

A black and white portrait of an elderly man with glasses and a mustache, looking slightly to the right. The background is dark and out of focus.

**Historie X.**

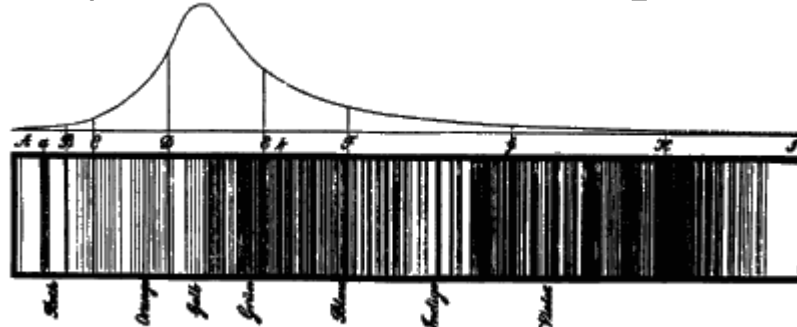
**Kvantová fyzika**

**Vladimír Štefl**

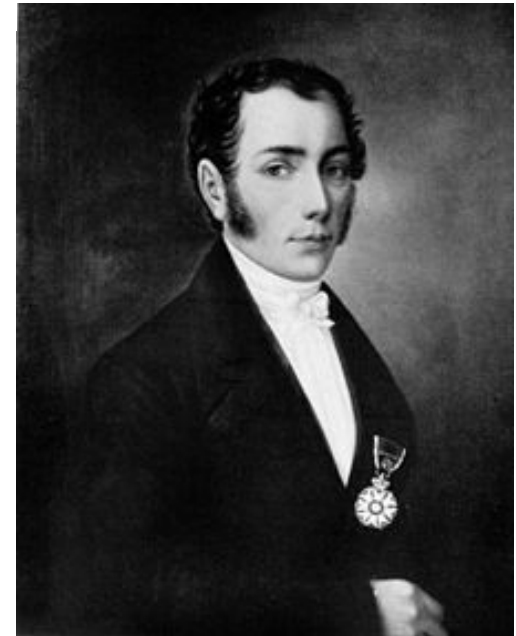
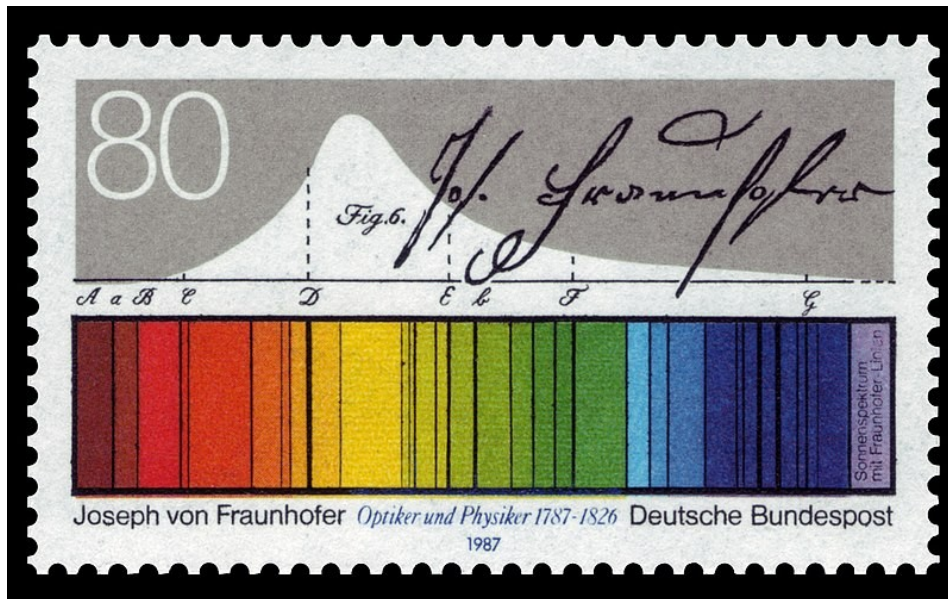
**Ústav teoretické fyziky a astrofyziky**

# Joseph Fraunhofer 1787 - 1826

německý fyzik, optik, konstruktér dalekohledů, strojů na broušení achromatických čoček, studoval sluneční spektra jakož i hvězd, **Fraunhoferovy čáry r. 1814**, našel ve spektru Slunce více než 500 čar,



*Zu Fraunhofer's Abh. Danksch. 1814-15.*



# Gustav Kirchhoff 1824 - 1887

## Robert Wilhelm Bunsen 1811 - 1899

německý fyzik a chemik, analyzovali různé soli pomocí spektrografu, zabarvení plamene při žíhání, potvrdili, že žlutá čára sodíku splývá s *Fraunhoferovými D* čarami. K odstranění těchto tmavých čar ve spektru Slunce postavili před šterbinu spektrografu lihový kahan, v jehož plameni žíhali kuchyňskou sůl. Výsledkem bylo ještě větší ztmavení *D* čar. Kirchhoff vyslovil hypotézu, podle níž sodíkový plamen pohlcuje žlutou čáru sodíku ze slunečního spektra. Vlnové délky emisních a absorpčních spektrálních čar jsou charakteristické pro přítomnost prvku bez ohledu na druh sloučeniny, množství prvku a použitý plamen a jeho teplotu. Pomocí spektrální analýzy objevili dva prvky - cézium a rubídium. Zjistili, že velký počet Fraunhoferových čar v slunečním spektru je způsobený přítomností železa v atmosféře Slunce. Dále dokázali přítomnost dalších 14 prvků na Slunci. ***Zákon: Vyzařovací schopnost černého tělesa je úměrná jeho pohlcovací schopnosti, těleso tím více pohlcuje záření, čím více je schopno je vyzařovat.***

# Kirchhoff + Bunsen 1860

1860.                    ANNALEN                    No. 6.  
DER PHYSIK UND CHEMIE.  
BAND CX.

---

## I. *Chemische Analyse durch Spectralbeobachtungen;* *von G. Kirchhoff und R. Bunsen.*

---

Es ist bekannt, dass manche Substanzen die Eigenschaft haben, wenn sie in eine Flamme gebracht werden, in dem Spectrum derselben gewisse helle Linien hervortreten zu lassen. Man kann auf diese Linien eine Methode der qualitativen Analyse gründen, welche das Gebiet der chemischen Reactionen erheblich erweitert und zur Lösung bisher unzugänglicher Probleme führt. Wir beschränken uns hier zunächst nur darauf, diese Methode für die Metalle der Alkalien und alkalischen Erden zu entwickeln und ihren Werth an einer Reihe von Beispielen zu erläutern.

Die erwähnten Linien zeigen sich um so deutlicher, je höher die Temperatur und je geringer die eigene Leuchtkraft der Flamme ist. Die von Einem von uns angegebene Gaslampe<sup>1)</sup> liefert eine Flamme von sehr hoher Temperatur und sehr kleiner Leuchtkraft; dieselbe ist daher vorzugsweise geeignet zu Versuchen über die jenen Substanzen eigenthümlichen hellen Linien.

Auf Taf. V sind die Spectren dargestellt, welche die genannte Flamme giebt, wenn die so rein als möglich dargestellten Chlorverbindungen von Kalium, Natrium, Lithium, Strontium, Calcium, Baryum in ihr verflüchtigt werden. Das Sonnenspectrum ist, um die Orientirung zu erleichtern, beigefügt.

Die zu den Versuchen benutzte Kaliumverbindung wurde durch Glühen von chloresurem Kali, welches zuvor sechs bis achtmal umkrystallisirt war, dargestellt.

1) Diese Annal. Bd. 100, S. 85.





# Gustav Kirchhoff 1824 -1887

německý fyzik, zabývající se elektřinou, spektroskopií,

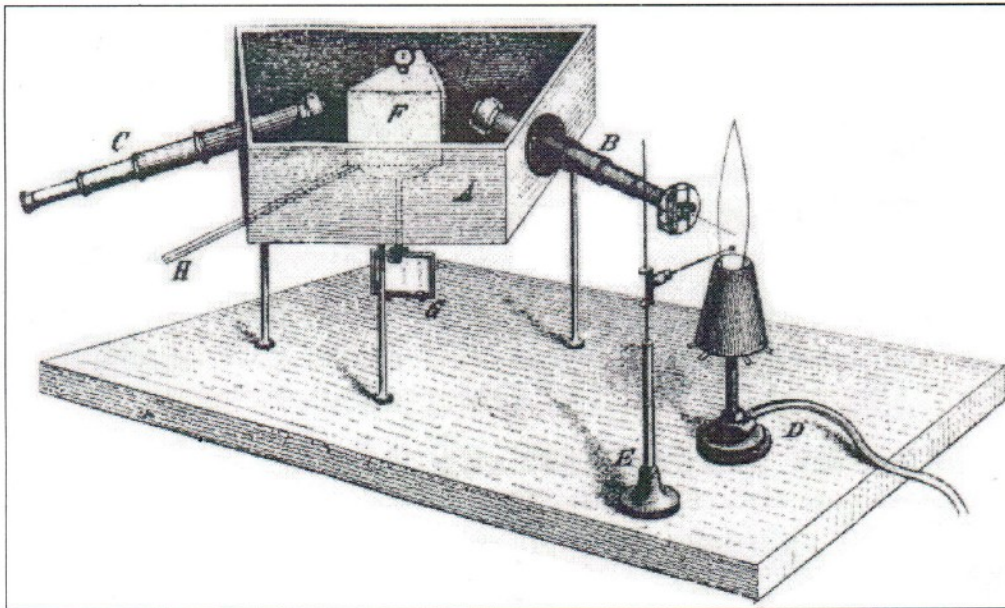
Chemical Analysis by Observation of Spectra

GUSTAV KIRCHHOFF AND ROBERT BUNSEN

*Annalen der Physik und der Chemie* (Poggendorff), Vol. 110 (1860), pp. 161-189 (dated Heidelberg, 1860)

It is known that several substances have the property of producing certain bright lines when brought into the flame. A method of qualitative analysis can be based on these lines, whereby the field of chemical reactions is greatly widened and hitherto inaccessible problems are solved. We limit ourselves here to developing the method for alkali and earth-alkali metals and demonstrating its value by some examples.

The lines show up the more distinctly the higher the temperature and the lower the luminescence of the flame itself. The gas burner described by one of us (Bunsen, these Ann. 100, p. 85) has a flame of very high temperature and little luminescence and is, therefore, particularly suitable for experiments on the bright lines that are characteristic for these substances.

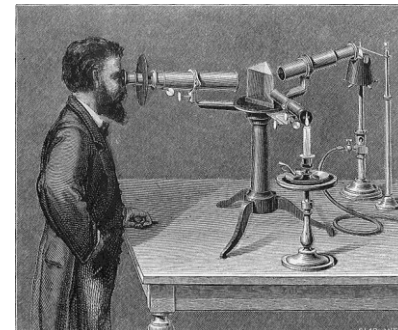


rozlišení tří druhů spekter:

a) **spojité** - tekutiny, husté plyny

b) **emisní** čárová spektra - poskytují horké plyny

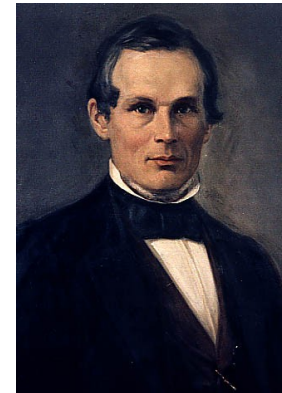
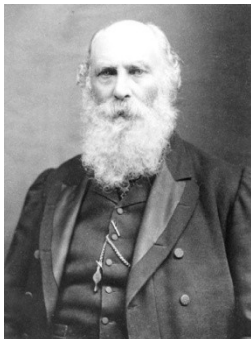
c) **absorpční** čárová spektra - ve spojitém spektru jsou tmavé čáry - Fraunhoferovy čáry ve spektru Slunce



# Úvod k čárovému spektru Slunce - vodík

již od počátku studia spekter bylo zřejmé, že v rozdělení spektrálních čar existují zákonitosti, jednu z prvních objevil irský fyzik **George Johstone Stoney 1826 - 1911** □, r. 1891 zavedl termín *elektron*, k popisu jednotky elektrického náboje, v oblasti spekter r. 1870 zpozoroval, že frekvence Fraunhoferových čar **C, F, h** ve slunečním spektru odpovídají čarám **α, β, δ** spektra vodíku, mají mezi sebou poměr **20 : 27 : 32**.

Další výzkum - fyzici, např. **J. W. Swan, D. Brewster, A. Angström Joseph Wilson Swan 1828 - 1914** upozornil, že žlutá jasná čar ve spektru sodíkového plamene souvisí s Fraunhoferovou čarou **D** v slunečním spektru. **Anders Angström 1814 - 1874** v optickém spektru vodíku r. 1871 pozoroval ostré spektrální čáry, odpovídající vlnovým délkám 410 nm, 434 nm, 486 nm a 656 nm, zjistil diskrétnost spektra vodíku.



# Johann Jacob Balmer 1825 - 1898

švýcarský matematik v Basileji r. 1885 si všiml, že čáry vodíkového spektra se zhušťují k hraně s vlnovou délkou blízkou 365 nm. Napsal si vlnové délky všech čar a snažil se v nich uhodnout nějakou pravidelnost. Objevil vztah, který souhlasil s experimentálními údaji,

$$\lambda_m = 364.56 \frac{m^2}{m^2 - 4} \text{ [nm]}, \quad \text{kde } m = 3 (\text{H}_\alpha), 4 (\text{H}_\beta), 5 (\text{H}_\gamma), 6 (\text{H}_\delta)$$

Později se zavedlo  $\frac{1}{\lambda_m} = R \left[ \frac{1}{2^2} - \frac{1}{m^2} \right]$ , kde  $m > 2$  je přirozené číslo

a  $R = \frac{4}{364.56 \cdot 10^{-9}} = 1.097213 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$  t.zv. *Rydbergova konstanta*.

zobecněný Balmerův vztah  $\frac{1}{\lambda} = R \left[ \frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right]$ , kde  $n, m > n$  jsou přirozená čísla

Studia v Basileji, Karlsruhe, Berlín, doktorská disertace 1849 o cykloidách, soukromý docent deskriptivní geometrie na univerzitě v Basileji.

# Johann Jacob Balmer

## *článek Poznámky o spektrálních čarách vodíku*

### *V. Notiz über die Spectrallinien des Wasserstoffs; von J. J. Balmer.*

(Aus den Verhandl. d. Naturforsch. Ges. zu Basel, Bd. 7, p. 548, mitgetheilt vom Hrn. Verfasser.)

Ausgehend von den Messungen von H. W. Vogel und Huggins über die ultravioletten Linien des Wasserstoff spectrums habe ich versucht, eine Gleichung aufzusuchen, welche die Wellenlängen der verschiedenen Linien in befriedigender Weise ausdrückt, ich wurde dazu durch die Aufmunterung von Hrn. Prof. E. Hagenbach ermuthigt. Die sehr genauen Messungen Angström's der vier Wasserstofflinien ermöglichten es, für deren Wellenlängen einen gemeinschaftlichen Factor aufzusuchen, der zu den Wellenlängen in möglichst einfachen Zahlenverhältnissen stand. So gelangte ich denn allmählich zu einer Formel, welche wenigstens für diese vier Linien als Ausdruck eines Gesetzes gelten kann, durch welches deren Wellenlängen mit einer überraschenden Genauigkeit dargestellt werden. Der gemeinschaftliche Factor für diese Formel ist, wie er sich aus den Angström'schen Bestimmungen ableitet:

$$\left( h = 3645,6 \frac{\text{mm}}{10^7} \right).$$



# Johann Jacob Balmer

Führt man mit diesen Coëfficienten und der Grundzahl 3645,6 die Berechnung der Wellenlängen aus, so erhält man folgende Zahlen in  $10^{-7}$  mm für dieselben.

Es wird nach der Formel

	Ångström hat	Differenz
$H\alpha$ (C-Linie) = $\frac{9}{5} h = 6562,08$	6562,10	+0,02
$H\beta$ (F-Linie) = $\frac{4}{3} h = 4860,8$	4860,74	-0,06
$H\gamma$ (vor G) = $\frac{25}{21} h = 4340$	4340,1	+0,1
$H\delta$ (h-Linie) = $\frac{9}{5} h = 4101,3$	4101,2	-0,1

Tabelle der Wellenlänge für die Wasserstofflinien in  $10^{-7}$  mm.

Fraunhofer's Bezeichnung:	Ultra violett									Mittelwerthe der Grundzahl $\lambda$
	$H\alpha = \frac{9}{5} h$ C	$H\beta = \frac{4}{3} h$ F	$H\gamma = \frac{25}{21} h$ vor G	$H\delta = \frac{9}{5} h$ h	$H\epsilon = \frac{16}{15} h$ nahe vor $H_I$	$H_z = \frac{16}{15} h$	$H_{\eta} = \frac{25}{17} h$	$H_{\theta} = \frac{36}{11} h$	$H_{\iota} = \frac{25}{11} h$	
Beobachter:										
Vau d. Willigen <sup>1)</sup>	6565,6	4863,94	4342,80	4103,8	( $H_I = 3971,3$ )	—	—	—	—	$\lambda = 3647,821$
Ångström . . .	6562,10	4860,74	4340,10	4101,2	( $H_I = 3968,1$ )	—	—	—	—	$\lambda = 3645,589$
Mendenhall . . .	6561,62	4860,16	—	—	—	—	—	—	—	$\lambda = 3645,232$
Mascart . . . .	6560,7	4859,8	—	—	( $H_I = 3967,2$ )	—	—	—	—	$\lambda = 3644,842$
Ditscheiner . . .	6559,5	4859,74	4338,60	4100,0	( $H_I = 3966,8$ )	—	—	—	—	$\lambda = 3644,460$
Huggins . . . .	—	für die ultravioletten H-Linien weisser Sterne				3887,5	3834	3795	3767,5	$\lambda = 3643,846$
Vogel . . . . .	—	—	—	—	3969	3887	3834	3795	6769	$\lambda = 3644,379$
Formel: $H = \frac{m^2}{m^2 - 2^2} h$	$m = 3$	$m = 4$	$m = 5$	$m = 6$	$m = 7$	$m = 8$	$m = 9$	$m = 10$	$m = 11$	
$\lambda = 3645,6$	6562,08	4860,8	4340	4101,3	3969,65	3888,64	3834,98	3797,5	3770,2	
$\lambda = 3645$	6561	4860	4339,283	4100,625	3969	3888	3834,35	3796,875	3769,615	

1) Wenn man diesen, durchschnittlich um  $\frac{1}{1500}$  höher stehenden Werthen nur  $\frac{1}{5}$  soviel Gewicht beilegt, wie den übrigen Beobachtungen, so erhält man als genauem Mittelwerth für  $\lambda$ : 3645.

J. J. Balmer.

# Spektrální série čar atom vodíku

*pro  $m = 1$*  - série Lymanova (ultrafialová část spektra), objevena 1904  
**Theodore Lyman 1874-1954**

*pro  $m = 2$*  - série Balmerova (viditelná část spektra), objevena 1885  
**Johann Jacob Balmer 1825-1898**

*pro  $m = 3$*  - série Paschenova (infračervená část spektra), objevena 1908  
**Friedrich Paschen 1865-1947**

*pro  $m = 4$*  - série Brackettova (infračervená část spektra), objevena 1922  
**Frederick Summer Brackett 1896-1988**

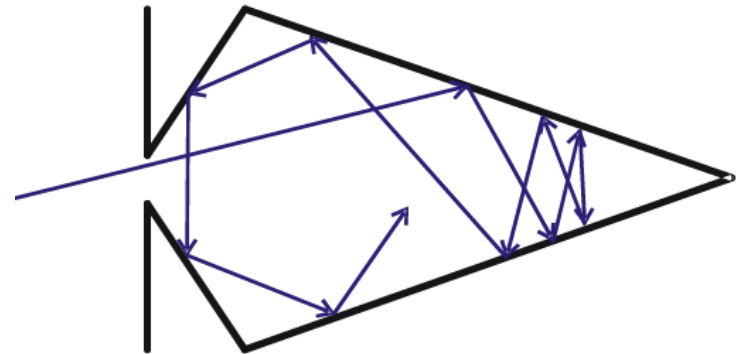
*pro  $m = 5$*  - série Pfundova (infračervená část spektra), objevena 1924  
**August Herman Pfund 1879-1949**

# Zákony záření černých těles

## Josef Stefan 1835 - 1893

**Kirchhoff 1860** zavedl pojem **absolutně černé těleso**, tj. takové, které pohlcuje veškeré záření, první modely - dutiny, záření uvnitř dutiny v termodynamické rovnováze s látkou a ve stejné míře, jak je stěnami vyzařováno, je jimi také pohlcováno. Spektrum záření černého tělesa závisí pouze na teplotě  $T$  jako parametru, měření velmi složitá, především pro určitý spektrální obor, snadnější je změřit energii černého tělesa v celém spektrálním oboru, výzkumy konal od r. 1879 ve Fyzikálním ústavu vídeňské univerzity slovinský Josef Stefan, používal jak vlastní měření, tak i výsledky druhých.

$$\sigma T^4$$



# Josef Stefan 1879

SITZUNGSBERICHTE  
DER  
MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHEN CLASSE  
DER KAISERLICHEN  
AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

---

LXXIX. BAND. II. ABTHEILUNG.  
JAHRGANG 1879. - HEFT I BIS V.

(Mit 7 Tafeln und 59 Holzschnitten)

---

WIEN.

AUS DER K. K. HOF- UND STAATSDRUCKEREI.

---

IN COMMISSION BEI CARL GEROLD'S SOHN,  
BUCHHÄNDLER DER KAISERLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

1879.

## 1 Über die Beziehung zwischen der Wärmestrahlung und der Temperatur.

Von dem w. M. J. [Stefan, 1879].



# Ludwig Boltzmann 1844 - 1906

r. 1884 dokázal, že Stefanův vztah vyplývá z termodynamických zákonů

*L. Boltzmann.*

291

*XV. Ableitung des Stefan'schen Gesetzes<sup>1)</sup>,  
betreffend die Abhängigkeit der Wärmestrahlung  
von der Temperatur aus der electromagnetischen  
Lichttheorie;  
von Ludwig Boltzmann in Graz.*

Maxwell hat aus seiner electromagnetischen Lichttheorie das Resultat abgeleitet, dass ein Strahl von Licht oder strahlender Wärme auf die Flächeneinheit bei senkrechter Incidenz einen Druck ausüben muss, welcher gleich ist der in der Volumeneinheit Aether infolge der Lichtbewegung enthaltenen Energie. Sei ein absolut leerer Raum rings von für Wärmestrahlung undurchlässigen Wänden von der absoluten Temperatur  $t$  umgeben; bezeichnen wir die in der Volumeneinheit Aether infolge der Wärmestrahlung enthaltene Energie mit  $\psi(t)$ , so müssen wir bedenken, dass nicht alle Wärmestrahlen senkrecht auf die gedrückte Wand auffallen. Am einfachsten ist es, da analog einer Betrachtungsweise, welche Krönig<sup>2)</sup> auf die Gastheorie anwandte, den Raum als Würfel zu denken, dessen Seiten parallel drei rechtwinkligen Coordinatenaxen sind. Ein dem Mittelzustand am besten entsprechendes Resultat erhält man, wenn man annimmt, dass je ein Drittel der Wärmestrahlung parallel

# Výzkumy záření černých těles

Spojujeme se jmény

***Otto Richard Lummer 1860-1925***

***Ferdinand Kurlbaum 1857-1927***

*r. 1897 potvrdili platnost Stefanova-Boltzmannova zákona pro rozsah teplot 290 – 1500 C*

***Ernest Pringsheim 1859-1917***

***Heinrich Rubens 1865-1922***

další výzkumy k určení vyzářené energie černého tělesa pro rozdílné teploty a vlnové délky

***Wilhelm Wien 1864-1928 německý fyzik, Nobelova cena r. 1911 za objev zákonů tepelného záření, r. 1893 odvodil posunovací zákon, černé těleso vysílá maximum energie na vlnové délce, která je nepřímo úměrná teplotě, r. 1896 Wienův vyzařovací zákon byl použitelný pro malé vlnové délky a nízké teploty, experimentálním měřením za jiných podmínek nevyhovoval***

# Wilhelm Wien 1864 - 1928



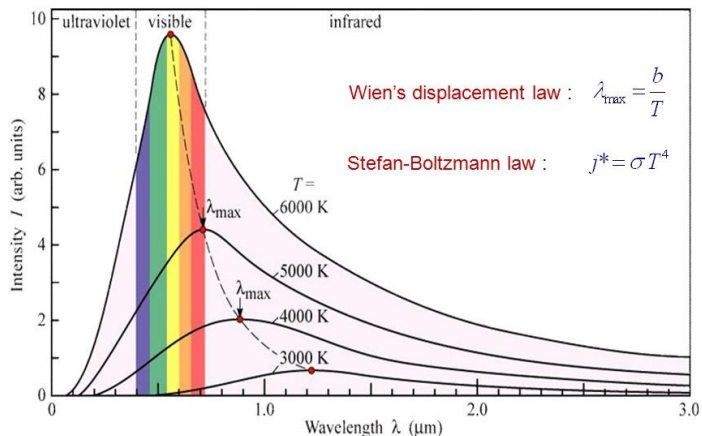
r. 1893

Eine neue Beziehung der Strahlung schwarzer Körper zum zweiten Hauptsatz der Wärmetheorie\*)

von

WILLY WIEN

## Blackbody Radiation



BOLTZMANN<sup>1)</sup> hat auf der Grundlage eines von BARTOLI ersonnenen Prozesses nachgewiesen, daß aus dem zweiten Hauptsatz der Wärmetheorie das Vorhandensein eines Druckes gefolgert werden kann, welcher von der Strahlung auf eine bestrahlte Oberfläche ausgeübt wird. Ein solcher Druck ist andererseits eine Folge der elektromagnetischen Theorie des Lichtes, und BOLTZMANN konnte aus dieser Beziehung das STEFANSche Strahlungsgesetz für schwarze Körper ableiten.

Diese Schlüsse sind noch einer Vervollständigung fähig, wenn man sich nicht auf die Betrachtung der Gesamtstrahlung beschränkt, sondern die Strahlung nach ihren Wellenlängen zerlegt denkt.

Die gedachten Vorgänge, welche die Grundlage unserer Betrachtung bilden sollen, haben in derselben Weise, wie bei BOLTZMANN und früher bei KIRCHHOFF und CLAUSIUS, der Wirklichkeit so weit zu entsprechen, daß ihre tatsächliche Ausführung mit einem unbegrenzt erscheinenden Grade der Annäherung möglich sein muß.

# Wilhelm Wien 1896

spektrální hustota záření černého tělesa  $u(\nu, T) = \alpha \nu^3 \exp(-\beta \nu / T)$

## *2. Ueber die Energievertheilung im Emissionsspectrum eines schwarzen Körpers; von Willy Wien.*

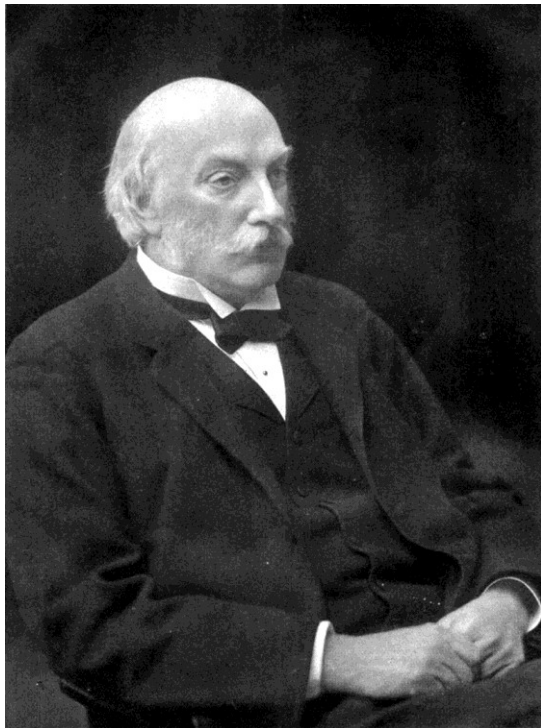
---

Während die Veränderung der Wärmestrahlung eines schwarzen Körpers und ihrer Vertheilung auf die einzelnen Wellenlängen mit der Temperatur sich auf Grund der electromagnetischen Lichttheorie auf rein thermodynamischem Wege ohne Zuhülfenahme besonderer Hypothesen ableiten lässt, ist dies für die Energievertheilung selbst bisher nicht gelungen. Und doch liegt es in der Natur der Sache, dass durch die Eigenschaften der Strahlung selbst auch die Abhängigkeit der Intensität von der Wellenlänge vollkommen bestimmbar sein müsste, weil sie nur von der Temperatur, nicht aber von speciellen Eigenschaften einzelner Körper abhängt.



# John William Rayleigh 1842 - 1919

s kritikou Wienova vyzařovacího zákona vystoupil anglický fyzik *John William Rayleigh 1842-1919*, odvodil 1900 jiný zákon záření, vyšel z rovnoměrného rozdělení energie na všechny stupně volnosti, *článek Poznámky o zákonu celkového záření r.1900*



260.

## REMARKS UPON THE LAW OF COMPLETE RADIATION.

[*Philosophical Magazine*, XLIX. pp. 539, 540, 1900.]

By complete radiation I mean the radiation from an ideally black body, which according to Stewart\* and Kirchhoff is a definite function of the absolute temperature  $\theta$  and the wave-length  $\lambda$ . Arguments of (in my opinion†) considerable weight have been brought forward by Boltzmann and W. Wien leading to the conclusion that the function is of the form

$$\theta^5 \phi(\theta\lambda) d\lambda, \dots\dots\dots(1)$$

expressive of the energy in that part of the spectrum which lies between  $\lambda$  and  $\lambda + d\lambda$ . A further specialization by determining the form of the function  $\phi$  was attempted later‡. Wien concludes that the actual law is

$$c_1 \lambda^{-5} e^{-c_2/\lambda\theta} d\lambda, \dots\dots\dots(2)$$

in which  $c_1$  and  $c_2$  are constants, but viewed from the theoretical side the result appears to me to be little more than a conjecture. It is, however, supported upon general thermodynamic grounds by Planck§.

# John William Rayleigh

## *článek Poznámky o zákonu celkového záření r.1900*

may be the proper form when  $\lambda\theta$  is great\*. If we introduce the exponential factor, the complete expression will be

$$c_1\theta\lambda^{-4}e^{-c_2/\lambda\theta}d\lambda. \dots\dots\dots(6)$$

If, as is probably to be preferred, we make  $k$  the independent variable, (6) becomes

$$c_1\theta k^2e^{-c_2k/\theta}dk. \dots\dots\dots(7)$$

Ani tento vztah však nezachycoval všechny výsledky experimentů, souhlasil pro větší vlnové délky, přibližně odpovídající infračervenému konci spektra (kde nevyhovoval Wienův vyzařovací zákon), s poklesem vlnové délky rostl nesoulad s experimenty, až vedl k výsledkům, že celková energie vyzařovaná černým tělesem je nekonečně velká - tzv. ultrafialová katastrofa, r. 1905 ho podpořil ***James Jeans 1877-1946***

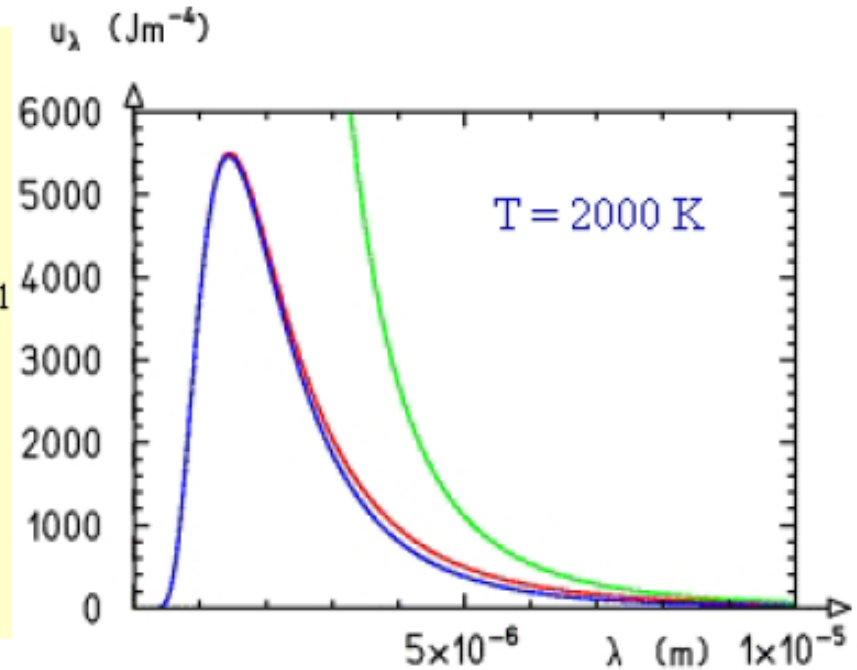
$$I(\lambda)d\lambda = \frac{8\pi kT}{\lambda^4}d\lambda$$

# Zákony záření černého tělesa - srovnání

**Wien**  $u_\lambda = 8\pi hc \lambda^{-5} \exp\left\{-\frac{hc}{k\lambda T}\right\}$

**Planck**  $u_\lambda = 8\pi hc \lambda^{-5} \left[\exp\left\{\frac{hc}{k\lambda T} - 1\right\}\right]^{-1}$

**Reyleigh-Jeans**  $u_\lambda = \frac{8\pi}{\lambda^4} kT$



Obr. 4: Srovnání Wienova, Planckova a Rayleigh-Jeansova vyzařovacího zákona. Na grafu vpravo je jasně vidět, že v oblasti malých vlnových délek je Wienův zákon velmi dobrou aproximací Planckovy formule.

# Max Planck 1858 - 1947

*životopis,*

německý fyzik, optik, filozof, kvantová hypotéza, zastánce teorie relativity, **Nobelova cena r. 1918 za objev kvant energie**

*„Co mne přivedlo k mé vědě, a co mne na ní od mladosti fascinovalo, je ne tak úplně samozřejmá skutečnost, že zákony našeho myšlení souhlasí se zákonitostmi, které přijímáme z vnější světa, tak, jak se postupně vyvíjejí naše dojmy a že tedy člověk může tyto zákonitosti vysvětlit čistě myšlením. Přitom je podstatné, že vnější svět, vůči kterému jsme vystaveni, je čímsi od nás nezávislým, absolutním. Hledat tyto **zákony, které platí pro toto absolutno**, se mi jevilo jako nejkrásnější vědecké životní poslání.“*

**knihy:**

*Zákon zachování energie r. 1886*

*O principu růstu entropie r. 1887*

*Osm lekcí z teoretické fyziky r. 1909*

# Max Planck

Nobelovská přednáška: „*Bud' bylo kvantum akce jen fiktivní veličinou a přitom celé odvození vyzařovacího zákona bylo v podstatě jen iluzí představující prázdnou hru se vzorci bez významu, anebo se odvozené vyzařovacího zákona opíralo o zdravou fyzikální koncepci. V tom případě muselo kvantum akce hrát fundamentální úlohu ve fyzice a to bylo něco úplně nového, nikdy předtím neslýchaného, co se zdálo vyžadovat od nás základní revizi celého našeho fyzikálního myšlení, které je od doby, kdy Leibniz a Newton zavedli infinitezimální počet, založeno na přijetí spojitosti všech kauzálních vztahů. Experiment rozhodl, že správná byla druhá možnost.*

*zavedl Planckovu konst., aplikována na vlastnosti mikrostruktury hmoty*

*celkovou střední energii Planck hledal sčítáním nekonečné řady, nikoliv integrováním*

# Max Planck 1900 - 1901

## přednáška

### *O zákonu rozdělení hustoty energie v normálním spektru r. 1900*

## článek

### *O zákonu rozdělení energie v normálním spektru r. 1901*

## *Annalen der Physik*

$$\Rightarrow I(\nu, T) = \frac{2 h \nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1} \quad \text{(Planck function; } \text{W m}^{-2} \text{ Hz}^{-1} \text{ sr}^{-1}\text{)}$$

The energy density  $u$  ( $\text{W m}^{-3} \text{ Hz}^{-1}$ ) is obtained simply by multiplying (2) by  $4\pi/c$ ,

$$\Rightarrow u(\nu, T) = \frac{8\pi h \nu^3}{c^3} \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1} \quad \text{(Energy density; } \text{W m}^{-3} \text{ Hz}^{-1}\text{)}$$

ho tvaru emisní křivky potřebuje nový impuls. Planck nejdřív zkusil interpolaci. Pro případ krátkých vlnových délek si byl jist, že platí Wienův zákon, a tudíž bude pro změnu entropie  $S$  v závislosti na vnitřní energii  $U$  platit vztah

$$\frac{d^2 S}{dU^2} = -\frac{1}{a\nu U},$$

kde  $\nu$  je frekvence. Pro případ malých frekvencí neboli dlouhých vlnových délek se musí pracovat s výrazem ve tvaru

$$\frac{d^2 S}{dU^2} = -\frac{c}{U^2},$$

vzhledem k tomu, že střední energie je přímo úměrná teplotě. Výsledný vztah, který Planck použil, měl tvar

$$\frac{d^2 S}{dU^2} = -\frac{1}{a\nu U + U^2/c}.$$

Jeho integrací a za použití definice teploty  $dS/dU = 1/T$  dospěl k výslednému vztahu

$$u_\nu = \frac{8\pi\nu^3}{c^3} \frac{ac}{\exp\left(\frac{a\nu}{T}\right) - 1}.$$



# Max Planck

## článek O opravě spektrální Wienovy rovnice r. 1900

### *Ueber eine Verbesserung der Wien'schen Spectralgleichung; von M. Planck.*

(Vorgetragen in der Sitzung vom 19. October 1900.)

(Vgl. oben S. 181.)

Die von Hrn. KURLBAUM in der <sup>heutigen</sup> Sitzung mitgeteilten interessanten Resultate der von ihm in Gemeinschaft mit Hrn. RUBENS auf dem Gebiete der längsten Spectralwellen ausgeführten Energiemessungen haben die zuerst von den Herren LUMMER und PRINGSHEIM auf Grund ihrer Beobachtungen aufgestellte Behauptung nachdrücklich bestätigt, dass das WIEN'sche Energieverteilungsgesetz nicht die allgemeine Bedeutung besitzt, welche ihm bisher von mancher Seite zugeschrieben worden war, sondern dass dies Gesetz vielmehr höchstens den Charakter eines Grenzgesetzes hat, dessen überaus einfache Form nur einer Beschränkung auf kurze Wellenlängen bez. tiefe Temperaturen ihren Ursprung verdankt.<sup>1)</sup> Da ich selber die Ansicht von der Notwendigkeit des WIEN'schen Gesetzes auch an dieser Stelle vertreten habe, so sei es mir gestattet, hier kurz darzulegen, wie sich die von mir entwickelte elektromagnetische Theorie der Strahlung zu den Beobachtungsthat-sachen stellt.



# Max Planck

## *článek Entropie a teplota tepelného záření r. 1900*

### *9. Entropie und Temperatur strahlender Wärme; von Max Planck.*

#### § 1. Einleitung und Inhaltsübersicht.

In einer kürzlich veröffentlichten Arbeit<sup>1)</sup> über irreversible Strahlungsvorgänge habe ich einen Ausdruck für die Entropie der strahlenden Wärme aufgestellt, welcher allen Anforderungen, die einerseits von der Thermodynamik, andererseits von der elektromagnetischen Lichttheorie an die Eigenschaften dieser Grösse gestellt werden, Genüge leistet. Auf den Zustand der stationären Wärmestrahlung im freien Vacuum angewendet liefert dieser Ausdruck gerade diejenigen Beziehungen zwischen den auf die einzelnen Wärmefarben entfallenden Strahlungsintensitäten, welche durch das Wien'sche sogenannte Energieverteilungsgesetz angegeben werden. Weiter von mir unternommene Versuche, den Ausdruck der Strahlungsentropie so abzuändern bez. zu verallgemeinern, dass er immer noch allen theoretisch wohlbegründeten thermodynamischen und elektromagnetischen Sätzen Genüge leistet, führten mich durch ihren negativen Erfolg zu der Ansicht, dass der aufgestellte Ausdruck, und daher auch das Wien'sche Energieverteilungsgesetz, eine notwendige Folge der Anwendung des Principes der Vermehrung der Entropie auf die elektromagnetische Strahlungstheorie ist.

# Max Planck

článek O opravě spektrální Wienovy rovnice 1900

19. října 1900 - Německá fyzikální společnost

Max Planck (1858-1947)

O opravě spektrální Wienovy rovnice

vychází z termodynamiky, z entropie a její závislosti na vnitřní energii  $U$ ,  $V$  je frekvence

$$\frac{d^2 S}{dU^2} = -\frac{1}{aVU}$$

pro malou frekvence  $\frac{d^2 S}{dU^2} = -\frac{c}{U^2}$

výsledný vztah  $\frac{d^2 S}{dU^2} = -\frac{1}{aVU + U^2/c}$

integrací při platnosti  $\frac{dS}{dU} = \frac{1}{T}$

dosáhl ke vztahu  $u_V = \frac{8\pi V^3}{c^3} \frac{ac}{e^{\frac{aV}{T}} - 1}$

# Max Planck

článek *O zákonu rozdělení energie v normálním spektru r. 1901*

9. *Ueber das Gesetz  
der Energieverteilung im Normalspectrum;  
von Max Planck.*

(In anderer Form mitgeteilt in der Deutschen Physikalischen Gesellschaft, Sitzung vom 19. October und vom 14. December 1900, Verhandlungen 2. p. 202 und p. 237. 1900.)

## Einleitung.

Die neueren Spectralmessungen von O. Lummer und E. Pringsheim<sup>1)</sup> und noch auffälliger diejenigen von H. Rubens und F. Kurlbaum<sup>2)</sup>, welche zugleich ein früher von H. Beckmann<sup>3)</sup> erhaltenes Resultat bestätigten, haben gezeigt, dass das zuerst von W. Wien aus molecularkinetischen Betrachtungen und später von mir aus der Theorie der elektromagnetischen Strahlung abgeleitete Gesetz der Energieverteilung im Normalspectrum keine allgemeine Gültigkeit besitzt.



# Max Planck

## článek *O elementárních kvantech hmoty a elektriny r.1901*

### 10. *Ueber die Elementarquanta der Materie und der Elektrizität; von Max Planck.*

(Aus den Verhandlungen der Deutschen Physikalischen Gesellschaft,  
2. p. 244. 1900, mitgeteilt vom Verfasser.)

In seiner grundlegenden Abhandlung „Ueber die Beziehung zwischen dem zweiten Hauptsatz der mechanischen Wärmetheorie und der Wahrscheinlichkeitsrechnung bez. den Sätzen über das Wärmegleichgewicht“ hat Hr. L. Boltzmann<sup>1)</sup> die Entropie eines im Gleichgewicht befindlichen einatomigen Gases dargestellt durch den Logarithmus der Wahrscheinlichkeit des Zustandes, indem er die Beziehung<sup>2)</sup> nachwies:

$$\int \frac{dQ}{T} = \frac{2}{3} \Omega = \frac{2}{3} \log \mathfrak{P}.$$

Hier bedeutet  $dQ$  die von aussen zugeführte Wärme in mechanischem Maasse,  $T$  die mittlere lebendige Kraft eines Atoms, und  $\Omega = \log \mathfrak{P}$  den natürlichen Logarithmus der durch die Anzahl  $\mathfrak{P}$  der möglichen „Complexionen“ gemessenen Wahrscheinlichkeit der stationären Geschwindigkeitsverteilung unter den Atomen.

# Niels Bohr 1885 - 1962

dánský fyzik, filozof, *Nobelova cena r.1922 za výzkum struktury atomů a jejich záření*, do roku 1913 neexistovala teoretická interpretace sérií čar ve spektru atomu vodíku, klasická elektrodynamika vycházela z představy, že zdrojem jsou oscilátory - kmitající elektrické náboje, které postupně ztrácejí energii a přecházejí do stavu klidu, **nedokázala tak pozorované zákonitosti vyložit**, zavrhl klasické představy a vytvořil novou koncepci stavby atomu, která vysvětlovala spektrální zákonitosti čar atomu vodíku, vznikl tzv. **planetární model stavby atomu**, vycházející z předpokladu existence tzv. kvantových drah, základem byly tři Bohrovy postuláty, v původní podobě dva a další úpravy

1. Elektrony se pohybují po kružnicových trajektoriích (hladinách), na nichž nevyzařují žádné elektromagnetické záření.
2. Při přechodu z jedné hladiny na druhou elektron vyzáří (pohltní) právě 1 foton.
3. Jsou dovoleny ty trajektorie, jejichž moment hybnosti  $L$  je  $n\hbar$ , kde  $n = 1, 2, 3, \dots$ ; a  $\hbar$  je redukováná Planckova konstanta.



# Niels Bohr

Bohrova teorie je nesourodou **kombinací klasické fyziky a kvantových představ**, existence základního stavu atomu (na něj se omezovaly původní Bohrovy představy) do roku 1913 neexistovala teoretická interpretace sérií čar ve spektru

Při výkladu toho, co vlastně nějaká teorie představuje, je nutné zachovat konzistentní přístup – tj. není vhodné zavádět představy, které platí jen někdy a jindy (bez varování) používat jiné náhledy. Například stará Bohrova teorie atomu vodíku byla z velké části kritizována ne kvůli nesouhlasu s experimenty, ale proto, že obsahovala nesourodou kombinaci klasické fyziky a kvantových představ – byla nedůsledná v uplatňování jednotného náhledu. Podobně, uvažujeme-li např. o elektronu jako o kuličce, která není řízena Newtonovou rovnicí pohybu, ale Schrödingerovou, dopouštíme se nekonzistence – Schrödingerovu rovnici můžeme použít, jen když elektron popisujeme vlnovou funkcí.<sup>9</sup> O elektronu totiž před měřením nemůžeme říci (ani si myslet!) nic jiného, než co vyplývá z této funkce, která podle standardní interpretace obsahuje *veškerou* informaci o systému (viz dále). Představa neklasicky se pohybující kuličky je tedy v rozporu s touto interpretací fungování mikrosvěta. Přestože, samozřejmě, nemůžeme vyloučit, že nakonec objevíme teorii, která bude představovat elektron jako kuličku a

# Niels Bohr 1913 - série tří článků

*On the Constitution of Atoms and Molecules*

N. Bohr,

*Dr. phil. Copenhagen*

(Received July 1913)

*referát v září 1913 v Birminghamu na zasedání Britské asociace  
rozvoje věd přijat velmi chladně, teprve po následných publikacích se  
situace změnila, Bohra podpořil James Jeans 1877-1946*

In order to explain the results of experiments on scattering of  $\alpha$  rays by matter Prof. Rutherford<sup>1</sup> has given a theory of the structure of atoms. According to this theory, the atom consist of a positively charged nucleus surrounded by a system of electrons kept together by attractive forces from the nucleus; the total negative charge of the electrons is equal to the positive charge of the nucleus. Further, the nucleus is assumed to be the seat of the essential part of the mass of the atom, and to have linear dimensions exceedingly small compared with the linear dimensions of the whole atom. The number of electrons in an atom is deduced to be approximately equal to half the atomic weight. Great interest is to be attributed to this atom-model; for, as Rutherford has shown, the assumption of the existence of nuclei, as those in question, seems to be necessary in order to account for the results of the experiments on large angle scattering of the  $\alpha$  rays.<sup>2</sup>

# Niels Bohr

$$d\frac{1}{2}mv^2 = d\frac{e^2}{h} - \frac{v^2}{c^2} \frac{e^2}{3c^3} dt, \quad 1^{st} \text{ approximation}$$

$$mv^2 = \frac{e^2}{h} = \frac{e^2}{h} \left(1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2}\right),$$

$$d\frac{1}{2}mv^2 = d\frac{e^2}{h} + \frac{e^2 v^2}{2hc^2} dt$$

$$\frac{1}{2} d\frac{e^2}{h} - e^2 \frac{d\frac{1}{h}}{h\frac{d^2}{dt^2}} = \frac{v^2}{c^2} \frac{e^2}{3c^3} dt, \quad \frac{d\omega}{dt} = \omega$$

~~$$\frac{d\frac{1}{h}}{dt} = -\frac{v^2}{c^2} \frac{1}{h}$$~~

$$-\frac{dh}{dt} = \frac{v^2}{c^2} \frac{4}{3} \frac{1}{h}$$

$$\frac{dh}{dt} = \frac{4}{3} \frac{v^2}{c^2} \frac{1}{h}$$

$$\frac{dh}{dt} = \frac{v^2}{c^2} \frac{4}{3}$$

$$\frac{dh}{dt} =$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \omega$$



$$d\frac{e^2}{h} = -\frac{1}{2m\omega} \frac{e^2}{h} \frac{dh}{dt} = -\frac{2}{3} \frac{v^2}{c^2} \frac{e^2}{h}$$

$$m\omega^2 = \frac{e^2}{mh^2}$$

$$-\frac{dh}{dt} = \frac{v^2}{c^2} \frac{4}{3} \frac{1}{h}$$

$$\frac{dm}{dt} = -\frac{2}{3} \frac{e^2}{mh^2} \frac{4}{3} \frac{v^2}{c^2} = -\frac{2}{3} \frac{v^2}{c^2} \frac{e^2}{m}$$

the quantum theory tends not only to the mechanics but also to the quantum theory

but the mechanics tend to the quantum theory  
(mechanics look for "transitions" and for "stationary states")

$$\frac{d\omega}{dt} = 2\frac{\omega^2}{c^2} \frac{v^2}{m}$$

$$d\omega = \frac{2}{3} \frac{v^2}{c^2} \frac{e^2}{m} dt = 2\frac{v^2}{3c^2} \frac{e^2}{m} dt$$

$$N = \omega t = \frac{m\omega}{h}$$



TA hu

Bohrový výpočty z r. 1913 o spirálovém pádu elektronu v Rutherfordově modelu atomu ho vedly k novému pohledu

Bohr: „kvantová teorie nesměruje pouze k mechanice, ale mechanika směruje ke kvantové teorii

(mechanika jak pro přechody, tak také pro stacionární stavy“



# Niels Bohr



Hydrogen

[H]



$$\text{Central force} = \frac{e^2}{r^2} = 1$$

He



$$\frac{e^2}{4a^2} = 2 \cdot \frac{e^2 \cdot a}{(a^2 + r^2)^2} \quad r = a\sqrt{3}$$

$$\text{Central force} = 2 \cdot \frac{e^2/a}{(a^2 + r^2)^2} = \frac{e^2}{a^2} \cdot \frac{e^2}{r^2} \left( \frac{3\sqrt{3}}{4} - \frac{1}{4} \right) = \frac{e^2}{r^2} \cdot 1.049$$

Helium

He



$$\text{Central force} = \frac{2e^2}{r^2} = \frac{e^2}{r^2} = \frac{e^2}{r^2} \cdot 1.75$$

[He<sub>2</sub>]



$$\frac{4e^2}{4a^2} = 4 \cdot \frac{2e^2 a}{(a^2 + r^2)^2} \quad r = a\sqrt{3}$$

$$\text{Central force} = 2 \cdot \frac{2e^2/a}{(a^2 + r^2)^2} = \frac{e^2 \cdot A_0}{4r^2} = \frac{e^2}{r^2} \left( \frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{3828}{4} \right) = \frac{e^2}{r^2} \cdot 1.641$$

If we put the force equal to  $\frac{e^2 X}{r^2}$  we get

[H]	He	He	[He <sub>2</sub> ]
1	1.049	1.75	1.641

The problem of the stability of He<sub>2</sub> and the instability of [He<sub>2</sub>] seems to be treatable without introducing new special assumptions in the following way.

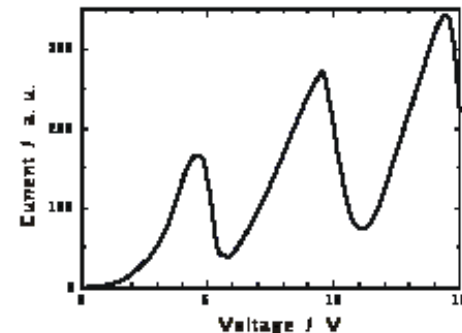
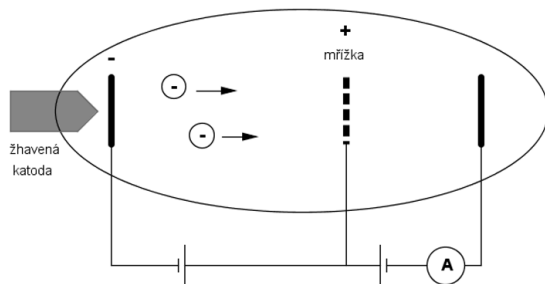
**Bohrovy náčrty modelů vodíku a helia, Bohr: „problém stability kvantová H<sub>2</sub> a nestability He<sub>2</sub>“**

*se zdá být řešitelný bez zavedení nových speciálních předpokladů následujícím způsobem “*

# James Franck 1882 - 1964

# Gustav Ludwig Hertz 1887 - 1975

němečtí fyzikové, *Nobelova cena r.1925 za fyziku za objev zákonů, kterými se řídí dopad elektronů na atom*, 1913-14 experimenty na **prokázání existence energetických hladin v elektronových obalech atomů**, ostřelování atomů rtuti v plynném stavu urychlenými elektrony, jejich zdrojem byla zahřátá katoda v katodové trubici, elektrony urychlovány elektrickým polem, narážely na atomy rtuti, které měly mnohonásobně větší hmotnost, pružnou srážkou neztratily žádnou energii, až dosáhly mezní hodnoty energie, kdy nastaly srážky nepružné, předaly svoji energii atomu, který přešel do stavu s vyšší energetickou hladinou, elektron již neměl energii k přechodu k anodě, nastal pokles proudu, odpovídající násobkům napětí 4,9 V, rozdíl hladin energií 4,9 eV





# James Franck, Gustav Ludwig Hertz 1914

*dva různé články r. 1914*

## 6 On the Excitation of the 2536 Å Mercury Resonance Line by Electron Collisions†

J. FRANCK AND G. HERTZ

IT WAS SHOWN in our experiments on collisions between electrons and molecules of an inert gas or of a metal vapour that the electrons are reflected in such collisions without loss of energy, as long as their kinetic energy does not exceed a certain critical magnitude, but that as soon as their energy becomes equal to the critical value, they lose all of it on collision. The critical velocity is a quantity, characteristic for each gas and is in the cases studied so far equal to the ionisation energy.<sup>1</sup> This result is completely in agreement with quantum theory since according to that theory the vibrations of the electrons in an atom can receive energy only in certain quanta and not in arbitrary amounts. The question whether, indeed, as follows also from quantum theory, the smallest amount of energy which can be transmitted is equal to the product of Planck's constant  $h$  and the frequency  $\nu$  of the electron receiving the energy‡ could only be decided with a certain amount of certainty for the case of mercury vapour. In the case of this vapour one has not only measured with relatively high accuracy the critical kinetic energy, but one also knows very probably the frequency of the vibrating electron as Wood's experiments<sup>2</sup> on the mercury resonance radiation have proved that there is in every mercury atom an electron which can vibrate with a frequency

† *Verh. Dtsch. Phys. Ges. Berlin* 16, 512 (1914).

‡ The hypothesis that the ionisation energy is equal to the product  $h\nu$  has first been made by J. Stark.

## Über Zusammenstöße zwischen Elektronen und den Molekülen des Quecksilberdampfes und die Ionisierungsspannung desselben\*)

Von J. Franck und G. Hertz

In einer früheren Arbeit<sup>1)</sup> haben wir zeigen können, daß die Ionisierungsspannung, also die Spannung, die ein Elektron frei durchlaufen haben muß, um durch Stoß ein Gasmolekül zu ionisieren, eine für jedes Gas charakteristische Größe ist, und haben diese Größe für Helium, Neon, Argon, Wasserstoff, Sauerstoff und Stickstoff gemessen. Die damals verwandte Methode war den von *Lenard*<sup>2)</sup> und von *v. Baeyer*<sup>3)</sup> benutzten ähnlich und bestand in der direkten Bestimmung des Beginns der Ionisation durch die stoßenden Elektronen. Sie erforderte erhebliche Vorsichtsmaßregeln, wenn die Ergebnisse nicht durch elektrische Doppelschichten und durch die Anfangsgeschwindigkeit der vom verwandten Glühdraht ausgehenden Elektronen gefälscht werden sollten. Ferner war besonders darauf zu achten, daß eine Grenze der Ionisation nicht dadurch vorgetäuscht wurde, daß die beobachtete Ionisation unterhalb einer gewissen Geschwindigkeit der Primärelektronen unter die durch die Empfindlichkeit der Meßinstrumente gegebene Beobachtungsschwelle sinkt. Eine solche Möglichkeit scheint uns bei den neuerdings von *F. Mayer*<sup>4)</sup> publizierten Werten der Ionisierungsspannung nach der Form der publizierten Formen im Gegensatz zu unseren nicht ausgeschlossen und dürfte vielleicht den Unterschied des von uns bzw. *F. Mayer* erhaltenen Wertes für die Ionisierungsspannung des Stickstoffs erklären können. Bei sorgfältiger Vermeidung dieser Fehler erhielten wir die Werte der Ionisierungsspannung auf 1 Volt genau. Spätere Versuche, dies Verfahren auf Metaldämpfe auszudehnen, scheiterten an der Unmöglichkeit, bei der Erwärmung des Apparates Störungen auszuschließen.

# James Franck, Gustav Ludwig Hertz 1926

Transformations of kinetic energy of free electrons  
into excitation energy of atoms by impacts

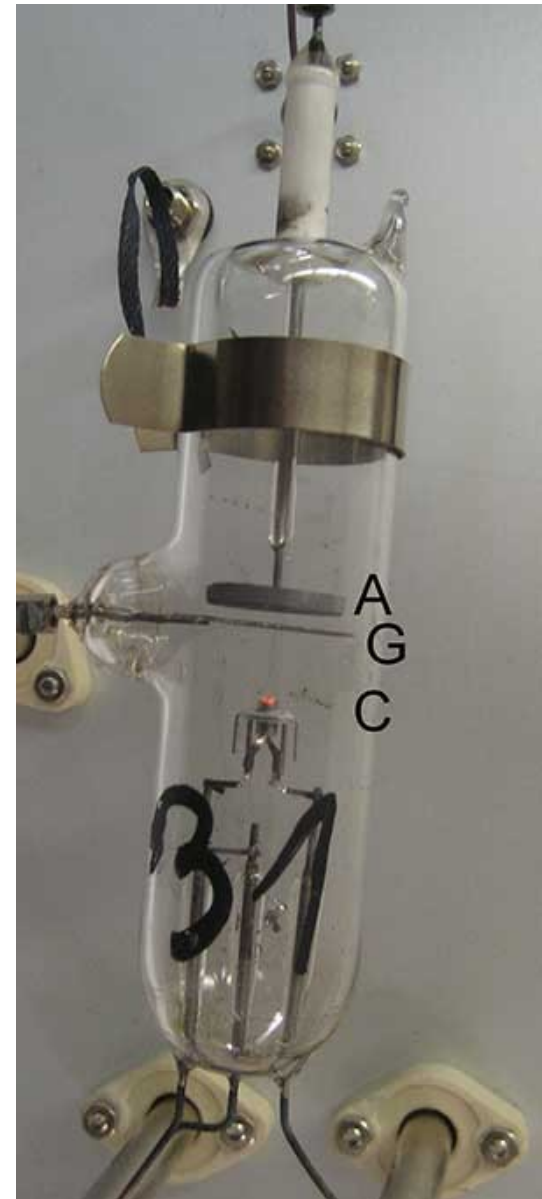
Nobel Lecture, *December 11, 1926*

Ladies and gentlemen!

The exceptional distinction conferred upon our work on electron impacts by the Royal Swedish Academy of Sciences requires that my friend Hertz and I have the honour of reporting to you on current problems within this province :

The division of the material between us left me with the task of presenting, in a historical setting, the development of these projects which have led to an association with Bohr's atomic theory.

Investigations of collision processes between electrons, atoms and molecules have already got well under way. Practically all investigations into the discharge of electricity through gases can be considered under this heading. An enormous amount of knowledge, decisive for the whole development of modern physics, has been gained, but it is just in this gathering that I feel it is unnecessary for me to make any special comment, since the lists of the men whom the Swedish Academy of Sciences have deemed worthy of the Nobel Prize contain a large number of names of research workers who have made their most significant discoveries in these fields.

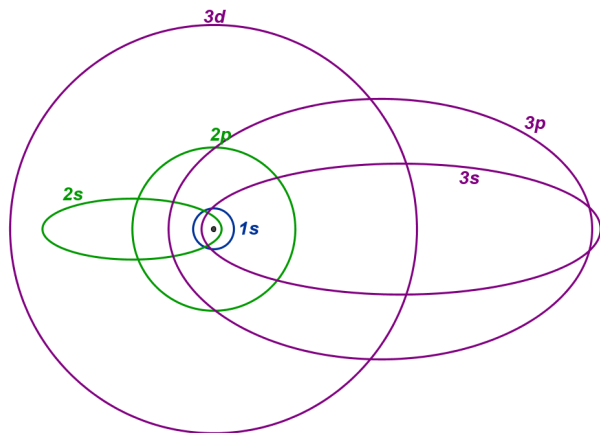


# Arnold Sommerfeld 1868 - 1951

## zdokonalený model atomu, kvantová čísla

německý teoretický fyzik, matematik, objevil např. konstantu jemné struktury, napsal *učebnici Stavba atomů a spektrální čáry r. 1919*

zkoumal jemnou strukturu spektrálních čar atomu vodíku, zavedl do Bohrova atomu eliptické dráhy, další kvantová čísla, vedlejší kvantové číslo  $l$ : 0, 1, 2, 3, ... značení písmeny - *s, p, d, f* podle *sharp, principal, diffuse, fundamental* započítal relativistické efekty, stáčení dráhy, energie číslem elektronu nezávisela jenom na hlavním kvantovém čísle, ale rostla rovněž mírně s azimutálním číslem



# George Eugen Uhlenbeck 1900 - 1988

# Samuel Abraham Goudsmit 1902 - 1979

oba fyzikové nizozemského původu, později působící v USA, r. 1925  
přišli s koncepcí elektronového spinu, později v *článku Spin elektronů a  
stavba spektra 1926*



## Zuschriften und vorläufige Mitteilungen.

Ersetzung der Hypothese vom unmechanischen Zwang durch eine Forderung bezüglich des inneren Verhaltens jedes einzelnen Elektrons.

§ 1. Bekanntlich kann man die Struktur und das magnetische Verhalten der Spektren eingehend beschreiben mit Hilfe des LANDÉschen Vektormodelles  $R$ ,  $K$ ,  $J$  und  $m$ <sup>1)</sup>. Hierin bezeichnet  $R$  das Impulsmoment des Atomrestes — d. h. des Atoms ohne das Leuchtelektron —  $K$  das Impulsmoment des Leuchtelektrons,  $J$  ihre Resultante und  $m$  die Projektion von  $J$  auf die Richtung eines äußeren Magnetfeldes, alle in den ge-

<sup>1)</sup> Siehe E. BACK und A. LANDÉ, ZEBMANEFFEKT und MULTIPLETTSTRUKTUR DER SPEKTRALLINIEN.

bräuchlichen Quanteneinheiten ausgedrückt. Man muß dann in diesem Modell annehmen:

a) daß für den Atomrest das Verhältnis des magnetischen Momentes zum mechanischen doppelt so groß ist, als man klassisch erwarten würde.

b) daß in den Formeln, wo  $R^2$ ,  $K^2$ ,  $J^2$  auftritt, man diese durch  $R^2 - \frac{1}{4}$ ,  $K^2 - \frac{1}{4}$ ,  $J^2 - \frac{1}{4}$  ersetzen muß. [Die HEISENBERGSche Mittelung<sup>1)</sup>].

Dieses Modell hat sich äußerst fruchtbar gezeigt und hat u. a. geführt zur Entwirrung der verwickeltsten Spektren.

§ 2. Man stößt aber auf Schwierigkeiten, sobald man versucht, das LANDÉsche Vektormodell anzuschließen

<sup>1)</sup> W. HEISENBERG, Zeitschr. f. Phys. 26, 291. 1925.

# Louis Victor de Broglie 1892 - 1987

francouzský fyzik, filozof, pracující v laboratoři bratra Maurice de Broglie 1875-1960, r. 1920 přišel s návrhem... „že lze nalézt obecný syntetizující pohled, který v sobě spojoval vlnovou teorii s teorií korpuskulární“, „jestliže se světelné vlny chovají i jako částice, fotony, proč by se elektrony neměly chovat i jako vlny?“

**Nobelova cena r.1929 za fyziku za objev vlnové povahy elektronu**  
předpokládal, že s každou částicí s klidovou hmotností  $m_0$  je spojen vlnový proces s frekvencí  $\nu_0$ , platí  $h \nu_0 = m_0 c^2 \dots p = h / \lambda$   
Zkoumal rovnoměrný pohyb elektronu po uzavřené dráze, dokázal, že kvantové dráhy teorie Bohra-Sommerfelda mohou být interpretovány jako rezonanční jevy fázové vlny po délce uzavřené dráhy.

Stacionární dráhy jsou takové, pro které  $n = 1, 2, 3 \dots$   
myšlenku rovněž použil na odvození zákonů záření černých těles

spis *Světlo a hmota* v českém jazyce



# Louis de Broglie 1924

*článek O výzkumu teorie kvant r.1924*

## RECHERCHES SUR LA THÉORIE DES QUANTA

Par M. LOUIS DE BROGLIE



SOMMAIRE. — L'histoire des théories optiques montre que la pensée scientifique a longtemps hésité entre une conception dynamique et une conception ondulatoire de la lumière; ces deux représentations sont donc sans doute moins en opposition qu'on ne l'avait supposé et le développement de la théorie des quanta semble confirmer cette conclusion.

Guidé par l'idée d'une relation générale entre les notions de fréquence et d'énergie, nous admettons dans le présent travail l'existence d'un phénomène périodique d'une nature encore à préciser qui serait lié à tout morceau isolé d'énergie et qui dépendrait de sa masse propre par l'équation de Plank-Einstein. La théorie de relativité conduit alors à associer au mouvement uniforme de tout point matériel la propagation d'une certaine onde dont *la phase* se déplace dans l'espace plus vite que la lumière (ch. I.)

# Louis de Broglie 1924

La relation du quantum n'aurait sans doute pas beaucoup de sens si l'énergie pouvait être distribuée d'une façon continue dans l'espace, mais nous venons de voir qu'il n'en est sans doute pas ainsi. On peut donc concevoir que par suite d'une grande loi de la Nature, à chaque morceau d'énergie de masse propre  $m_0$  soit lié un phénomène périodique de fréquence  $\nu_0$  telle que l'on ait :

$$h\nu_0 = m_0c^2$$

$\nu_0$  étant mesurée, bien entendu, dans le système lié au morceau d'énergie. Cette hypothèse est la base de notre système : elle vaut, comme toutes les hypothèses, ce que valent les conséquences qu'on en peut déduire.

# Historický úvod do částicové fyziky

*Galileo Galilei 1564 - 1642, r. 1623 Prubíř* - atomární částicové představy o hmotě

*Daniel Bernoulli 1700 - 1782, r. 1738*, vzduch - částice, neobyčejně rychle se pohybující v různých směrech

*John Dalton 1766 - 1844*, existence atomů, nezničitelných a nestvořitelných, kvantitativní teorie chemických reakcí

*Amadeo Avogadro 1776 - 1856, r. 1811* vyslovil hypotézu molekul, „*stejné objemy všech plynů při stejném tlaku a teplotě obsahují stejný počet molekul*“

**Avogadrova konstanta** - počet částic v 1 molu,  $N_A = 6,022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$

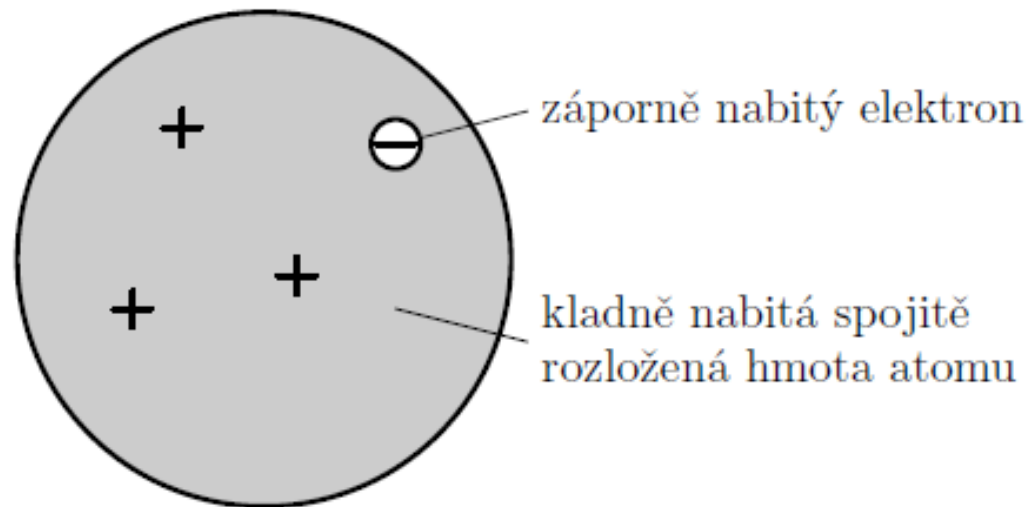
*Johann Loschmidt 1821 - 1895, r. 1865* přesná hodnota konstanty

*Jean Baptiste Perrin 1870 - 1942, r. 1908* „*Poněvadž chaotizace pohybu v kapalině nepokračuje do nekonečna, ale od určité úrovně již neroste, musí se kapalina ve skutečnosti skládat ze zrníček či molekul, které se mohou vůči sobě navzájem libovolně pohybovat, do jejichž vnitřku však již pohyb být přenesen nemůže...*“

# Joseph John Thomson 1856 - 1940

anglický fyzik, objevitele elektronu, **Nobelova cena za fyziku za teoretické a experimentální výzkumy elektrické vodivosti plynů, r. 1906**

**pudingový model atomu r. 1898**, koule kladně elektricky nabitě hmoty, uvnitř rozinky - pohybující se elektrony, navenek model neutrální, v pudingu





# Ernest Rutherford 1871 - 1937

anglický fyzik a chemik, novozélandského původu, objevitel atomového jádra a zakladatel jaderné fyziky, radioaktivní rozpad chemických prvků, zavedl poločas rozpadu, *Nobelova cena – za chemii, r. 1908 za výzkum rozpadu prvků, chemie radioaktivních látek*

rozptyk svazků  $\alpha$ -částic tenkými kovovými foliemi, rozptyl – slibná metoda,  $\alpha$ -částice by se měla nepatrně odchylnit od původního směru  
experimenty: H. Geiger (1882 - 1945)  
E. Marsden (1889 - 1970)

Rutherford  $\rightarrow$  Geiger: mohou být  $\alpha$ -částice rozptýleny do velkých úhlů?



# Hans Geiger 1882 - 1945

## Ernest Marsden 1889 - 1970

### experiment r. 1909

*On a Diffuse Reflection of the  $\alpha$ -Particles.*

By H. GEIGER, Ph.D., John Harling Fellow, and E. MARSDEN, Hatfield Scholar, University of Manchester.

(Communicated by Prof. E. Rutherford, F.R.S. Received May 19,—Read June 17, 1909.)

When  $\beta$ -particles fall on a plate, a strong radiation emerges from the same side of the plate as that on which the  $\beta$ -particles fall. This radiation is regarded by many observers as a secondary radiation, but more recent experiments seem to show that it consists mainly of primary  $\beta$ -particles, which have been scattered inside the material to such an extent that they emerge again at the same side of the plate.\* For  $\alpha$ -particles a similar effect has not previously been observed, and is perhaps not to be expected on account of the relatively small scattering which  $\alpha$ -particles suffer in penetrating matter.†

In the following experiments, however, conclusive evidence was found of the existence of a diffuse reflection of the  $\alpha$ -particles. A small fraction of the  $\alpha$ -particles falling upon a metal plate have their directions changed to such an extent that they emerge again at the side of incidence. To form an idea of the way in which this effect takes place, the following three points were investigated :—

- (I) The relative amount of reflection from different metals.
- (II) The relative amount of reflection from a metal of varying thickness.
- (III) The fraction of the incident  $\alpha$ -particles which are reflected.

# Rutherford - komentář k experimentu 1911

*řekl: „Uložíme mu, aby zjistil, zda mohou být  $\alpha$ -částice rozptýleny také do velkých úhlů.“ Musím upřímně říci, že jsem sám ne-*

*podobné. Dále si pamatuji, že za dva nebo tři dny ke mně přišel nadmíru vzrušený Geiger a řekl: „Podařilo se nám detekovat několik  $\alpha$ -částic rozptýlených zpět...“ To byla nejneuvěřitelnější událost v celém mém životě.*

*střelce. Když jsem věc rozmyslel, uvědomil jsem si, že pozorovaný rozptyl zpět musí být důsledkem jediné srážky. A když jsem provedl výpočty, pochopil jsem, že k tak velkému rozptylu nemůže dojít, nebude-li podstatná část hmoty atomu zkoncentrována ve velmi malé oblasti. Právě tehdy mne napadla před-*

*a zjistil jsem, že počet částic rozptýlených do určitého úhlu by měl být přímo úměrný tloušťce fólie a kvadrátu jaderného náboje a nepřímo úměrný čtvrté mocnině rychlos-*

Rutherfordovo zjištění, že atom sestává z relativně rozlehlého souboru lehkých elektronů nacházejícího se v přitažlivém coulombovském poli velmi malého těžkého kladného jádra (1911) bylo mezníkem,

# Ernest Rutherford 1911

detekce několika  $\alpha$ -částic rozptýlených zpět...  
pozorovaný rozptyl - důsledek jediné srážky  
počet rozptýlených částic  $\sim$  kvadrátu síly,  
kvadrátu jaderného náboje, nepřímo úměrný  
čtvrté mocnině rychlosti

atom: soubor lehkých elektronů, malé těžké  
kladně nabitě jádro

$$\cot^2 \frac{\theta}{2} = \frac{4\pi \epsilon_0}{q Q} \mu b v^2$$

$\mu$ ... hmotnost  $e$ .  
 $b$ ... středový  
parameter



# Ernest Rutherford 1911

LXXIX. *The Scattering of  $\alpha$  and  $\beta$  Particles by Matter and the Structure of the Atom.* By Professor E. RUTHERFORD, F.R.S., University of Manchester\*.

§ 1. **I**T is well known that the  $\alpha$  and  $\beta$  particles suffer deflexions from their rectilinear paths by encounters with atoms of matter. This scattering is far more marked for the  $\beta$  than for the  $\alpha$  particle on account of the much smaller momentum and energy of the former particle. There seems to be no doubt that such swiftly moving particles pass through the atoms in their path, and that the deflexions observed are due to the strong electric field traversed within the atomic system. It has generally been supposed that the scattering of a pencil of  $\alpha$  or  $\beta$  rays in passing through a thin plate of matter is the result of a multitude of small scatterings by the atoms of matter traversed. The observations, however, of Geiger and Marsden † on the scattering of  $\alpha$  rays indicate that some of the  $\alpha$  particles must suffer a deflexion of more than a right angle at a single encounter. They found, for example, that

# Ernest Rutherford 1911

Toto již dává výsledný *Rutherfordův vzorec*:

$$\cotg \frac{\vartheta}{2} = \frac{4\pi\epsilon_0}{qQ} \mu b v_\infty^2 \quad (6.9)$$

Tento vzorec popisuje, jak úhel  $\vartheta$ , o nějž se částice odchýlí od původního směru, závisí na nábojích částice i silového centra, na hmotnosti částice, rychlosti, s jakou nalétá, a na srážkovém parametru  $b$ , který určuje, „jak přesně částice míří do centra“<sup>10</sup>.

Rutherfordův vzorec se často také zapisuje konkrétně pro případ alfa částice (s nábojem  $q = 2e$ , kde  $e$  je elementární náboj) a „terčového jádra“ s nábojem  $Q = Ze$ , kde  $Z$  je atomové číslo jádra zlata:

atom: soubor lehkých elektronů, malé těžké  
kladně nabitě jádro

$$\cotg \frac{\vartheta}{2} = \frac{4\pi\epsilon_0}{qQ} \mu b v^2$$

$\mu$ ... hmotnost  
 $b$ ... srážkový  
parameter



# Erwin Schrödinger 1887 - 1961

**životopis, Nobelova cena r.1933 za fyziku Nové formy atomové teorie**  
rakouský fyzik, filozof, jeden ze zakladatelů kvantové mechaniky,  
vytvořil nerelativistickou vlnovou rovnici pro částici, při použití vztahů  
mezi vlnovou optikou a optikou záření rozšířil **Schrödinger**  
de Broglievou vlnovou rovnici, vztahující se na pohyby bez působení sil,  
i na případy, kdy síly působí, zobecnil **myšlenku spojení částice a**  
**vlnového pole**, vytvořil most mezi makromechanikou a mikromechanikou  
pomocí parciální diferenciální rovnice pro vlnové pole - v sérii tří článků  
v *Annalen der Physik* r. 1926 **Kvantování jako problém vlastní hodnoty**  
zavedl pojem **vlnová funkce  $\psi$** , **Schrödingerova rovnice - vlnová**  
**mechanika**, vycházela z představ vlnění, vzdávala se představy o  
částicích, elektron - jistý druh nábojové vlny okolo atomového jádra, v  
potenciální jámě vytvářené jádrem atomu (protonem), potvrzení Bohrova  
modelu atomu respektive experimentů interference elektronových  
paprsků (Davisson, Germer) - vlnové balíky

# Erwin Schrödinger 1926



## 3. *Quantisierung als Eigenwertproblem;* *von E. Schrödinger.*

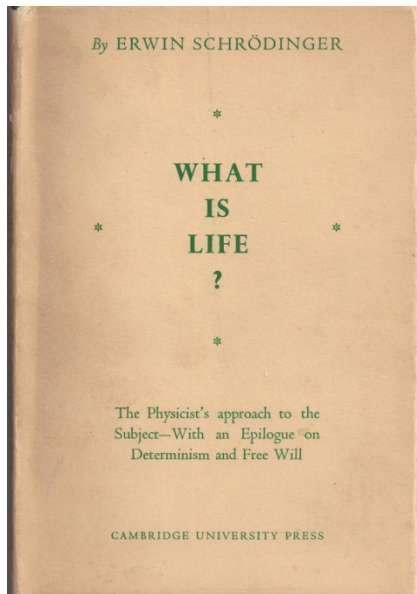
(Erste Mitteilung.)

§ 1. In dieser Mitteilung möchte ich zunächst an dem einfachsten Fall des (nichtrelativistischen und ungestörten) Wasserstoffatoms zeigen, daß die übliche Quantisierungsvorschrift sich durch eine andere Forderung ersetzen läßt, in der kein Wort von „ganzen Zahlen“ mehr vorkommt. Vielmehr ergibt sich die Ganzzahligkeit auf dieselbe natürliche Art, wie etwa die Ganzzahligkeit der *Knotenanzahl* einer schwingenden Saite. Die neue Auffassung ist verallgemeinerungsfähig und rührt, wie ich glaube, sehr tief an das wahre Wesen der Quantenvorschriften.

Die übliche Form der letzteren knüpft an die Hamiltonsche partielle Differentialgleichung an:

$$(1) \quad H\left(q, \frac{\partial S}{\partial q}\right) = E .$$

Es wird von dieser Gleichung eine Lösung gesucht, welche sich darstellt als *Summe* von Funktionen je einer einzigen der unabhängigen Variablen  $q$ .



# Erwin Schrödinger 1926

články v Annalen der Physik r. 1926

79, s. 361, 79 s. 489, 80 s. 437, 81 s. 109

Quantisierung als Eigenwertproblem

$$\left(\frac{\partial \psi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial \psi}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial \psi}{\partial z}\right)^2 - \frac{2m}{\hbar^2} \left(E + \frac{e^2}{r}\right) \psi^2 = 0$$

$e, m$  .. náboj a hmotnosť elektrónu,  $E$  .. celk. energia

$$\Delta \psi + \frac{2m}{\hbar^2} \left(E + \frac{e^2}{r}\right) \psi = 0 \quad \hbar = \frac{h}{2\pi} = \hbar$$

stacionárny štromičný Schrödingerova rovnice,

$$\text{dprez} \rightarrow -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \psi + V \psi = E \psi$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi + V \psi = E \psi$$



# Max Born 1882 - 1970

*životopis*, německý matematik, fyzik, N. cena 1954 *Za přínos ke kvantové mechanice, zejména za statistickou interpretaci vlnové funkce*  
inspirace Heisenbergův článek – *O kvantově - teoretické reinterpretaci kinematických a mechanických vztahů 1925*

r. 1924 zavedl v článku *Kvantová mechanika* termín *kvantová mechanika*, 1925-1927 vypracoval s dalšími základy statistické kvantové mechaniky, zdůvodnil pravděpodobnostní charakter kvantové mechaniky, která se tak vzdala názorných modelů, což Einstein ani Schrödinger nepřijali



V další části své práce potom M. Born podává známou definici, podle které (pro jednu částici)

$$|\psi(x, y, z, t)|^2 dx dy dz$$

je pravděpodobnost výskytu částice v objemovém elemente  $dV = dx dy dz$ . Pomocou



# MAX BORN Max Born

## The statistical interpretation of quantum mechanics

*Nobel Lecture, December 11, 1954*

The work, for which I have had the honour to be awarded the Nobel Prize for 1954, contains no discovery of a fresh natural phenomenon, but rather the basis for a new mode of thought in regard to natural phenomena. This way of thinking has permeated both experimental and theoretical physics to such a degree that it hardly seems possible to say anything more about it that has not been already so often said. However, there are some particular aspects which I should like to discuss on what is, for me, such a festive occasion. The first point is this: the work at the Göttingen school, which I directed at that time (1926-1927), contributed to the solution of an intellectual crisis into which our science had fallen as a result of Planck's discovery of the quantum of action in 1900. Today, physics finds itself in a similar crisis - I do not mean here its entanglement in politics and economics as a result of the mastery of a new and frightful force of Nature, but I am considering more the logical and epistemological problems posed by nuclear physics. Perhaps it is well at such a time to recall what took place earlier in a similar situation, especially as these events are not without a definite dramatic flavour.

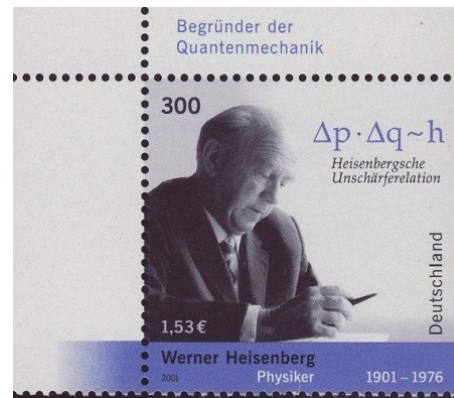


# Werner Heisenberg 1901 - 1975

německý teoretický fyzik, matematik, filozof, vytvořil konečnou formulaci kvantové mechaniky, s efektivním matematickým aparátem - maticovým počtem, společně s Bornem, Jordanem zakladatel maticové kvantové mechaniky, relace neurčitosti, **Nobelova cena - fyzika r. 1932** za vytvoření kvantové mechaniky a objevu allotropních forem vodíku, článek *Heisenberga: O kvantově - teoretické reinterpretaci kinematických a mechanických vztahů r. 1925 ... považován za datum narození kvantové mechaniky ...Pišút*

článek *Born, Heisenberga, Borna, Jordana: Ke kvantové mechanice II. r. 1925*

aktivní vedoucí německého jaderného výzkumu ze II. sv. války!!



# M. Born, W. Heisenberg, P. Jordan 1925

## Zur Quantenmechanik. II.

Von M. Born, W. Heisenberg und P. Jordan in Göttingen.

(Eingegangen am 16. November 1925.)

Die aus Heisenbergs Ansätzen in Teil I dieser Arbeit entwickelte Quantenmechanik wird auf Systeme von beliebig vielen Freiheitsgraden ausgedehnt. Die Störungstheorie wird für nicht entartete und eine große Klasse entarteter Systeme durchgeführt und ihr Zusammenhang mit der Eigenwerttheorie Hermitescher Formen nachgewiesen. Die gewonnenen Resultate werden zur Ableitung der Sätze über Impuls und Drehimpuls und zur Ableitung von Auswahlregeln und Intensitätsformeln benutzt. Schließlich werden die Ansätze der Theorie auf die Statistik der Eigenschwingungen eines Hohlraumes angewendet.

Einleitung. Die vorliegende Arbeit versucht den weiteren Ausbau der Theorie einer allgemeinen quantentheoretischen Mechanik, deren physikalische und mathematische Grundlagen in zwei vorausgegangenen Arbeiten der Verfasser<sup>1)</sup> dargestellt sind. Es erwies sich als möglich, die genannte Theorie auf Systeme von mehreren Freiheitsgraden zu erweitern<sup>2)</sup> (Kap. 2) und durch Einführung der „kanonischen Transformationen“ das Problem der Integration der Bewegungsgleichungen auf bekannte mathematische Fragestellungen zurückzuführen; dabei ergab sich mittels dieser Theorie der kanonischen Transformationen einerseits eine Störungstheorie (Kap. 1, § 4), die eine weitgehende Ähnlichkeit mit der klassischen Störungstheorie aufweist, andererseits ein Zusammenhang der Quantenmechanik mit der mathematisch so hochentwickelten Theorie der quadratischen Formen unendlich vieler Variablen (Kap. 3). — Bevor wir aber auf die Darstellung dieser weiteren Entwicklung der Theorie eingehen, werden wir ihren physikalischen Inhalt genauer zu umgrenzen suchen.

# W. Heisenberg 1925

## Über quantentheoretische Umdeutung kinematischer und mechanischer Beziehungen.

Von W. Heisenberg in Göttingen.

(Eingegangen am 29. Juli 1925.)

In der Arbeit soll versucht werden, Grundlagen zu gewinnen für eine quantentheoretische Mechanik, die ausschließlich auf Beziehungen zwischen prinzipiell beobachtbaren Größen basiert ist.

Bekanntlich läßt sich gegen die formalen Regeln, die allgemein in der Quantentheorie zur Berechnung beobachtbarer Größen (z. B. der Energie im Wasserstoffatom) benutzt werden, der schwerwiegende Einwand erheben, daß jene Rechenregeln als wesentlichen Bestandteil Beziehungen enthalten zwischen Größen, die scheinbar prinzipiell nicht beobachtet werden können (wie z. B. Ort, Umlaufzeit des Elektrons), daß also jenen Regeln offenbar jedes anschauliche physikalische Fundament mangelt, wenn man nicht immer noch an der Hoffnung festhalten will, daß jene bis jetzt unbeobachtbaren Größen später vielleicht experimentell zugänglich gemacht werden könnten. Diese Hoffnung könnte als berechtigt angesehen werden, wenn die genannten Regeln in sich konsequent und auf einen bestimmt umgrenzten Bereich quantentheoretischer Probleme anwendbar wären. Die Erfahrung zeigt aber, daß sich nur das Wasserstoffatom und der Starkeffekt dieses Atoms jenen formalen Regeln der Quantentheorie fügen, daß aber schon beim Problem der „gekreuzten Felder“ (Wasserstoffatom in elektrischem und magnetischem

# Wolfgang Pauli 1900 - 1958

rakouský fyzik, formuloval *vylučovací princip r.1925*: v atomu nemohou existovat dva elektrony ve stejném kvantovém stavu, určeném čtyřmi kvantovými čísly (čtvrté číslo spinové)

Nobelova cena r. 1945 za fyziku *za objev vylučovacího principu* -



336

## Über das Wasserstoffspektrum vom Standpunkt der neuen Quantenmechanik.

Von W. Pauli jr. in Hamburg.

(Eingegangen am 17. Januar 1926.)

Es wird gezeigt, daß sich die Balmerterme eines Atoms mit einem einzigen Elektron aus der neuen Quantenmechanik richtig ergeben und daß die in der bisherigen Theorie aus den Zusatzverboten von singulären Bewegungen entstehenden Schwierigkeiten, die insbesondere im Falle der gekreuzten Felder zutage treten, in der neuen Theorie verschwinden. Auch die Beeinflussung des Wasserstoffspektrums durch äußere elektrische und magnetische Kraftfelder wird vom Standpunkt der neuen Quantenmechanik aus diskutiert. Die Berücksichtigung der Relativitätskorrekturen sowie die Berechnung der Übergangswahrscheinlichkeiten (Intensitäten) bleibt jedoch zunächst noch außer Betracht.

§ 1. Die Grundlagen der neuen Quantenmechanik. Kürzlich ist von Heisenberg<sup>1)</sup> eine Formulierung der Prinzipien der Quantentheorie gegeben worden, [die gegenüber der bisherigen Theorie der mehrfach periodischen Systeme einen großen Fortschritt darstellt. Gemäß dieser Heisenbergschen Fassung der Quantentheorie wird auf eine mechanisch-kinematische Veranschaulichung der Bewegung der Elektronen in den stationären Zuständen des Atoms gänzlich verzichtet, und es werden außer den zeitlichen Mittelwerten der klassisch-kinematischen Größen nur harmonische Partialschwingungen eingeführt, die jedem Übergang zwischen zwei stationären Zuständen zugeordnet werden und in unmittelbarem Zusammenhang mit den spontanen Übergangswahrscheinlichkeiten des Systems stehen. Ist

$$x_m^n = a_m^n e^{2\pi i (v_m^n t + \phi_m^n)}$$

die den Übergang von einem Zustand  $n$  nach einem anderen Zustand  $m$  charakterisierende Partialschwingung der kartesischen Koordinate  $x$  eines bestimmten Elektrons im Atom, so liefert diese den Beitrag

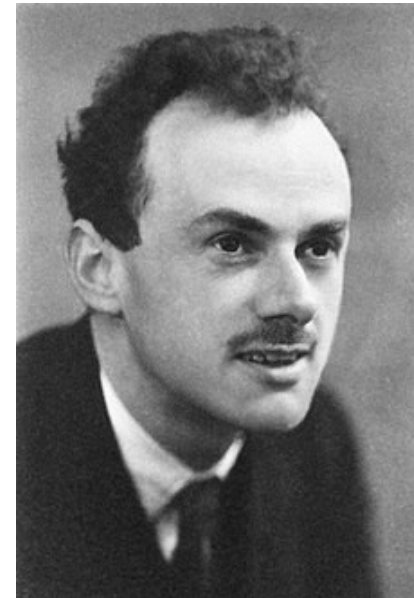
$$\frac{1}{h} \frac{2e^2}{v_m^n} \frac{e^2}{c^3} (2\pi v_m^n)^4 |x_m^n|^2 \cdot 2$$

zum Werte des Koeffizienten der spontanen Emissionswahrscheinlichkeit  $A_n^m$  des zugehörigen Überganges. Während in der früheren Theorie diese Beziehung gemäß dem Korrespondenzprinzip nur als im Grenzfall großer Quantenzahlen asymptotisch gültig anzusehen war, ist sie nunmehr als

<sup>1)</sup> W. Heisenberg, ZS. f. Phys. 33, 879, 1925.

# Paul Adrien Maurice Dirac 1902 - 1984

anglický matematik a teoretický fyzik, *Nobelova cena r. 1933 za objev nových produktivních forem atomové teorie*, spojoval protikladný pohled na teorii relativity a kvantovou mechaniku, v letech 1926-1930 vytvořil obecnější podobu kvantové mechaniky, r. 1928 zobecnil Schrödingerovu rovnici i na relativistický pohyb částic, *spisy Kvantová teorie elektronu r.1928, Principy kvantové mechaniky r. 1930, Diracova rovnice pro elektron*, předpověď antičástic, elektron - pozitron, magnetický monopol, pro částice s polovinovým spinem *fermiony* (např. elektrony) odvodil *Fermiho-Diracovu statistiku*, obdobně pro *bosony* (částice s celočíselným spinem) odvozena *Boseova-Einsteinova statistika*, indický fyzik *Šatendranáth Bose 1892-1974* společně s Einsteinem





# Určení tepelných kapacit pevných látek

první řešení navrhli francouzský lékař, fyzik a chemik **Pierre Louis Dulong 1785-1838** a francouzský fyzik **Alexis Thérèse Petit 1791-1820** - tzv. *Dulong-Petitův zákon r. 1819* empirický klasický výraz pro tepelné kapacity některých prvků, vycházel z představy, že energie připadající na jeden stupeň volnosti je  $1/2 kT$   $3R = 24.94 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$

## RECHERCHES

*Sur quelques points importants de la théorie de la chaleur.*

Par MM. PETIT et DULONG.

(Présentées à l'Académie des Sciences le 12 avril 1819.)

Les considérations fondées sur l'ensemble des lois relatives aux proportions des composés chimiques permettent maintenant de se former, sur la constitution

CHALEURS SPÉCIFIQUES (1).	POIDS RELATIFS des atomes (2).	PRODUITS du poids de chaque atome par la capa- cité correspondante.
Bismuth, 0,0288	13,30	0,3830
Plomb, 0,0293	12,95	0,3794
Or, 0,0298	12,43	0,3704
Platine, 0,0314	11,16	0,3740
Etain, 0,0514	7,35	0,3779
Argent, 0,0557	6,75	0,3759
Zinc, 0,0927	4,03	0,3736
Tellure, 0,0912	4,03	0,3675
Cuivre, 0,0949	3,957	0,3755
Nickel, 0,1035	3,69	0,3819
Fer, 0,1100	3,392	0,3731
Cobalt, 0,1498	2,46	0,3685
Soufre, 0,1880	2,011	0,3780

# Určení tepelných kapacit pevných látek

## Tepelná kapacita pevné látky

1. Klasický výpočet (Dulong-Petitův zákon)
2. Einsteinova tepelná kapacita
3. Debyeova tepelná kapacita

Klasický výpočet bere pevnou látku jako množinu  $3N$  nezávislých oscilátorů, Einstein předpokládá totéž ale oscilátory bere jako kvantové a Debye považuje za oscilátor celý krystal.

1. Klasický výpočet:

$$\varepsilon = \frac{p^2}{2m} + \frac{1}{2} m \omega^2 u^2, \quad \bar{\varepsilon} = \frac{\int_0^{\infty} \varepsilon e^{-\frac{\varepsilon}{k_B T}} d\varepsilon}{\int_0^{\infty} e^{-\frac{\varepsilon}{k_B T}} d\varepsilon} = k_B T, U = 3N\bar{\varepsilon} = 3Nk_B T = 3sRT, \quad C_V = \left( \frac{\partial U}{\partial T} \right)_V = 3sR.$$

Klasický model tepelné kapacity je v souladu s naměřenými hodnotami pro vysoké teploty, nedokáže však vysvětlit jejich nízké hodnoty při nízkých teplotách.

$\varepsilon$  ... energie oscilátoru

$\bar{\varepsilon}$  ... střední energie oscilátoru

$s$  ... látkové množství

$k_B$  ... Boltzmannova konstanta

$R$  ... molární plynová konstanta

# Určení tepelných kapacit pevných látek Einstein

Einstein - 1907

střední energii na jeden stupeň rovnosti  $\frac{1}{2}kT$   
měrné teplo při  $V = konst.$

$$c_v = 3R \frac{\left(\frac{h\nu}{kT}\right)^2 \frac{h\nu}{kT} e^{-\frac{h\nu}{kT}}}{\left(e^{-\frac{h\nu}{kT}} - 1\right)^2}$$

při  $T \rightarrow 0$  také  $c_v \rightarrow 0$

## 9. Die Plancksche Theorie der Strahlung und die Theorie der spezifischen Wärme; von A. Einstein.

vztah nebyl dostatečně přesný,  
kmitání částic má ještě složitější  
charakter, všechny v uzlech mřížky  
nekmitají přesně jako harmonické  
oscilátory

In zwei früheren Arbeiten<sup>1)</sup> habe ich gezeigt, daß die Interpretation des Energieverteilungsgesetzes der schwarzen Strahlung im Sinne der Boltzmannschen Theorie des zweiten Hauptsatzes uns zu einer neuen Auffassung der Phänomene der Lichtemission und Lichtabsorption führt, die zwar noch keineswegs den Charakter einer vollständigen Theorie besitzt, die aber insofern bemerkenswert ist, als sie das Verständnis einer Reihe von Gesetzmäßigkeiten erleichtert. In der vorliegenden Arbeit soll nun dargetan werden, daß die Theorie der Strahlung — und zwar speziell die Plancksche Theorie —



# Určení tepelných kapacit pevných látek Debye

americký fyzik, chemik, narozený v Holandsku  
zavedl do výpočtů tzv. charakteristickou teplotu

Debye Joseph William Debye (1884-1966)  
r. 1912 -  $\theta = \frac{h\nu}{k}$

Definieren wir jetzt eine für den Körper charakteristische  
Temperatur  $\theta$  durch den Ausdruck

$$(7) \quad \theta = \frac{h\nu_m}{k}$$

při vysokých teplotách  $c_v = 3R$

$$\text{při nízkých } c_v = \frac{12\pi^4 R}{5} \left(\frac{T}{\theta}\right)^3$$

### 3. Zur Theorie der spezifischen Wärmen; von P. Debye.

Die Beobachtungen, welche im Laufe der letzten Zeit im Nernstschen Laboratorium über die Temperaturabhängigkeit der spezifischen Wärmen ausgeführt wurden, haben in überzeugendster Weise auch für materielle Körper die Unrichtigkeit der Annahme von der gleichmäßigen Energieverteilung dargetan. Zunächst hat Einstein<sup>1)</sup> zuerst auf die zu erwartenden Abweichungen aufmerksam gemacht und unter Benutzung der Planckschen<sup>2)</sup> für die Bedürfnisse der Strahlungstheorie entwickelten Quantenformel die spezifische Wärme als Funktion der Temperatur durch eine Formel dargestellt. Nun zeigen alle Messungen zwar einen Verlauf, welcher qualitativ der Einsteinschen Formel entspricht, quantitativ aber treten Abweichungen zwischen Theorie und Erfahrung zutage, welche um so erheblicher werden, je tiefer die Temperatur wird. Um diesen Übelstand abzuheben, haben Nernst und Lindemann die Einsteinsche Formel dahin abgeändert, daß sie neben der vorhandenen Schwingungszahl  $\nu$  noch eine zweite Schwingungszahl  $\nu/2$  in bekannter Weise einführen.<sup>3)</sup> Die Einführung



# Určení tepelných kapacit pevných látek

## Einsteinova tepelná kapacita - odvození

Einstein tuto teorii vytvořil roku 1906, předpokládal chování krystalu z hlediska energie jako  $3N$  nezávislých kvantových oscilátorů, přičemž pro jeho energii použil vzorec, který použil Max Planck v roce 1900 (chybný, lišící se konstantou, výsledek však vyjde správný).

Energie stavu  $n$ :  $E_n = n\hbar\omega$ , střední energie:  $\bar{E} = \left( \sum_{n=0}^{\infty} n\hbar\omega e^{-\frac{n\hbar\omega}{k_B T}} \right) / \sum_{n=0}^{\infty} e^{-\frac{n\hbar\omega}{k_B T}}$ , jmenovatel  $J$  je

geometrická řada s kvocientem  $q = e^{-\frac{\hbar\omega}{k_B T}}$ , lze ji tedy sečíst a máme  $J = 1 / (1 - q) = 1 / \left( 1 - e^{-\frac{\hbar\omega}{k_B T}} \right)$ .

Zderivujme nyní  $J$  podle  $k_B T$ , jak v původním tvaru, tak také v sečteném tvaru a dostaneme

$$\frac{dJ}{d\frac{1}{k_B T}} = - \sum_{n=0}^{\infty} n\hbar\omega e^{-\frac{n\hbar\omega}{k_B T}} = \left( \hbar\omega e^{-\frac{\hbar\omega}{k_B T}} \right) / \left( 1 - e^{-\frac{\hbar\omega}{k_B T}} \right)^2.$$

Ovšem první získaný výraz se sumou je až na znaménko čitatel z předchozího výrazu pro střední energii a dostali jsme tedy vzorec pro její součet. Můžeme proto vyjádřit vnitřní energii jako celkovou energii všech oscilátorů (výraz ještě upravíme do hezčího tvaru vydělením exponenciálním členem v čitateli a máme

$$U = 3N\bar{E} = 3N \frac{\hbar\omega}{e^{\frac{\hbar\omega}{k_B T}} - 1} \rightarrow C_V = \left( \frac{\partial U}{\partial T} \right)_V = 3sR \left( \frac{\hbar\omega}{k_B T} \right)^2 \frac{e^{\frac{\hbar\omega}{k_B T}}}{\left( e^{\frac{\hbar\omega}{k_B T}} - 1 \right)^2}.$$

# Určení tepelných kapacit pevných látek Debye

## Debyeova tepelná kapacita

Debye předpokládal že atomy jako oscilátory nekmitají nezávisle ale tvoří se sousedními atomy soustavu spřažených oscilátorů. Diskrétní řešení by bylo obtížné, Debye proto předpokládá spojité prostředí, ve kterém se šíří vlna a počítá s energií vlny.

a) Jednodimenzionální případ:

Látkou se šíří vlna splňující vlnovou rovnici  $\frac{\partial^2 u}{(\partial x)^2} = \frac{1}{C_s} \frac{\partial^2 u}{(\partial t)^2}$ .

Řešením je jednodimenzionální stojatá vlna  $u(x,t) = A \sin\left(n\pi \frac{x}{L}\right) \cos(2\pi\nu_n t)$ .

Počet stavů je  $dn = \frac{2L}{C_s} d\nu = Z(\nu) d\nu$ , kde jsme zavedli hustotu stavů jako  $Z(\nu)$ .

Definieren wir jetzt eine für den Körper charakteristische Temperatur  $\Theta$  durch den Ausdruck

$$(7) \quad \Theta = \frac{h \nu_m}{k}$$

... Po výpočtech vyjde pro 3-D případ výsledná tepelná kapacita jako

$u$  ... okamžitá výchylka vlny

$C_s$  ... rychlost zvuku

$\Theta_D$  ... Debyeova teplota

$F_D$  ... Debyeova funkce

$$C_V = 3sR \cdot 3 \left(\frac{\Theta_D}{T}\right)^3 \int_0^{\frac{\Theta_D}{T}} \frac{e^x x^4}{(e^x - 1)^2} dx = 3sR F_D \left(\frac{\Theta_D}{T}\right)$$

# Určení tepelných kapacit pevných látek

## Born, Karmán 1912, 1913

**Max Born, *Theodore von Karmán* 1881 - 1963** americký fyzik, matematik maďarského původu, teorie tepelné kapacity pevných látek  
*článek M. Born, T. von Karmán: Zur Theorie des spezifische Wärme fester Körper r.1913*

v USA se zabýval teorií letu raket...

