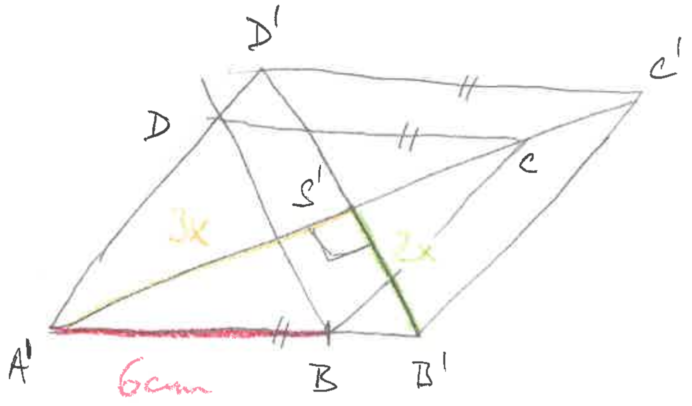
STEJNOLEHLOST

1)



Uvažme pomocný $\triangle A'B'S'$ (sus), kde

$|S'A'| = 3x$, $|S'D'| = 2x$,

$|\sphericalangle A'S'B'| = 90^\circ$, kde $x \in \mathbb{R}^+$ lib.

$\rightarrow$ doplníme jej na kosočtverec $A'B'C'D'$ $\left(C' = S_{S'}(A'),\ D' = S_{S'}(B')\right)$

$\rightarrow H_{A',k}(A'B'C'D') = ABCD$

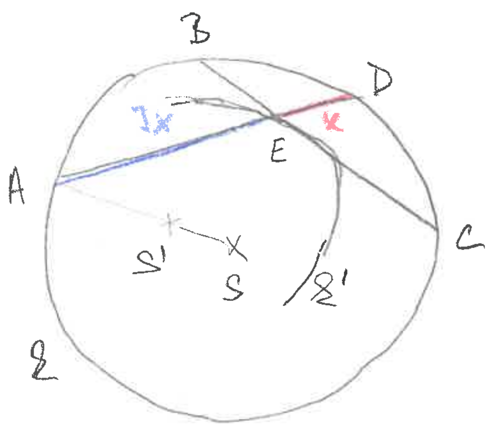
$k = \frac{6}{|A'B'|}$

$B \in \overrightarrow{A'B'}$ tak, že $|A'B| = 6$ cm

dokončení pomocí rovnoběžnosti

Právě 1 řešení (nerozlišujeme-li shodné kosočtverce lišící se popisem).

2)



$H_{A;\frac{3}{4}}(D) = E$

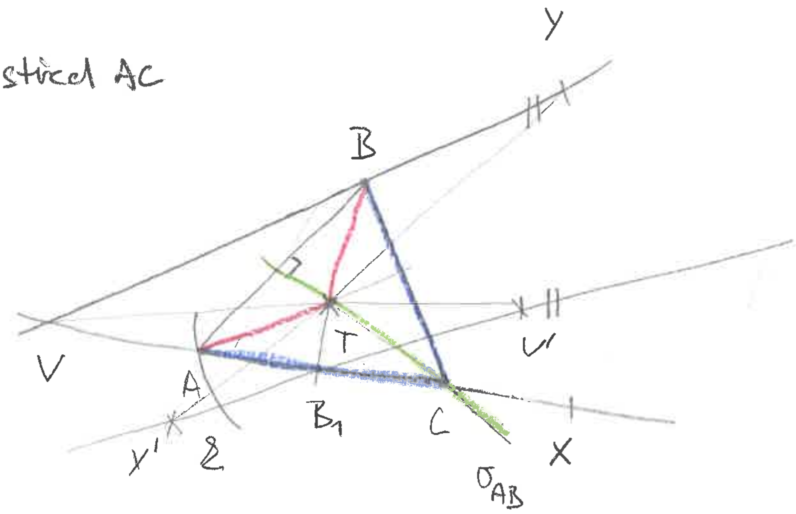
$D \in k \Rightarrow E \in k' = H_{A;\frac{3}{4}}(k)$

$E \in BC \cap k' \rightarrow$ 0–2 řešení

$D = H_{A;\frac{4}{3}}(E)$

3)

ozn. B_1 střed AC



$H_{T;-\frac{1}{2}}(B) = B_1$

$B \in \overrightarrow{VY} \Rightarrow B_1 \in \overrightarrow{V'Y'}$

$\overrightarrow{V'Y'} = H_{T;-\frac{1}{2}}(\overrightarrow{VY})$

$\Rightarrow B_1 \in \overrightarrow{V'Y'} \cap \overrightarrow{VX} \Rightarrow$

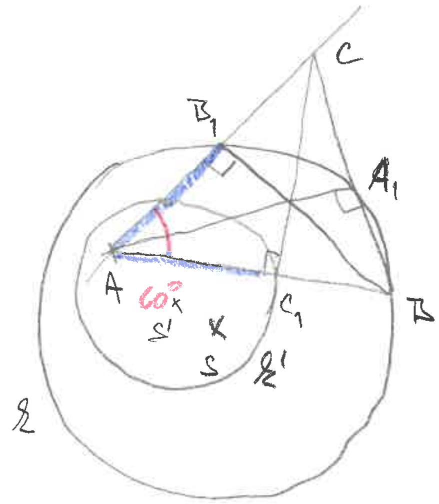
$B = H_{T;-2}(B_1)$

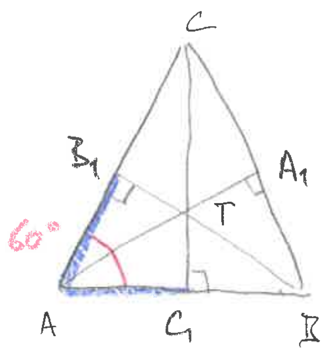
$|TA| = |TB| \Rightarrow A \in k(T; |TB|) \Rightarrow A \in k \cap \overrightarrow{VX}$

$C \in \sigma_{AB} \cap \overrightarrow{VX}$ (nebo $C = S_{B_1}(A)$)

$\boxed{0-2 \text{ řeš.}}$

4)





$H_{A;\frac{1}{2}}(B) = C_1$

$B \in k \Rightarrow C_1 \in k' = H_{A;\frac{1}{2}}(k)$

$R_{A;\pm 60°}(C_1) = B_1$

$C_1 \in k' \Rightarrow B_1 \in k'' = R_{A;\pm 60°}(k')$

$\Rightarrow B_1 \in k'' \cap k$

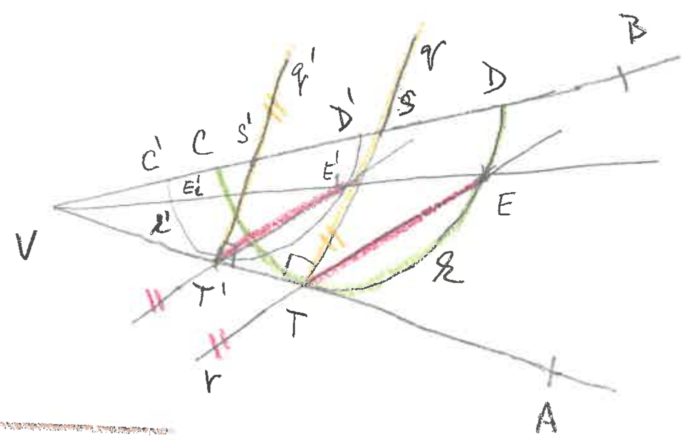
2 možné kružnice ->

0 - 4 průsečíky $\Rightarrow$ 0 - 4 řešení

$B = H_{A;2} \circ R_{A;\mp 60°}(B_1)$

$C = S_{S_1}(A)$

5)



Uvažujme lib. bod $T' \in \overrightarrow{VA}$ $(T' \neq V)$ a pomocnou polokružnici k' s průměrem $C'D' \subseteq \overrightarrow{VB}$, která se v T' dotýká $\overrightarrow{VA}$ $\Rightarrow$ $S' \in q' \cap \overrightarrow{VB}$, $T' \in q' \perp \overrightarrow{VA}$, $k'(S', |S'T'|)$

$\boxed{H_{V,\lambda}(k') = k}$,

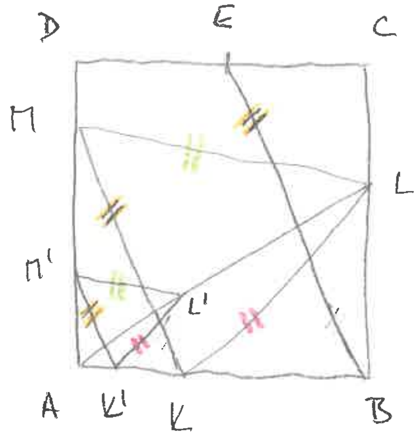
$\lambda = \dfrac{|VE|}{|VE'|}$, přičemž $E' \in \overrightarrow{VE} \cap k'$

$\rightarrow$ takové body E' existují 2 $\Rightarrow$ $\boxed{\text{právě 2 řešení}}$

$H_{V,\lambda}(T'E') = TE$, $T'E' \parallel TE$ $\Rightarrow$ $T \in r \cap \overrightarrow{VA}$, kde $E \in r \parallel T'E'$,

$S \in q \cap \overrightarrow{VB}$, kde $T \in q \perp VA$; $k(S; |ST|)$

6)



idea:

$H_{A,\lambda}(K'L'M') = KLM$

Uvažme pomocný $\Delta K'L'M'$ takový, že $K' \in AB$, $M' \in AD$, $K'M' \parallel BE$, $\Delta K'L'M'$ je RS, L' a A leží v opačných polorovinách s hraniční přímkou $K'M'$

$\Rightarrow L \in BC \cap \overrightarrow{AL'} \Rightarrow \lambda = \dfrac{|AL|}{|AL'|}$

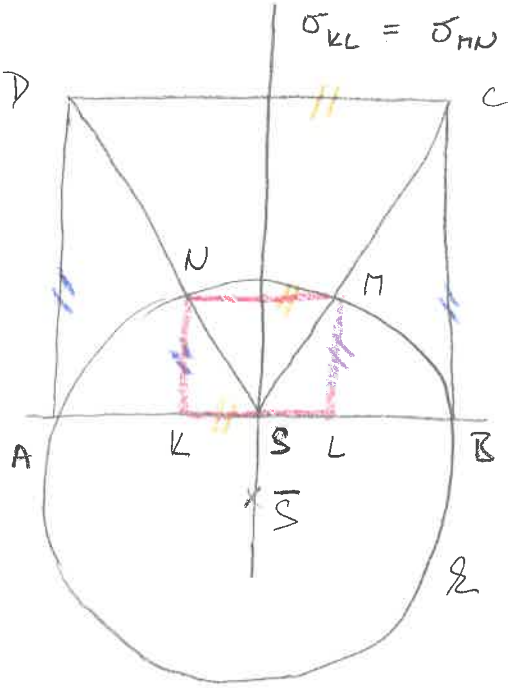
dokončení pomocí rovnoběžnosti

právě 1 řešení

7) D:

$k(\bar{S}; r)$

AB tětiva



$o_{KL} = o_{MN} = o_{AB} \Rightarrow S_{AB} = S_{KL} = S$ – známý bod

Uvažujme čtverec ABCD, jehož podmnožinou je zadaná kruhová úseč

$H_{S,\lambda}(ABCD) = KLMN$

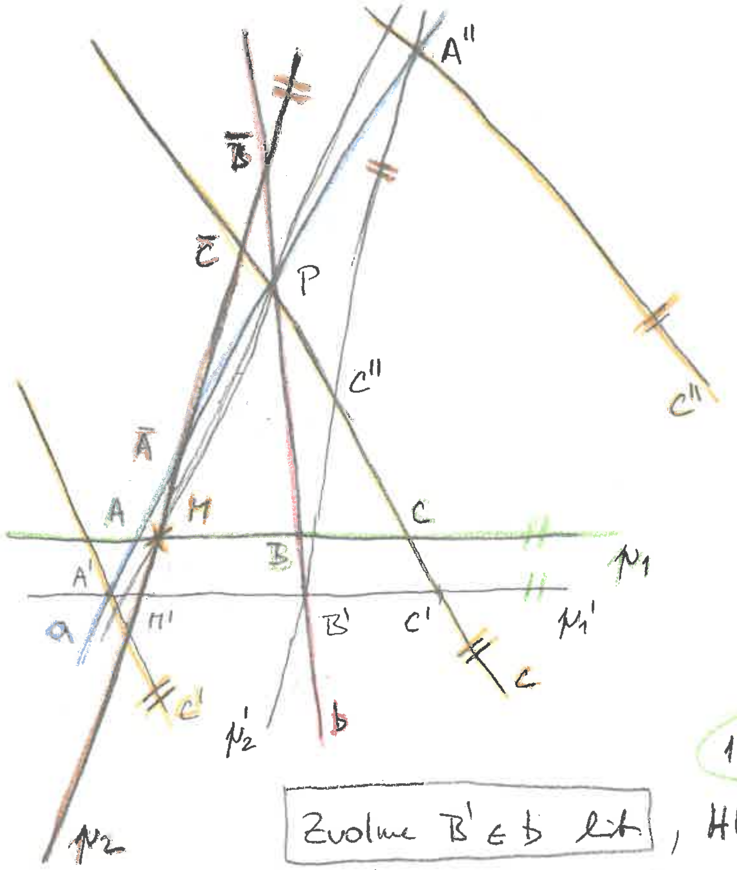
$\Rightarrow N \in \overrightarrow{SD} \cap k$ $\quad \lambda = \frac{|SM|}{|SC|}$

$M \in \overrightarrow{SC} \cap k$

dokončení pomocí rovnoběžnosti

právě 1 řešení

8)

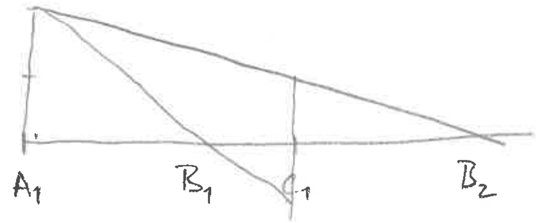


Uvažujme pomocnou úsečku A_1C_1.

Určíme $B_1 \in A_1C_1$: $|A_1B_1| = 2|B_1C_1|$

a B_2 na polopřímce opačné k $\overrightarrow{C_1A_1}$

tak, že $|A_1B_2| = 2|B_2C_1|$.



Platí tedy: $H_{B_1;-2}(C_1) = A_1$

$H_{B_2;2}(C_1) = A_1$

1. případ

$\boxed{\text{Zvolme } B' \in b \text{ lib.}}$, Hledejme $A' \in a$, $C' \in c$ tak, aby $B' \in A'C'$, přičemž $|A'B'| = 2|B'C'| \Rightarrow$

$\boxed{H_{B';-2}(C') = A'}$

$C' \in c \Rightarrow A' \in c' = H_{B';-2}(c) \Rightarrow$ $\boxed{A' \in a \cap c' \ (c \parallel c')}$

$\Rightarrow C' = H_{B';-\frac{1}{2}}(A') \Rightarrow \mu_1' = \overleftrightarrow{A'C'}$

$H_{P,\lambda_1}(\mu_1') = \mu_1$; $M \in \mu_1$ $(\mu_1 \parallel \mu_1')$ $\left(\lambda_1 = \frac{|PM|}{|PM'|}\right)$

2. případ Hledejme $A'' \in a$, $C'' \in c$ tak, aby B' ležel na polopřímce opačné k $\overrightarrow{C''A''}$, přičemž $|A''B'| = 2|B'C''| \Rightarrow$ $\boxed{H_{B';2}(C'') = A''}$

$C'' \in c \Rightarrow A'' \in c'' = H_{B';2}(c) \Rightarrow$ $\boxed{A'' \in a \cap c'' \ (c \parallel c'')}$ $\Rightarrow$

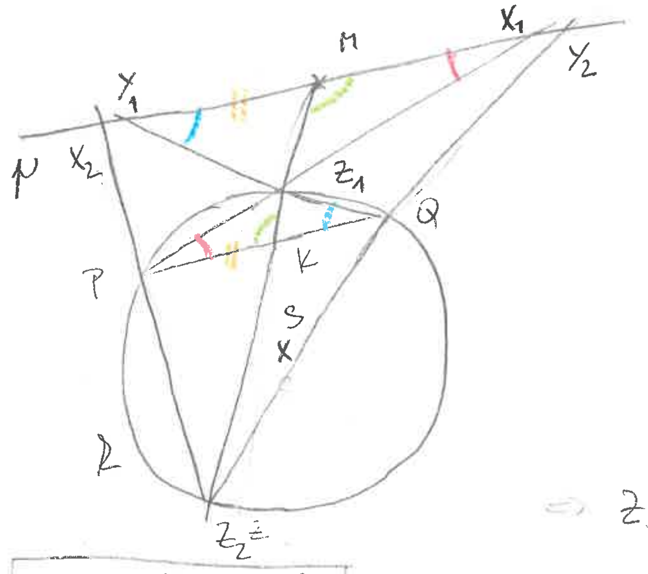
$\Rightarrow C'' = H_{B';\frac{1}{2}}(A'') \Rightarrow \mu_2' = \overleftrightarrow{A''C''}$

$H_{P,\lambda_2}(\mu_2') = \mu_2$; $M \in \mu_2$ $(\mu_2 \parallel \mu_2')$ $\left(\lambda_2 = -\frac{|PM|}{|PM''|}\right)$

(M'' mimo papír)

$\mu' \rightarrow$ 2 přímky: μ_1', μ_2' – až 2 řešení (neprochází-li příslušná vamotěžka μ_1 či μ_2 kromě bodu M také bodem P) $\Rightarrow$ $\boxed{\text{1–2 řešení}}$

9)



$\boxed{\text{právě 2 řešení}}$

(je přitom možné, že úsečky X_1Y_1 a Y_2X_2 splynou)

$\Delta PQZ \sim \Delta XYZ$ (uu)

$\boxed{H_{Z,\lambda}(PQZ) = XYZ}$

Ozn. K střed PQ $\Rightarrow$ $\Delta PKZ \sim \Delta XMZ$ (uu), $\boxed{H_{Z,\lambda}(PKZ) = XMZ}$

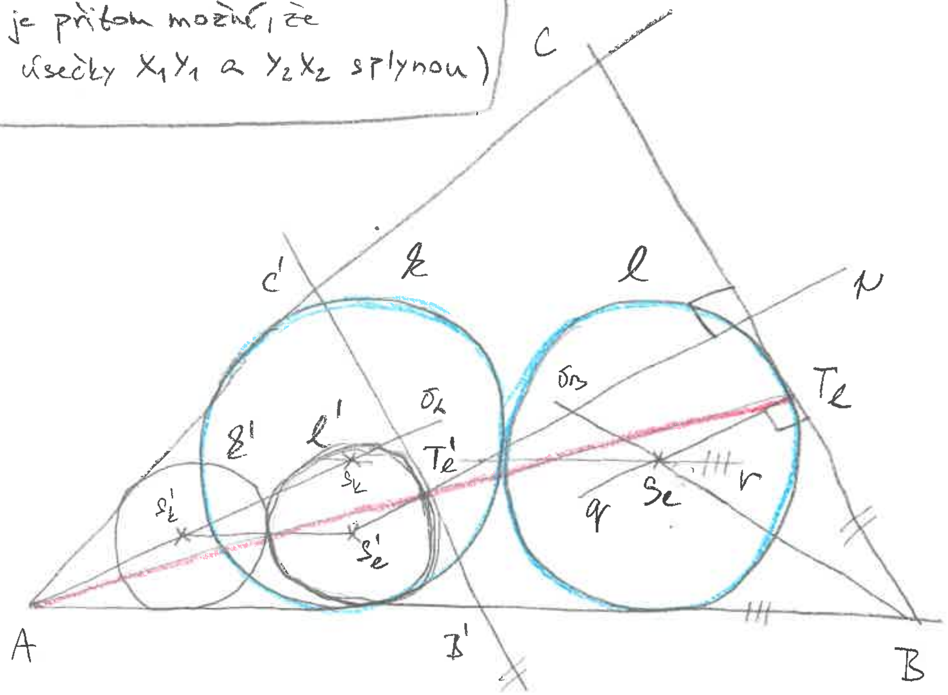
$\lambda_1 = -\dfrac{|MZ_1|}{|KZ_1|}$

$\Rightarrow Z \in k \cap \overleftrightarrow{KM} \Rightarrow X \in \overleftrightarrow{PZ} \cap p$

$Y \in \overleftrightarrow{QZ} \cap p$

$\lambda_2 = \dfrac{|MZ_2|}{|KZ_2|}$

10)



Zvolme $S'_k \in \sigma_\alpha$ $\rightarrow$ sestrojme kružnici k' dotýkající se $\overrightarrow{AB}$ i $\overrightarrow{AC}$ $\rightarrow$ sestrojme kružnici l' dotýkající se vně k' i $\overrightarrow{AB}$, $r'_k = r'_l$

$\boxed{H_{A,\lambda}(k') = k, \quad H_{A,\lambda}(l') = l, \quad H_{A,\lambda}(T'_l) = T_l, \quad H_{A,\lambda}(B'C') = BC}$

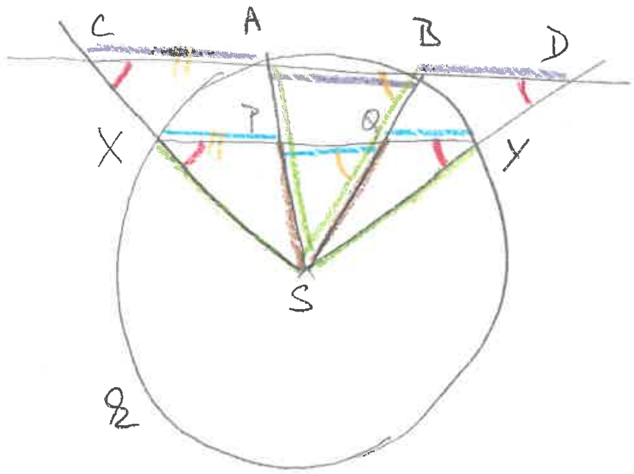
$T'_l \in p \cap l'$, $p \perp BC$, $S'_l \in p$ ($T'_l \in B'C'$, l' se dotýká $B'A$, $B'C'$, k' leží uvnitř $AB'C'$)

$T_l \in \overrightarrow{AT'_l} \cap BC$ $\quad \lambda = \dfrac{|AT_l|}{|AT'_l|}$ $\quad$ právě 1 řešení

$T_l \in q \perp BC$, $S_l \in q \cap \sigma_B$

$S_l \in r \parallel AB$, $S_k \in r \cap \sigma_\alpha$

11)



$\triangle SXY$ je rr $\Rightarrow$

$\Rightarrow |\sphericalangle SXY| = |\sphericalangle SYX|$

zadání: $|XP| = |PQ| = |QY|$

$\Rightarrow \triangle PXS \cong \triangle QYS$ (sus)

$\Rightarrow |PS| = |QS|$

$\Rightarrow \triangle PSQ$ je rr, $\triangle ASB$ je rr,

přičemž $|\sphericalangle PSQ| = |\sphericalangle ASB| \Rightarrow$ $|\sphericalangle PQS| = |\sphericalangle ABS| \Rightarrow \overleftrightarrow{PQ} \parallel \overleftrightarrow{AB}$

$\Rightarrow \boxed{H_{S,\lambda}(ABS) = PQS}$

$\lambda = \dfrac{|PS|}{r}$

ozn. $\boxed{\begin{array}{l} C = S_A(B) \\ D = S_B(A) \end{array}}$

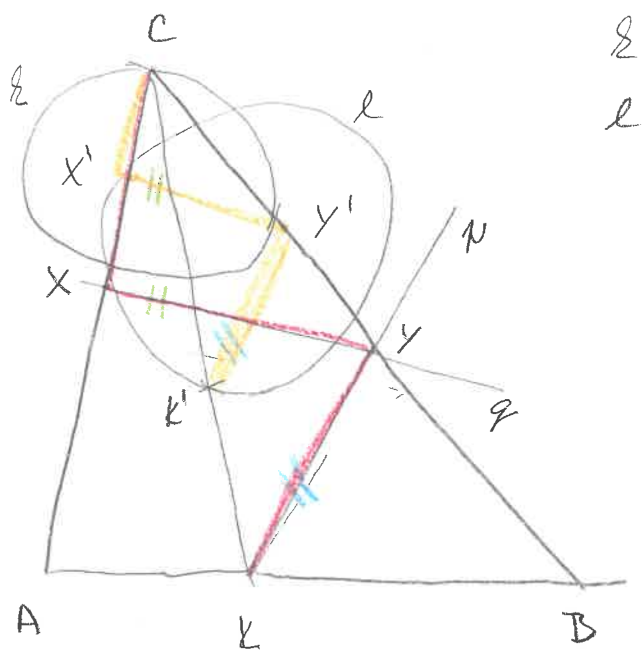
$\Rightarrow \boxed{H_{S,\lambda}(CDS) = XYS}$

$\lambda = \dfrac{r}{|CS|}$

$\Rightarrow X \in k \cap SC,\ Y \in k \cap SD$

právě 1 řešení

12)



pomocná (podobná) lomená čára $CX'Y'K'$:

$|CX'| = |X'Y'| = |Y'K'|$, kde $X' \in AC$, $Y' \in BC$, $K' \in CK$

Existuje, neboť $\gamma < 90°$

$k(X'; |X'C|) \Rightarrow Y' \in CB \cap k,\ Y' \neq C$

$l(Y'; |Y'X'|) \Rightarrow K' \in \overrightarrow{CK} \cap l$

K' a C leží v opačných polorovinách s hraniční přímkou $\overleftrightarrow{X'Y'}$

$\boxed{\begin{array}{l} H_{C,\lambda}(K') = K,\ H_{C,\lambda}(X') = X, \\ H_{C,\lambda}(Y') = Y \qquad \lambda = \dfrac{|CK|}{|CK'|} \end{array}}$

$K \in p \parallel K'Y'$, $Y \in p \cap BC$

$Y \in q \parallel X'Y'$, $X \in q \cap AC$

právě 1 řešení