher: Radial velocity observations of spiral nebulae Observatory 40, (1917), p. 304. Měření radiálních rychlostí spirálních mlhovin**

Mr. Reynolds referred to observations of the velocity of the Great Andromeda Nebula as bearing out his criticism. The results of this object known to me are the following:—

—300	km.	Slipher; from several plates.
—304	„	Wright (Lick); from one plate.
—300-400	„	Wolf; one plate, which he believed not “good enough to give any security.”
—329	„	Pease (Mt. Wilson); from one plate.

When we bear in mind that Wolf did not consider his plate “good enough,” we can, it seems to me, look upon these results as in satisfactory agreement.

25 radiálních rychlostí, 21 kladných

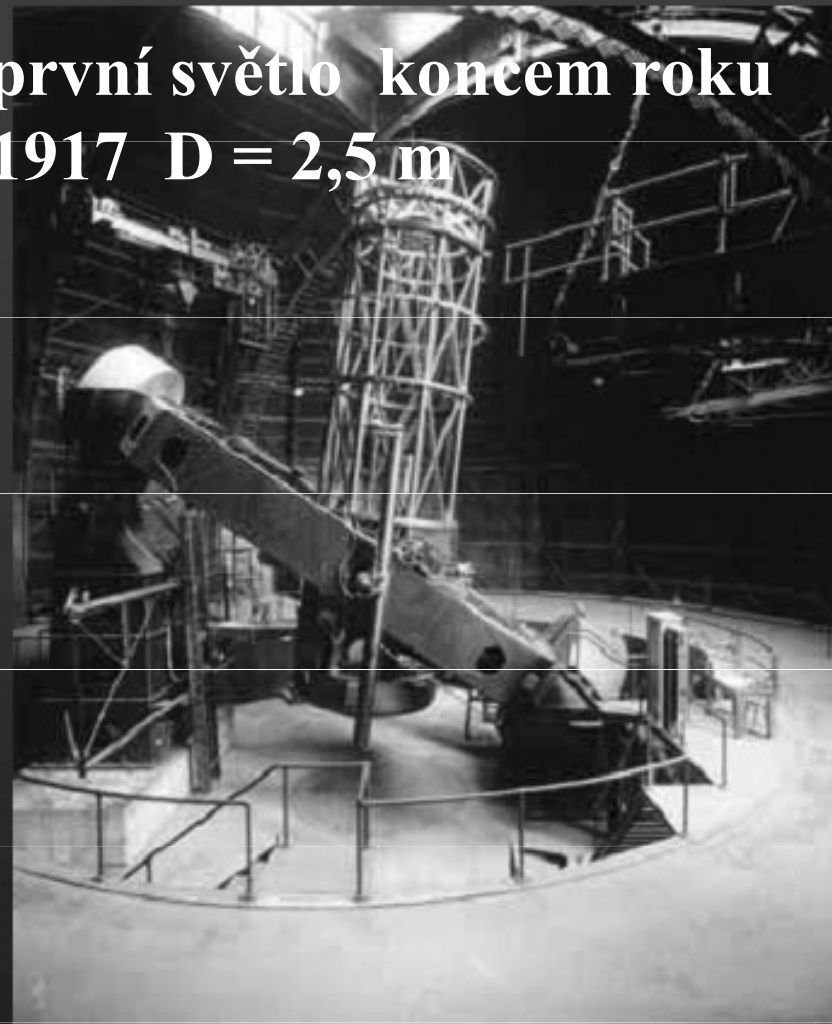
(-300 + 1 100) km.s<sup>-1</sup>

# Observatoř Mount Wilson



George Hale (1868-1938)

první světlo koncem roku  
1917  $D = 2,5$  m



100-inch Hooker Telescope

# Edwin Powell Hubble 1889-1953

vášnivý čtenář - knihy Julese Verna

v mládí sportovec - skok do výšky, box, studium

Chicago BS (fyzika) - asistent u **R. A. Millikana,**

**A. Michelsona**

další studium Oxford MA (právo)

I. sv. válka - **major** v armádě

r. 1919 - Mount Wilson, Pasadena

r. 1920 - disertace *Fotografický výzkum slabých mlhovin*

II. sv. válka - vojenský výzkum





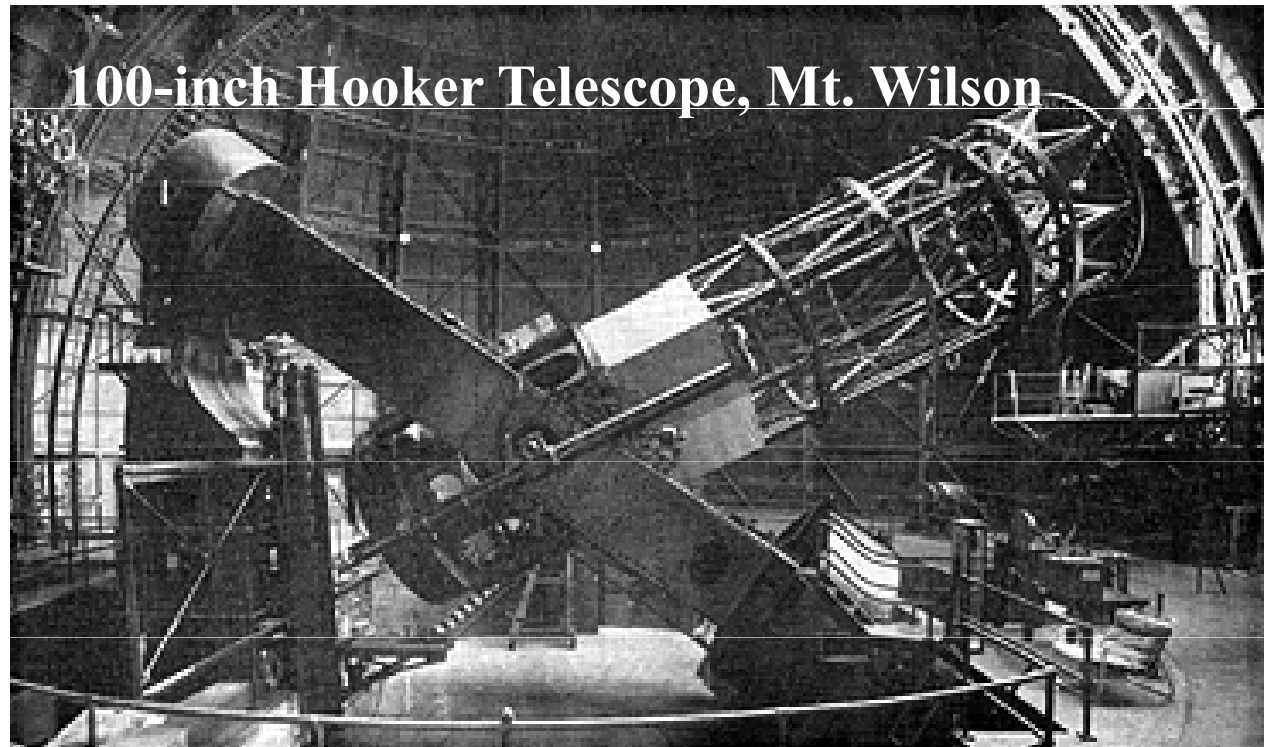
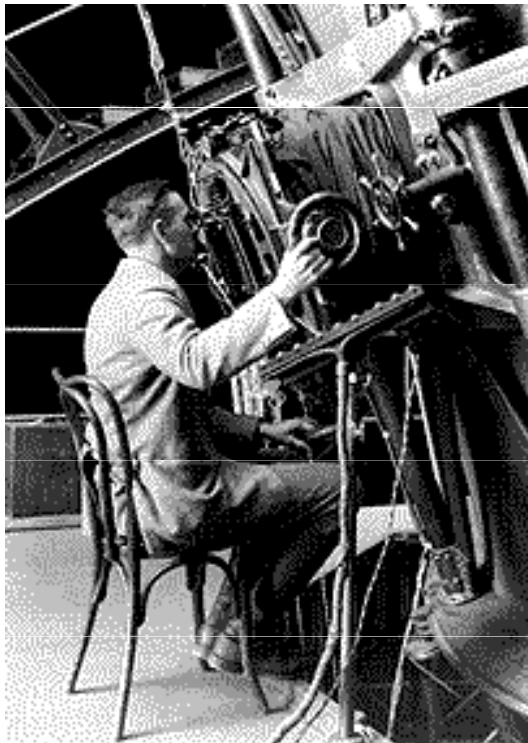
# Edwin Powel Hubble - mládí



Form 1	1341 REGISTRATION CARD		No. 5155
1	Name in full <i>Edwin Powell Hubble</i> <small>(Given name) (Family name)</small>	Age, in yrs <i>28</i>	
2	Home address <i>Yerkes Observatory William's Bay Wisconsin</i> <small>(No.) (Street) (City) (State)</small>		
3	Date of birth <i>November 20 1889</i> <small>(Month) (Day) (Year)</small>		
4	Are you (1) a native-born citizen, (2) a naturalized citizen, (3) an alien, (4) or have you declared your intention (specify which)? <i>Native-born citizen</i>		
5	Where were you born? <i>Marshfield Missouri U. S. A.</i> <small>(Town) (State) (Nation)</small>		
6	If not a citizen, of what country are you a citizen or subject?		
7	What is your present trade, occupation, or office? <i>Student at Illinois Training Camp Fort Sheridan</i>		
8	By whom employed? <i>University of Chicago (Assistant)</i> Where employed?		
9	Have you a father, mother, wife, child under 12, or a sister or brother under 12, solely dependent on you for support (specify which)? <i>No Mother and sister partly dependent</i>		
10	Married or single (which)? <i>Single</i> Race (specify which)? <i>White</i>		
11	What military service have you had? Rank <i>None</i> ; branch years; Nation or State		
12	Do you claim exemption from draft (specify grounds)? <i>No</i>		
I affirm that I have verified above answers and that they are true.			
<i>Edwin P. Hubble</i> <small>(Signature or mark)</small>			

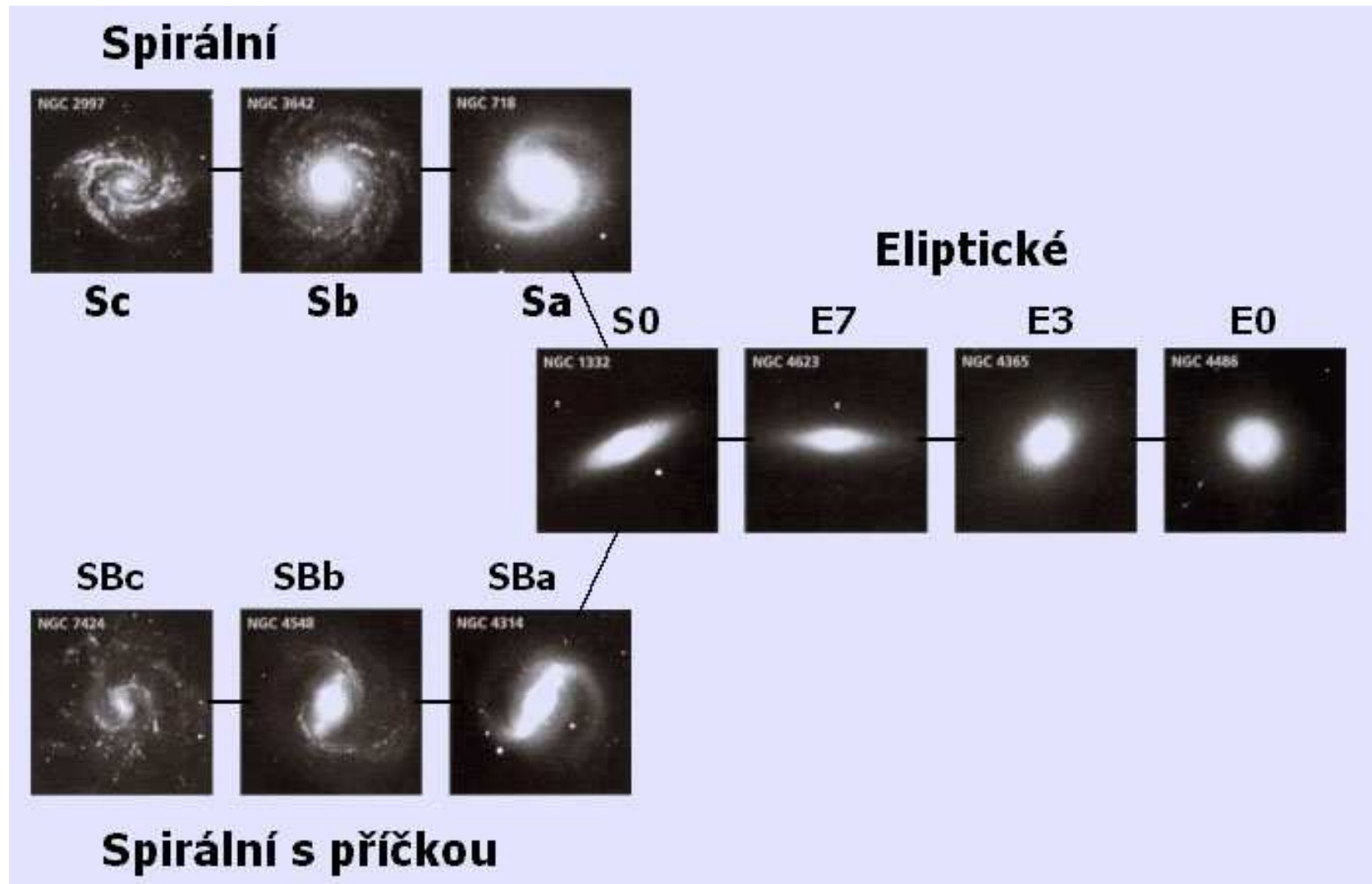
# Hubbleův výzkum galaxií

- a. Vytvoření klasifikace galaxií
- b. Jednotlivé typy hvězd – cefeidy, novy  
definitivní rozlišení vnějších galaxií
- c. Hubbleův zákon

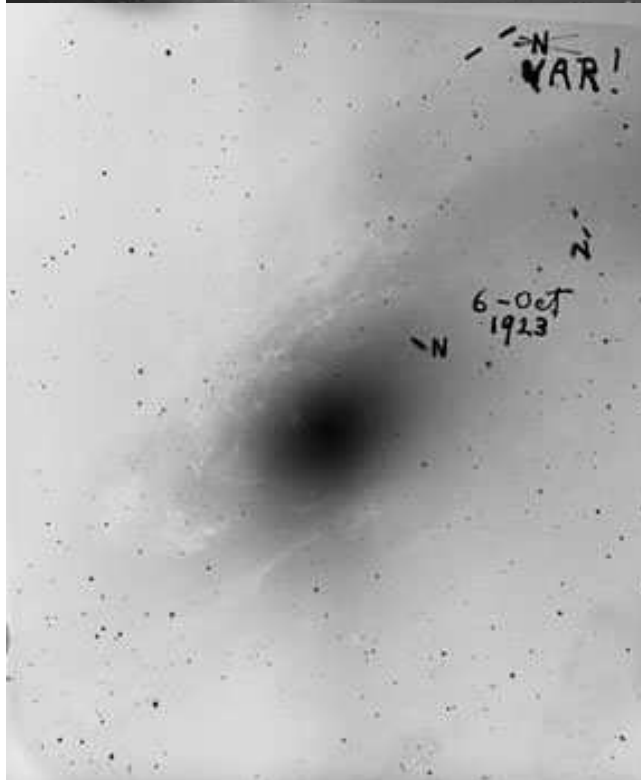


# Hubbleova klasifikace galaxií r. 1936

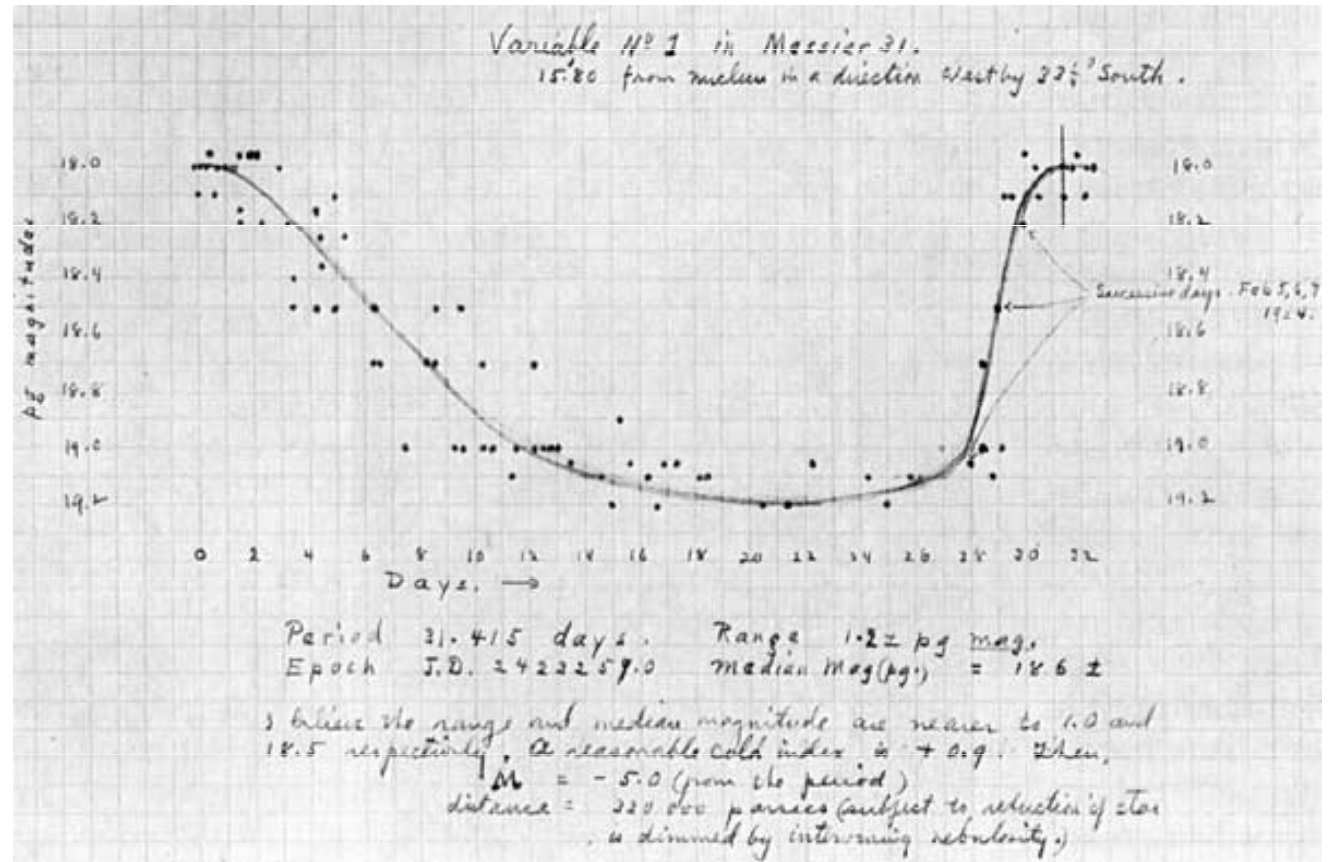
## *The Realm of the Nebulae*



# Hubble - říjen 1923 - klasická cefeida v galaxii M 31 → určení její vzdálenosti



10. září 1923 úplné zatmění v Kalifornii,  
♥ seznámení s Grace P = 31,415 dne



# Objev cefeid - stanovení vzdálenosti

V dopise v únoru 1924 rivalovi H. Shapleymu uvádí: „*Bude pro Vás zajímavé slyšet, že jsem objevil cefeidu v mlhovině Andromedy (M 31). V této sezóně jsem pozoroval mlhovinu tak často, jak to dovolovalo počasí a za posledních pět měsíců jsem objevil devět nov a dvě proměnné hvězdy...*“

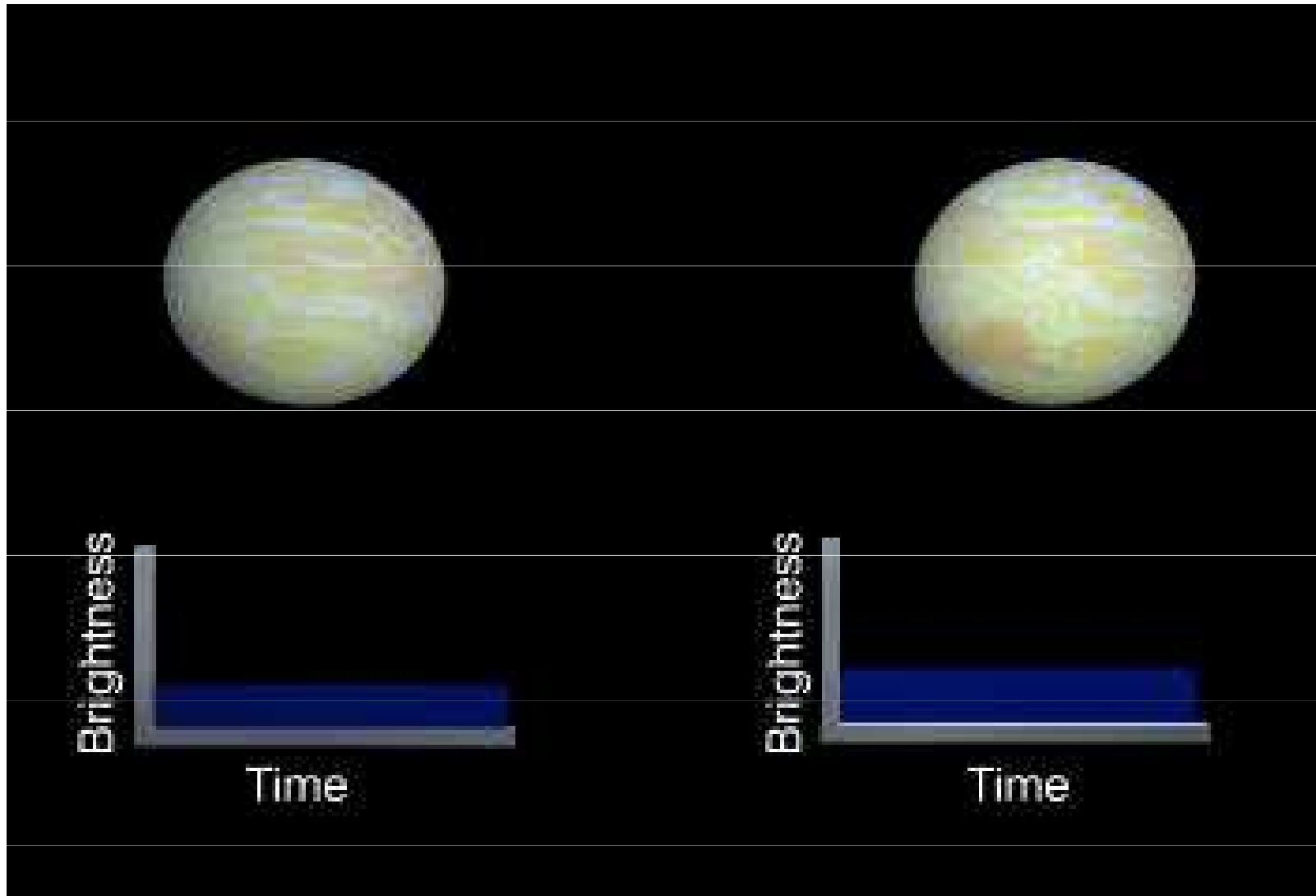
- světelná křivka cefeidy  $\Rightarrow$  perioda pulsace  $P$  + pozorovaná hvězdnou velikost = vzdálenost

-

$$M = a + b \log P, \quad m - M = 5 \log r - 5$$

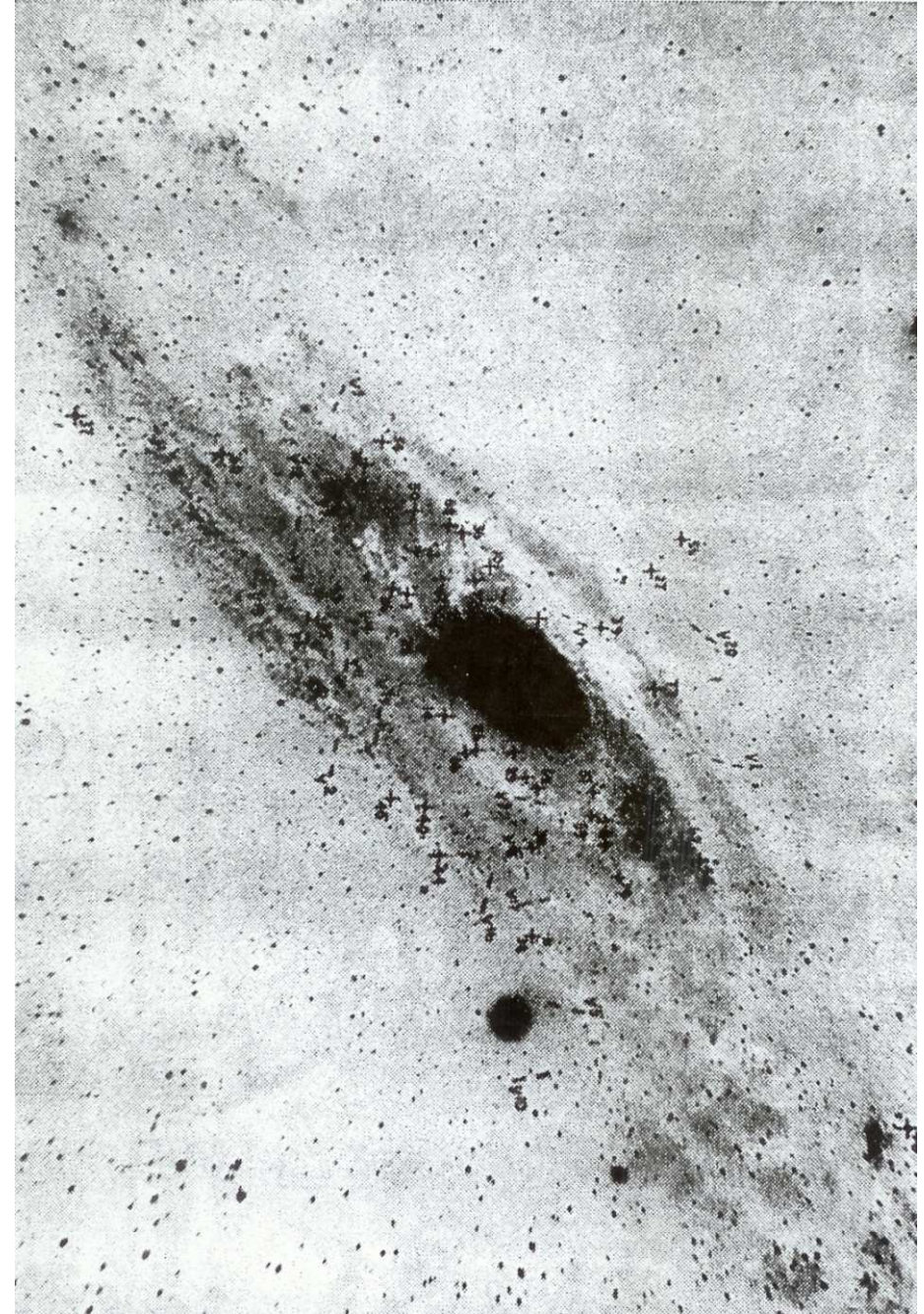
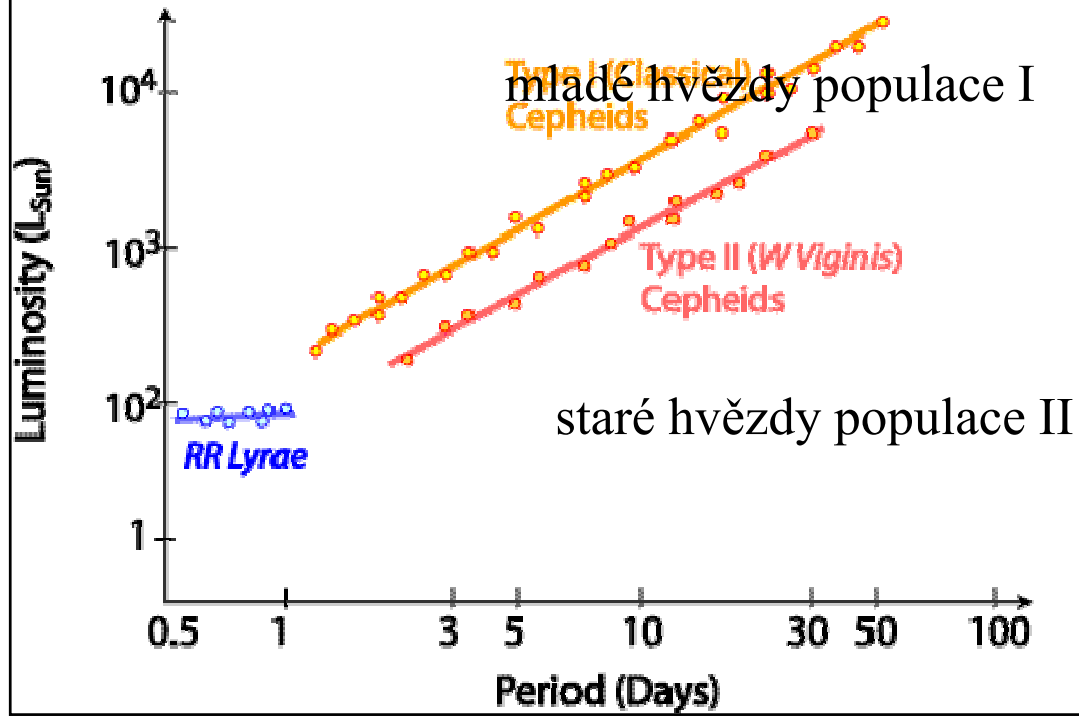
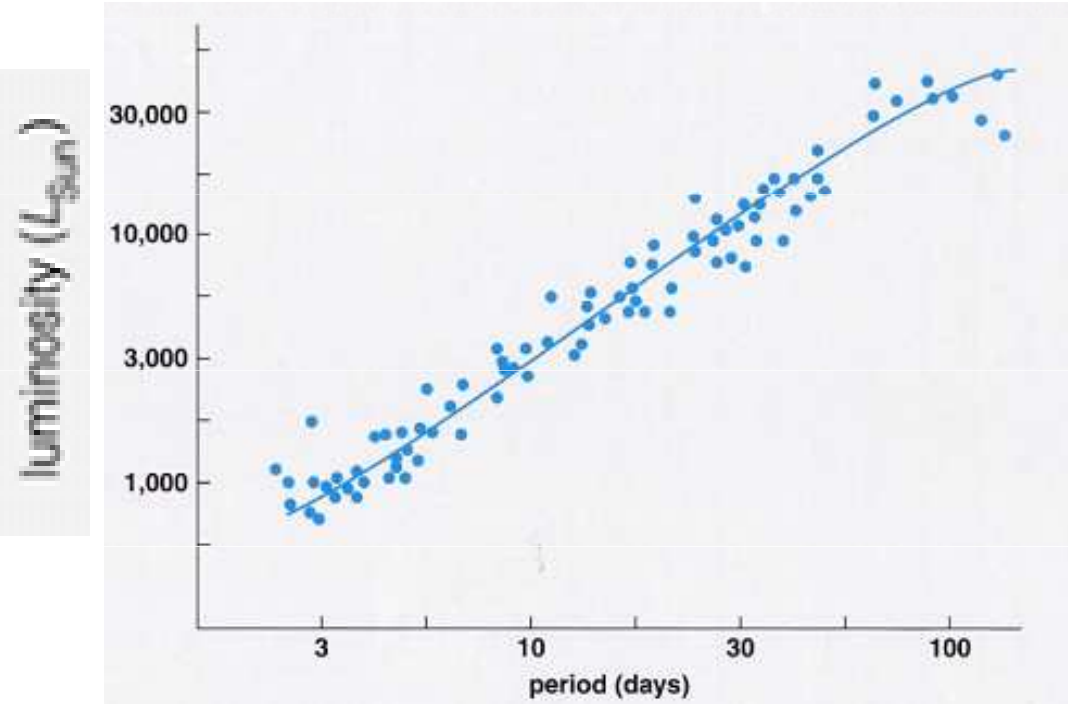
- **spirální mlhovina - hvězdná soustava** nacházející se mimo naši Galaxii

# Cefeidy



$$M = a + b \log P$$

# cefeidy v galaxii M 31



# Vlastnosti cefeid

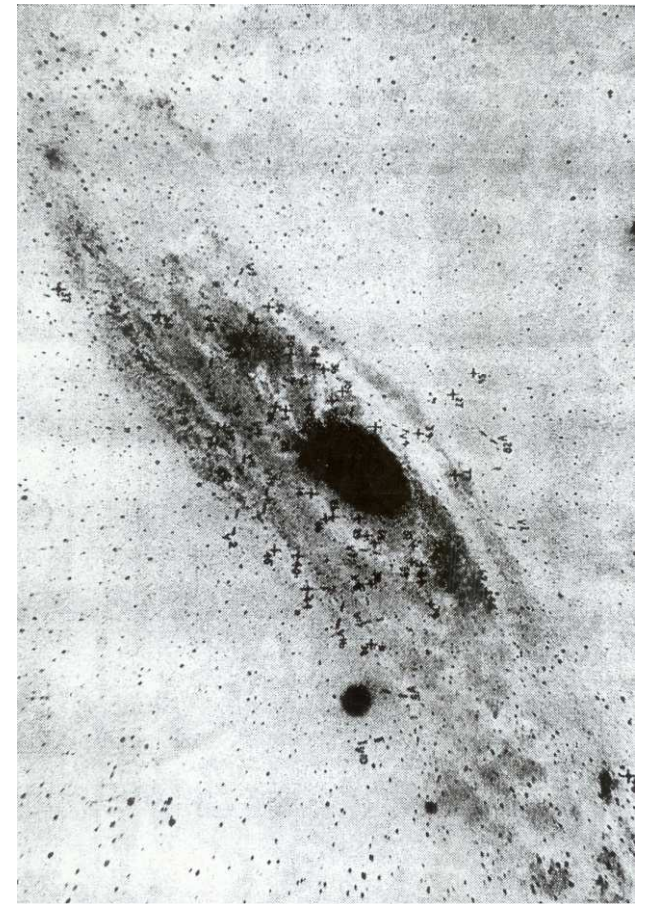
- souvisí s mlhovinami
- neexistuje výrazná absorpce světla
- jsou stejné v celém vesmíru

k 1.1.1925 Hubble: „*vnější části mlhovin lze rozložit na jednotlivé hvězdy*“

**M 31** 36 cefeid, 46 nov

**M 33** 47 cefeid

získáno  $\cong$  200 fotografických desek mlhovin





# Výzkum mlhovin

The classification proposed for general use, together with typical objects for each class, is as follows:

	Examples
I. Galactic nebulae	
1. Planetary	N.G.C. 7662
2. Diffuse	
a) Luminous	N.G.C. 1976
b) Dark	Barnard 86
II. Non-galactic nebulae	
1. Spiral	M 101 (N.G.C. 5457, 8)
2. Elongated	
a) Spindle	HV 24 (N.G.C. 4565)
b) Ovate	M 59 (N.G.C. 4621)
3. Globular	M 87 (N.G.C. 4486)
4. Irregular	N.G.C. 2366

rozdělení mlhovin – galaktické a mimogalaktické

a) galaktických mlhovin spojených s Galaxií

b) mlhovin nacházejících se ve vysokých šířkách

# Mount Wilson - M. L. Humason 1929

Proceedings National Academy of Sciences vol. 15, 1929, p. 167 - 168

## Velká radiální rychlost NGC 7619

VOL. 15, 1929

ASTRONOMY: M. L. HUMASON

167

*THE LARGE RADIAL VELOCITY OF N. G. C. 7619*

BY MILTON L. HUMASON

MOUNT WILSON OBSERVATORY, CARNEGIE INSTITUTION OF WASHINGTON

Communicated January 17, 1929

radiální rychlost 3 779 km.s<sup>-1</sup>

# Mount Wilson - M. L. Humason 1929

Proceedings National Academy of Sciences vol. 15, 1929, p. 167 - 168

## Velká radiální rychlost NGC 7619



During the past year two spectrograms of N. G. C. 7619 were obtained with Cassegrain spectrograph VI attached to the 100-inch telescope. This spectrograph has a 24-inch collimating lens, two prisms, and a 3-inch camera, and gives a dispersion of  $183 \text{ \AA}$  per millimeter at  $\lambda 4500$ . The exposure times for the spectrograms were  $33^{\text{h}}$  and  $45^{\text{h}}$ , respectively. The radial velocity from these plates has been measured by Miss MacCormack, of the computing division, and by myself, the weighted mean value being  $+3779 \text{ km./sec}$ . The velocity of this nebula is, therefore, twice as large as any hitherto observed, the highest previously known being that of N. G. C. 584, for which Slipher obtained  $+1800 \text{ km./sec}$ . Individual velocities from the two plates are  $+3828 \text{ km./sec}$ . for the shorter exposure, and  $+3754 \text{ km./sec}$ . for the longer, which is much the better of the two exposures and is given double weight.

# Mount Wilson - E. P. Hubble:

Proceedings National  
Academy of Sciences  
vol. 15, 1929, p. 168 - 173

*Vztah mezi vzdáleností a radiální  
rychlostí extragalaktických mlhovin*



*A RELATION BETWEEN DISTANCE AND RADIAL VELOCITY  
AMONG EXTRA-GALACTIC NEBULAE*

BY EDWIN HUBBLE

MOUNT WILSON OBSERVATORY, CARNEGIE INSTITUTION OF WASHINGTON

Communicated January 17, 1929

# Hubble r. 1929

Communications from the Mount Wilson Observatory, to the  
NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES, No. 105.

Reprinted from the Proceedings of the NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES,  
Vol. 15, No. 3, pp. 168-173. March, 1929.

## *A RELATION BETWEEN DISTANCE AND RADIAL VELOCITY AMONG EXTRA-GALACTIC NEBULAE*

BY EDWIN HUBBLE

MOUNT WILSON OBSERVATORY, CARNEGIE INSTITUTION OF WASHINGTON

Communicated January 17, 1929

Determinations of the motion of the sun with respect to the extra-galactic nebulae have involved a  $K$  term of several hundred kilometers which appears to be variable. Explanations of this paradox have been sought in a correlation between apparent radial velocities and distances, but so far the results have not been convincing. The present paper is a re-examination of the question, based on only those nebular distances which are believed to be fairly reliable.

Distances of extra-galactic nebulae depend ultimately upon the application of absolute-luminosity criteria to involved stars whose types can be recognized. These include, among others, Cepheid variables, novae, and blue stars involved in emission nebulosity. Numerical values depend upon the zero point of the period-luminosity relation among Cepheids, the other criteria merely check the order of the distances. This method is restricted to the few nebulae which are well resolved by existing instruments. A study of these nebulae, together with those in which any stars at all can be recognized, indicates the probability of an approximately uniform upper limit to the absolute luminosity of stars, in the late-type spirals and irregular nebulae at least, of the order of  $M$  (photographic) =  $-6.3$ .<sup>1</sup> The apparent luminosities of the brightest stars in such nebulae are thus criteria which, although rough and to be applied with caution, furnish reasonable estimates of the distances of all extra-galactic systems in which even a few stars can be detected.

# Hubble r. 1929

TABLE I  
NEBULAE WHOSE DISTANCES HAVE BEEN ESTIMATED FROM STARS INVOLVED OR FROM  
MEAN LUMINOSITIES IN A CLUSTER

OBJECT	$m_s$	$r$	$s$	$m_t$	$M_t$
S. Mag.	..	0.032	+ 170	1.5	-16.0
L. Mag.	..	0.034	+ 290	0.5	17.2
N. G. C. 6822	..	0.214	- 130	9.0	12.7
598	..	0.263	- 70	7.0	15.1
221	..	0.275	- 185	8.8	13.4
224	..	0.275	- 220	5.0	17.2
5457	17.0	0.45	+ 200	9.9	13.3
4736	17.3	0.5	+ 290	8.4	15.1
5194	17.3	0.5	+ 270	7.4	16.1
4449	17.8	0.63	+ 200	9.5	14.5
4214	18.3	0.8	+ 300	11.3	13.2
3031	18.5	0.9	- 30	8.3	16.4
3627	18.5	0.9	+ 650	9.1	15.7
4826	18.5	0.9	+ 150	9.0	15.7
5236	18.5	0.9	+ 500	10.4	14.4
1068	18.7	1.0	+ 920	9.1	15.9
5055	19.0	1.1	+ 450	9.6	15.6
7331	19.0	1.1	+ 500	10.4	14.8
4258	19.5	1.4	+ 500	8.7	17.0
4151	20.0	1.7	+ 960	12.0	14.2
4382	..	2.0	+ 500	10.0	16.5
4472	..	2.0	+ 850	8.8	17.7
4486	..	2.0	+ 800	9.7	16.8
4649	..	2.0	+1090	9.5	17.0

# Hubble r. 1929

TABLE 2  
NEBULAE WHOSE DISTANCES ARE ESTIMATED FROM RADIAL VELOCITIES

	OBJECT	$v$	$v_r$	$r$	$m_1$	$M_1$
N. G. C.	278	+ 650	-110	1.52	12.0	-13.9
	404	- 25	- 65	..	11.1	..
	584	+1800	+ 75	3.45	10.9	16.8
	936	+1300	+115	2.37	11.1	15.7
	1023	+ 300	- 10	0.62	10.2	13.8
	1700	+ 800	+220	1.16	12.5	12.8
	2681	+ 700	- 10	1.42	10.7	15.0
	2683	+ 400	+ 65	0.67	9.9	14.3
	2841	+ 600	- 20	1.24	9.4	16.1
	3034	+ 290	-105	0.79	9.0	15.5
	3115	+ 600	+105	1.00	9.5	15.5
	3368	+ 940	+ 70	1.74	10.0	16.2
	3379	+ 810	+ 65	1.49	9.4	16.4
	3489	+ 600	+ 50	1.10	11.2	14.0
	3521	+ 730	+ 95	1.27	10.1	15.4
	3623	+ 800	+ 35	1.53	9.9	16.0
	4111	+ 800	- 95	1.79	10.1	16.1
	4526	+ 580	- 20	1.20	11.1	14.3
	4565	+1100	- 75	2.35	11.0	15.9
	4594	+1140	+ 25	2.23	9.1	17.6
	5005	+ 900	-130	2.06	11.1	15.5
	5866	+ 650	-215	1.73	11.7	-14.5
	Mean				10.5	-15.3

# Hubble r. 1929

označení

- jednotlivé galaxie - plná čára
- skupiny galaxií - přerušovaná čára
- + průměr pro 22 galaxií s nepřesně známou vzdáleností

měření rychlostí - Humason

**rychlost NGC 7619 3 779 km.s<sup>-1</sup> nezachycena !**

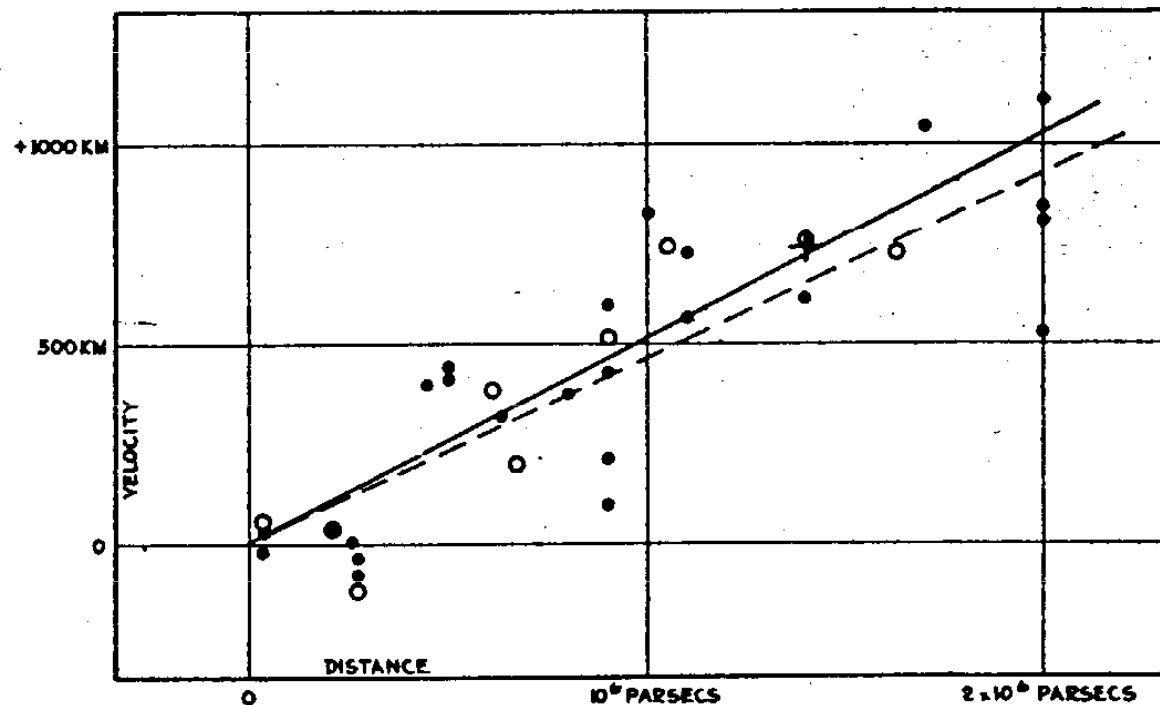


FIGURE 1



# Hubble r. 1929

## Nepřesnosti – chyby v práci:

1. *Závislost perioda – zářivý výkon stanovena nepřesně*, ve skutečnosti cefeidy byly mnohem jasnější, než se předpokládalo r. 1929, odlišné závislosti pro různé typy cefeid

2. Ve vzdálených galaxiích v některých *případech provedena špatná identifikace objektů*, záměna hvězdy - oblasti H II

# Hubbleův zákon r. 1929

*první představení problému*, návrh dalšího výzkumu,  
v závěru práce uvádí:

The results establish a roughly linear relation between velocities and distances among nebulae for which velocities have been previously published, and the relation appears to dominate the distribution of velocities. In order to investigate the matter on a much larger scale, Mr. Humason at Mount Wilson has initiated a program of determining velocities of the most distant nebulae that can be observed with confidence.

*„Výsledky stanovují přibližně lineární vztah mezi rychlostmi a vzdálenostmi mlhovin, pro které byly dříve publikovány radiální rychlosti a vztah se jeví převládající v rozložení rychlostí. Aby se podařilo rozřešit problém pro mnohem větší vzdálenosti Humason na Mount Wilson zahájil program stanovení rychlostí nejvzdálenějších galaxií jenž mohou být spolehlivě pozorovány.“*

# De Sitter r. 1929: O magnitudách, průměrech, a vzdálenostech extragalaktických mlhovin a jejich pozorovaných radiálních rychlostech

BULLETIN OF THE ASTRONOMICAL INSTITUTES  
OF THE NETHERLANDS.

1930 May 26

Volume V.

No. 185.

---

COMMUNICATION FROM THE OBSERVATORY AT LEIDEN.

---

On the magnitudes, diameters and distances of the extragalactic nebulae, and their apparent radial velocities, by *W. de Sitter*.

1. Lately several radial velocities of extragalactic nebulae have been published, all of which are large and positive. This makes the question of the distances of these objects of particular importance. For a few spirals, elliptical and irregular nebulae distances have been determined from the variable stars or novae contained in them, or from the brightest stars, or by other means, but for the great majority the distance

magnitudes ( $m_r$ ) and the logarithms of the diameters ( $\log d$ ) of a large number of nebulae.

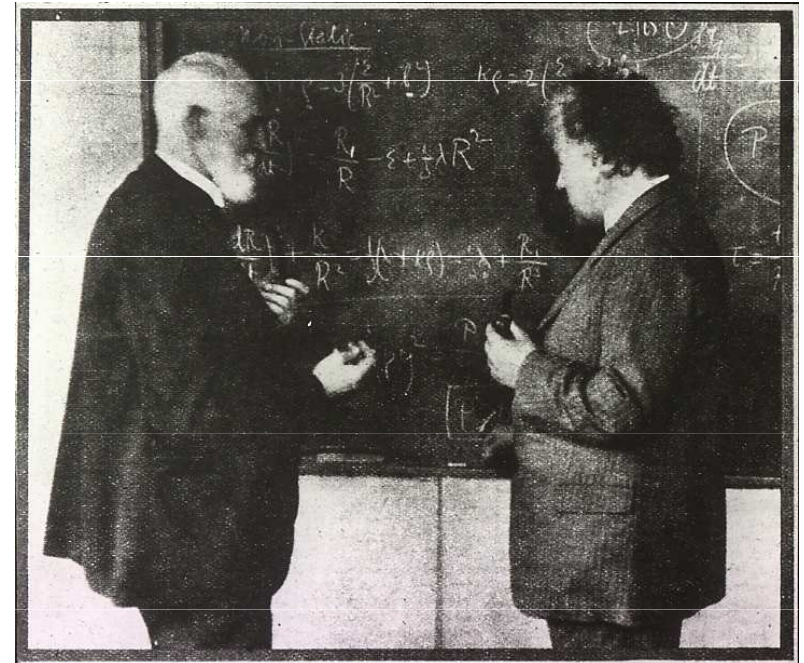
2. The most serious difficulty in the derivation of the linear formulas (3) is the selection, which undoubtedly exists for the faint and small nebulae, making the average diameter of the faintest nebulae too large, and the average brightness of the smallest ones too

teoretické důsledky rozpínání vesmíru

# De Sitter x Hubble r. 1929

Hubble: „*Vždy jsem předpokládali, že když jsou opublikovány předběžné výsledky a je vytyčen další program výzkumu, právo prvního prověření nových údajů patří těm, kteří skutečně realizovali první výzkum...*“

**Willem de Sitter 1872 -1934**  
**holandský fyzik, kosmolog**



# Hubble – Humason r. 1931

Vztah rychlost - vzdálenost pro extragalaktické mlhoviny

## THE VELOCITY-DISTANCE RELATION AMONG EXTRA-GALACTIC NEBULAE<sup>2</sup>

BY EDWIN HUBBLE AND MILTON L. HUMASON

### ABSTRACT

Methods of determining distances of extra-galactic nebulae are discussed, and the mean absolute magnitude is revised on the basis of (1) Shapley's revision of the zero-point of the period-luminosity curve for Cepheids, and (2) more extensive observations of stars involved in nebulae. The revised value is  $M(\text{vis}) = -14.9$ .

**Hubble** – vzdálenosti galaxií pomocí hvězd,  
**Humason** – radiální rychlosti,  
indikátory vzdálenosti cefeidy + jasné hvězdy, radiální rychlost  
46 mlhovin

# Hubble - Humason r. 1931

TABLE IV  
VELOCITIES AND MAGNITUDES

	$r$	$v_1$	$v_2$	$m_{vis}^*$	$m_{pg}$	Type	Diam.
Virgo cluster:	km/sec.						
N.G.C. 4102...	+ 1150	+ 20					
4374...	1050	30					
4382...	500	40					
4472...	850	20	+ 890	(12.5)			
4486...	800	30					
4526...	580	20					
4649...	1090	+ 40					
Pegasus:							
N.G.C. 7611...	3400						
7617...	3900						
7619...	3800	+ 90	3810		15.5		
7623...	3800						
7626...	3700						
Pisces:							
N.G.C. 380...	4400						
383...	4500	+ 60	4630		15.4		
384...	4500						
385...	4900						
Cancer:							
N.G.C. 2562...	5100						
2563...	4800	- 130	4820		16.0		
Perseus:							
N.G.C. 1270...	4800						
1273...	5800	0	5230		16.4		
1275...	5100						
1277...	5200						
Coma:							
N.G.C. 4853...	7600						
4860...	7900	+ 100	7500		17.0		
4865†...	5000						
4884...	6700						
Ursa Majoris:							
Baade 24.....	11700	+ 100	11800		18.0		
Leo:							
No. 1.....	19700	- 90	19600		19.0		
Isolated nebulae:							
N.G.C. 2859...	1500	- 50	1450	11.1		SBa	1.9
2950...	1500	+ 60	1560	11.6		SBa	1.4
3193...	1300	- 60	1240	12.1		E2	1.0
3227...	1150	- 60	1090	12.0		Sb	3.0
3610...	1850	+ 100	1950	11.8		E4	1.4
4051...	650	+ 90	740	11.9		Sb	4.0
6350...	3000	+ 250	3250		14.3	E2	0.4
6658...	4100	+ 270	4370		14.8	Sa	1.6
6661...	3900	+ 270	4170		14.0	Sa	1.6
6702...	2250	+ 280	2530		14.6	E2	0.6
6703...	2000	+ 280	2280		13.6	E0	0.9
6710...	5100	+ 280	5380		15.0	Sa	0.8
6824...	3200	+ 240	3440		14.0	Sb	1.6
7217...	1050	+ 200	1250		12.3	Sb	3.0
7242...	+ 5000	+ 200	+ 5200		15.5	E2	0.3

\* Holetschek visual magnitudes.

† Possibly an isolated nebula superposed on the cluster.  $m_{pg}=14.7\pm$ . The type is E4; the diameter, 0'.13.

# Hubble - Humason r. 1931

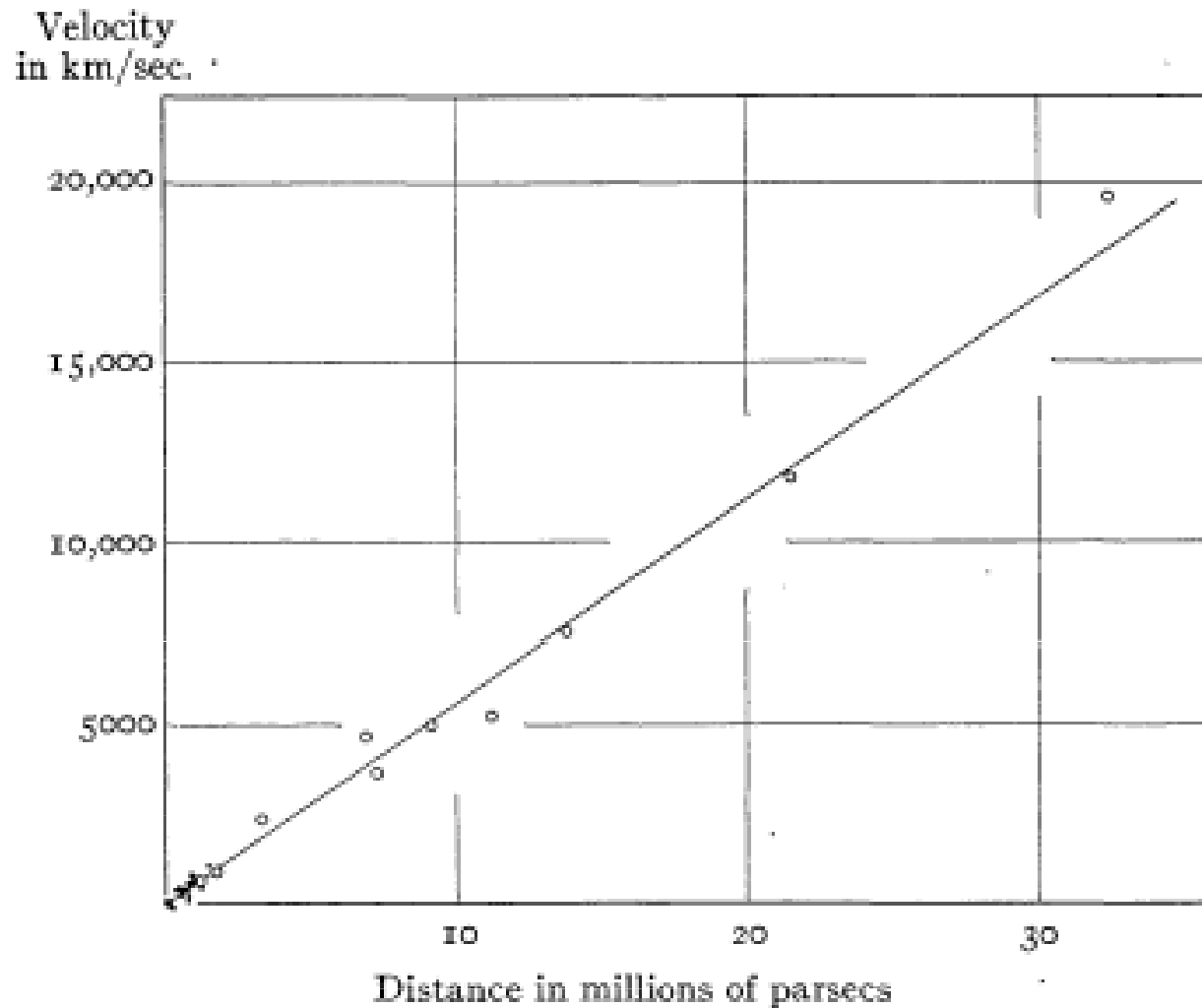
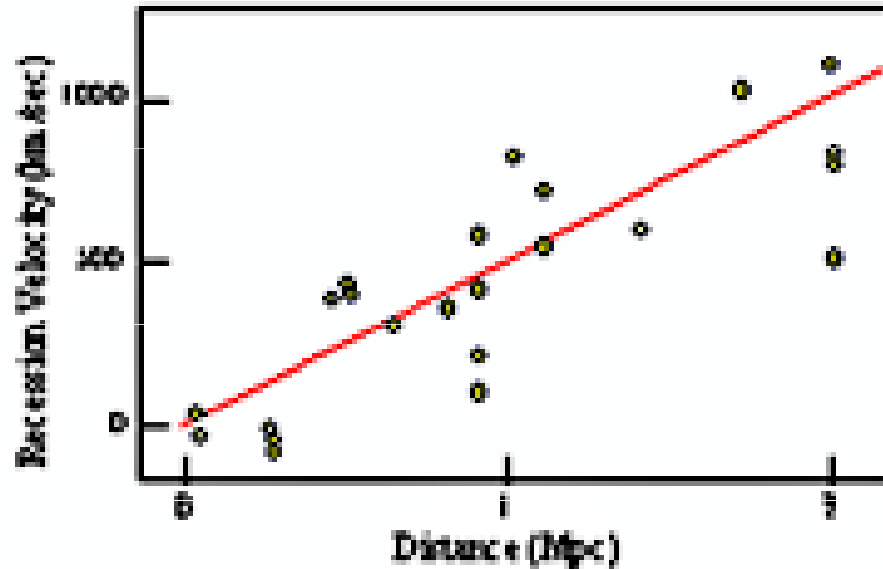


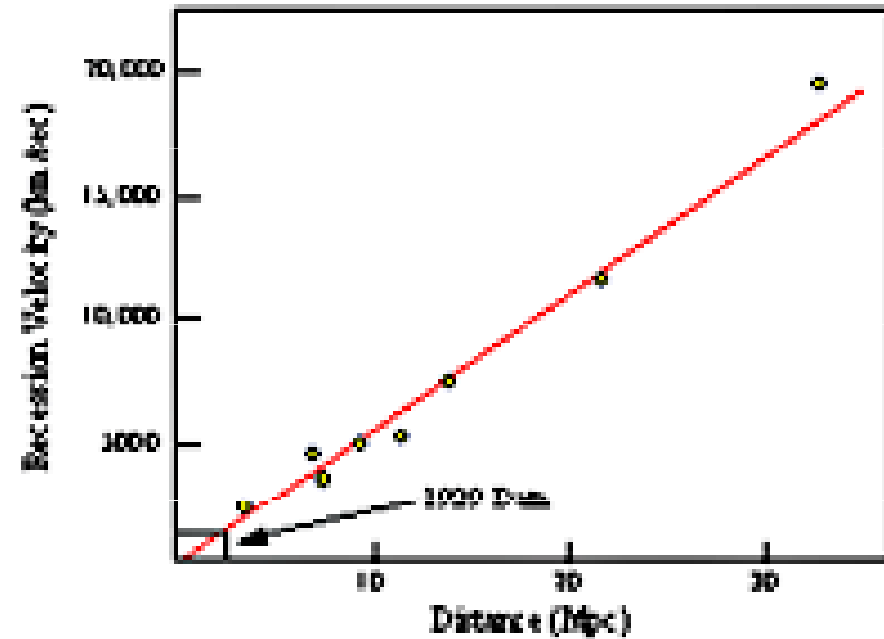
FIG. 5.—The velocity-distance relation. The circles represent mean values for clusters or groups of nebulae. The dots near the origin represent individual nebulae, which, together with the groups indicated by the lowest two circles, were used in the first formulation of the velocity-distance relation.

# Srovnání diagramů r. 1929 - 1931

## Hubble's Data (1929)



## Hubble & Humason (1931)



při vzdálenosti 18krát větší než v r. 1929 lze **závislost rychlost - vzdálenost** považovat za obecnou charakteristikou pozorované oblasti prostoru,  $H \cong 560 \text{ km.s}^{-1}\text{Mpc}^{-1}$



# De Sitter - Einstein r. 1932

PROCEEDINGS  
OF THE  
NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES

Volume 18

March 15, 1932

Number 3

---

*ON THE RELATION BETWEEN THE EXPANSION AND THE  
MEAN DENSITY OF THE UNIVERSE*

BY A. EINSTEIN AND W. DE SITTER

Communicated by the Mount Wilson Observatory, January 25, 1932

In a recent note in the *Göttinger Nachrichten*, Dr. O. Heckmann has pointed out that the non-static solutions of the field equations of the general theory of relativity with constant density do not necessarily imply a positive curvature of three-dimensional space, but that this curvature may also be negative or zero.

Hubble: „*interpretace pozorovacích údajů náleží teoretikům...*“

**Humason r. 1936**

*Pozorované radiální rychlosti  
100 extragalaktických mlhovin*

THE APPARENT RADIAL VELOCITIES OF 100  
EXTRA-GALACTIC NEBULAE\*

M. L. HUMASON

ABSTRACT

New velocities of 100 nebulae are given in Table I. With the exception of 6, they are all velocities of recession ranging from +50 km/sec, for a member of the Virgo Cluster, to +42,000 km/sec for a member of the Ursa Major Cluster No. 2.

Humason proměřil dalších 35 nových izolovaných mlhovin, nečlenů kup galaxií, celkem 100 galaxií

# Humason r. 1936

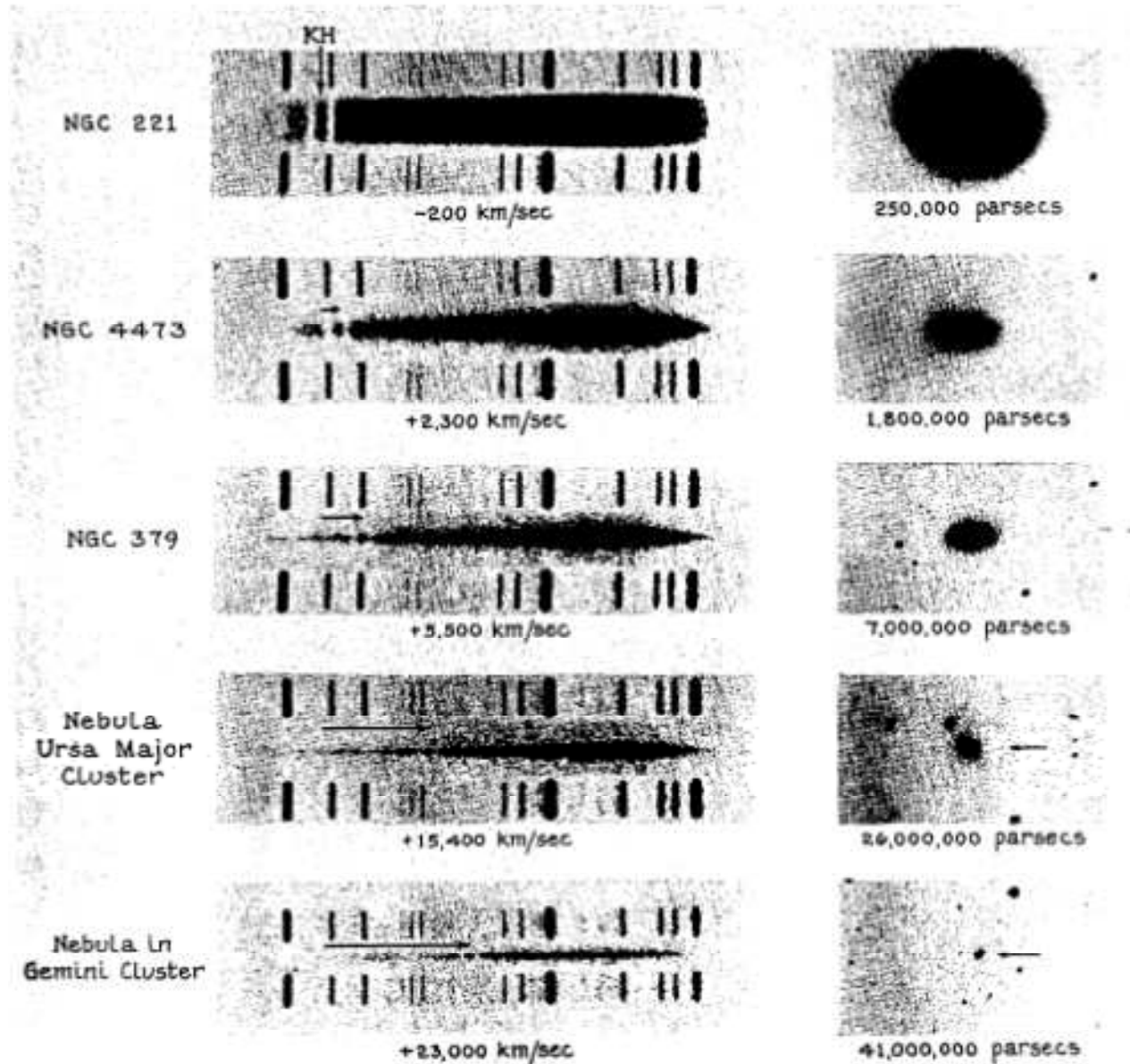
TABLE I—Continued

NGC	1950		Po m	TYPE	VELOCITY	Sp.	REMARKS
	R.A.	Dec.					
Anon 5 . . . .	10 <sup>h</sup> 55 <sup>m</sup> 4	+57 <sup>o</sup> 3'	17.5	E	+19000::	G0	
Anon 6 . . . .	10 55.7	+57 1	17.9	E	+42000::	G2	UMa Cl. No. 2
3486 . . . .	10 57.8	+29 15	11.4	Sc	+ 1250:	G3	
3726 . . . .	11 30.7	+47 19	11.7	Sc	+ 1150::	G0	
▪ Anon 7 . . . .	11 44.5	+50 1	15.9	E	+15400	G5	UMa Cl. No. 1

*rekordní hodnota 42 000 km.s<sup>-1</sup> → limitní možnost 100  
palcového dalekohledu Mount Wilson*

# Humason r. 1936

## PLATE III



RED-SHIFTS IN THE SPECTRA OF EXTRA-GALACTIC NEBULAE

# Hubbleova konstanta, upřesňování

