

Následující seznam obsahuje různé kritéria a jejich možné zobecnění o kterých si myslím, že by měly platit. Poslední kritérium lze nalézt na internetu.

1. **Věta 1 (podílové kritérium)** Nechť $a_n > 0$, pro každé $n \geq n_0$ a nechť existuje limita $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = L \in (0, \infty]$. Potom je-li $L < 1$, tak řada $\sum a_n$ konverguje a je-li $L > 1$, tak řada diverguje. Pokud $L = 1$, tak nelze rozhodnout.

Věta 2 (zobecnění podílového kritéria 1) Nechť $a_n > 0$, pro každé $n \geq n_0$ a nechť existuje limita $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+i}}{a_n} = L \in (0, \infty]$, $i \in \mathbb{N}$. Potom je-li $L < 1$, tak řada $\sum a_n$ konverguje a je-li $L > 1$, tak řada diverguje. Pokud $L = 1$, tak nelze rozhodnout.

Věta 3 (zobecnění podílového kritéria 2) Nechť $a_n > 0$, pro každé $n \geq n_0$ a nechť existuje konečná limita $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = L \in (0, \infty)$. Potom mějme limitu $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sum_{i=0}^k a_{n+i}}{a_n} = L \in (0, \infty)$ a je-li $L < k + 1$, tak řada $\sum a_n$ konverguje a je-li $L > k + 1$, tak řada diverguje. Pokud $L = k$, tak nelze rozhodnout.

2. **Věta 4 (kondenzační kritérium)** Nechť $a_n > 0$ je monotónní pro $n \geq 1$. Potom konvergence řady $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ je ekvivalentní konvergenci řady $\sum_{n=0}^{\infty} 2^n a_{2^n}$.

Věta 5 (zobecnění kondenzačního kritéria) Nechť $a_n > 0$ je monotónní pro $n \geq 1$. Potom konvergence řady $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ je ekvivalentní konvergenci řady $\sum_{n=0}^{\infty} k^n a_{k^n}$, $k \in \mathbb{N}$.

3. **Věta 6 (Leibnizovo kritérium)** Nechť $a_n > 0$ je nerostoucí posloupnost pro $n \geq n_0$. Jestliže $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$, potom řada $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n a_n$ konverguje.

Věta 7 (zobecnění Leibnizova kritéria) Nechť $a_n > 0$ je nerostoucí posloupnost pro $n \geq n_0$ a b_n periodická posloupnost s periodou $2p$ pro niž platí, že $|b_n| \equiv 1$ a počet záporných hodnot b_n na intervalu $n \geq n_0$ je stejný jako počet kladných hodnot b_n na $n \geq n_0$. Jestliže $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$, potom řada $\sum_{n=1}^{\infty} b_n a_n$ konverguje.

4. **Věta 8 (podílové kritérium se srovnávacím dohromady)** Nechť $a_n > 0$, $b_n > 0$ a nechť platí nerovnost $\frac{b_{n+1}}{b_n} > \frac{a_{n+1}}{a_n}$. Potom pokud konverguje řada $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$, pak konverguje také řada $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$.

5. **Věta 9 (Raabeho kritérium)** Nechť $a_n > 0$ a nechť existuje limita

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n \left(1 - \frac{a_{n+1}}{a_n} \right) = L \in [-\infty, \infty]$$

. Potom je-li $L > 1$, tak řada $\sum a_n$ konverguje a je-li $L < 1$, tak řada diverguje. Pokud $L = 1$, tak nelze rozhodnout.

Věta 10 (zobecnění Raabeho kritéria 1) Nechť $a_n > 0$ a nechť existuje limita

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n \left(1 - \frac{a_{n+k}}{a_n} \right) = L \in [-\infty, \infty]$$

, $k \in \mathbb{N}$. Potom je-li $L > 1$, tak řada $\sum a_n$ konverguje a je-li $L < 1$, tak řada diverguje. Pokud $L = 1$, tak nelze rozhodnout.

Věta 11 (zobecnění Raabeho kritéria 2) Nechť $a_n > 0$ a nechť existuje limita

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(n \left(1 - \frac{a_{n+k}}{a_n} \right) - 1 \right) n = L \in [-\infty, \infty]$$

, $k \in \mathbb{N}$. Potom je-li $L > 0$, tak řada $\sum a_n$ diverguje.