

1 Rekombinace, difuze a pohyblivost nositelů náboje v polovodičích

V této úloze budeme studovat jak se excitovaní nadbyteční nositelé náboje (elektrony nebo díry) v jednom místě polovodiče šíří krystalem. Časová a prostorová závislost koncentrace je dána jednak rekombinací (určovanou dobou života τ), jednak difuzí (určovanou difuzním koeficientem D), a také může být ovlivňována i elektrickým polem (určovaná elektrickou pohyblivostí μ). V tomto praktiku představujeme experiment, kde můžeme rozlišit všechny tři elementy - závislost na prostoru, čase a elektrickém poli, a tedy můžeme určit všechny tyto tři důležité konstanty.

1.1 Rovnice kontinuity

Začneme teoretickým popisem rovnice kontinuity pro koncentraci elektronů n

$$\frac{\partial n}{\partial t} = -\nabla \vec{J}_n + G_n - R_n , \quad (1)$$

a koncentraci děr p

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\nabla \vec{J}_p + G_p - R_p , \quad (2)$$

kde \vec{J}_n a \vec{J}_p jsou hustoty toku částic, G a R je rychlost generace a rekombinace a indexy n a p značí elektrony a díry. Tok částic je složen z difuzní a driftové části,

$$\vec{J}_n = \vec{J}_{n,\text{dif}} + \vec{J}_{n,\text{drift}} , \quad (3)$$

$$\vec{J}_p = \vec{J}_{p,\text{dif}} + \vec{J}_{p,\text{drift}} . \quad (4)$$

Difuzní část je způsobena gradientem koncentrace a je vyjádřena Fickovým zákonem

$$\vec{J}_{n,\text{dif}} = -D_n \nabla n , \quad (5)$$

$$\vec{J}_{p,\text{dif}} = -D_p \nabla p , \quad (6)$$

který říká, že tok díky difuzi probíhá proti směru gradientu koncentrace a je úměrný difuzní konstantám D_n resp. D_p . Driftový tok elektronů resp. děr je způsobený elektrickým polem. Vypočteme ho ze vztahu k elektrickému proudu \vec{j}_n , resp. \vec{j}_p jako

$$\vec{J}_{n,\text{drift}} = \frac{\vec{j}_n}{-e} , \quad (7)$$

$$\vec{J}_{p,\text{drift}} = \frac{\vec{j}_p}{e} , \quad (8)$$

kde e je velikost elementárního náboje a záporné znaménko u vztahu (7) vyjadřuje záporný náboj elektronu. Hustotu elektrického proudu vyjádříme z definice ze vztahu k rychlosti elektronů \vec{v}_n , resp. děr \vec{v}_p

$$\vec{j}_n = -en\vec{v}_n , \quad (9)$$

$$\vec{j}_p = ep\vec{v}_p \quad (10)$$

a ze vztahu rychlosti k elektrickému poli

$$\vec{v}_n = -\mu_n \vec{E} , \quad (11)$$

$$\vec{v}_p = \mu_p \vec{E} . \quad (12)$$

Konstanta úměrnosti mezi elektrickým polem a průměrnou rychlostí se nazývá pohyblivost a z mikroskopických představ je ji možno vyjádřit jako

$$\mu_n = \frac{e\tau_n^*}{m_n^*} , \quad (13)$$

$$\mu_p = \frac{e\tau_p^*}{m_p^*} , \quad (14)$$

kde τ_n^* resp. τ_p^* je střední doba mezi srážkami elektronů resp. děr při pohybu ve vodivostním, resp. valenčním pásu, a m_n^* resp. m_p^* je efektivní hmotnost elektronů resp. děr. Povšimněme si, že pohyblivosti elektronů i děr jsou z definice kladné konstanty. Z výše uvedených rovnic zřejmě plyne že

$$\vec{j}_n = en\mu_n \vec{E} , \quad (15)$$

$$\vec{j}_p = ep\mu_p \vec{E} \quad (16)$$

a pro driftové toky (7) resp. (8) dostáváme

$$\vec{J}_{n,\text{drift}} = -n\mu_n \vec{E} , \quad (17)$$

resp.

$$\vec{J}_{p,\text{drift}} = p\mu_p \vec{E} . \quad (18)$$

Rekombinace nadbytečných nositelů v limitě malých koncentrací (nezávislé rekombinace) je úměrná jejich koncentraci

$$R_n = \frac{n}{\tau} \quad (19)$$

$$R_p = \frac{p}{\tau} \quad (20)$$

a nepřímo-úměrná době života τ . Vzhledem k tomu, že elektrony rekombinují s děrami, je doba života pro elektrony a díry stejná.

V situaci kdy ve vzorku již negenerujeme nositele ($G = 0$) a elektrické pole je homogenní ($\nabla \vec{E} = 0$) pak sloučením všech výše uvedených rovnic obdržíme

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \mu_n \vec{E} \nabla n + D_e \nabla^2 n - \frac{n}{\tau} , \quad (21)$$

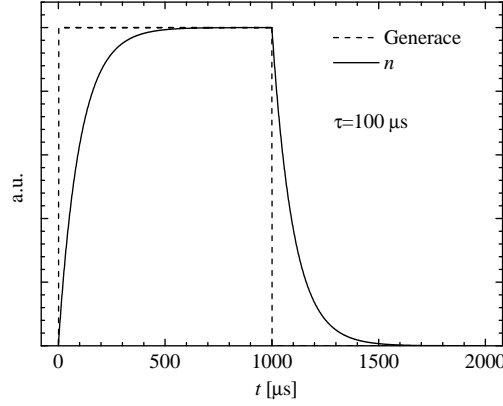
resp.

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\mu_p \vec{E} \nabla p + D_p \nabla^2 p - \frac{p}{\tau} . \quad (22)$$

Ze studia difuze v elektrickém poli potenciálně můžeme určit všechny tři konstanty μ , τ a D , jak je rozebráno níže. Ukazuje se, že konstanty D a μ nejsou nezávislé. V počátcích dvacátého století W. Sutherland, A. Einstein a M. Smoluchowski nezávisle ukázali, že z Brownova pohybu nabitých částic plyne, že

$$D = \frac{\mu}{e} k_B T , \quad (23)$$

kde k_B je Boltzmannova konstanta a T je absolutní teplota. Tato rovnice se nazývá Einsteinova-Smoluchovského rovnice.



Obrázek 1: Nadbytečná koncentrace elektronů při obdélníkovém profilu generace s dobou života nositelů $\tau = 100 \mu\text{s}$.

1.2 Časově rozlišená fotovodivost

Relativně jednoduchá situace nastává při měření vodivosti celého vzorku např. po fotoexcitaci, tzn., kdy nerozlišujeme prostorovou složku. V rovnici (21) tak zbudou na pravé straně pouze poslední člen a řešení této rovnice má tvar

$$n(t) = n_0 \exp(-t/\tau), \quad (24)$$

kde n_0 je koncentrace nadbytečných elektronů po vypnutí generace. Řešení má tvar exponenciálního poklesu charakterizovaného dobou života τ , na které poklesne koncentrace na hodnotu $1/e$ relativně vůči n_0 . Podobně, při zapnutí generace nositelů v čase $t = 0$ má řešení koncentrace tvar

$$n(t) = n_0(1 - \exp(-t/\tau)), \quad (25)$$

kdy se rovnováha ustaluje exponenciálně na časové škále charakterizované τ . Při obdélníkovém buzení nositelů má pak fotovodivost časovou závislost ilustrovanou na Obr. 1. Změřením její časové závislosti a analýzou buď následně nebo sestupné hrany pak lehce určíme dobu života τ . Analogické rovnice platí pro díry.

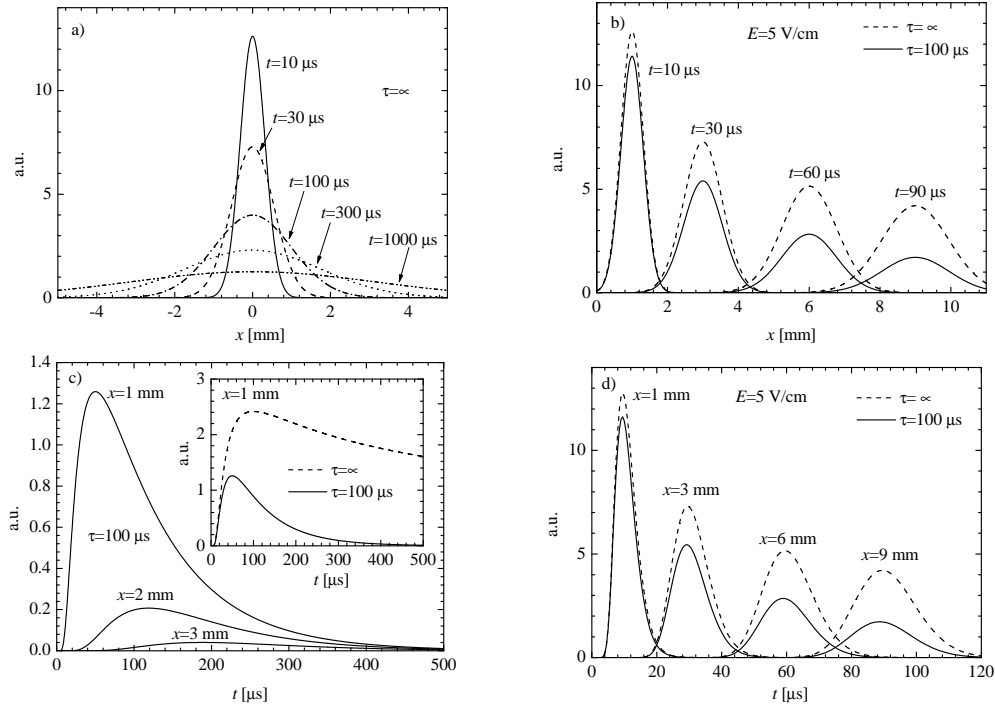
1.3 Časově a prostorově rozlišená rekombinace, difuze a drift

Uvažujme nyní jednorozměrnou situaci, kdy v bodě $x = 0$ a čase $t = 0$ excitujeme nositele náboje. Přířímým dosazením lze ukázat, že řešení rovnic (21) resp. (22) je

$$n(t, x) = \frac{N_n}{\sqrt{4\pi D_n t}} \exp\left(-\frac{(x + E\mu_e t)^2}{4D_n t}\right) \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right), \quad \text{resp.} \quad (26)$$

$$p(t, x) = \frac{N_p}{\sqrt{4\pi D_p t}} \exp\left(-\frac{(x - E\mu_p t)^2}{4D_p t}\right) \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right). \quad (27)$$

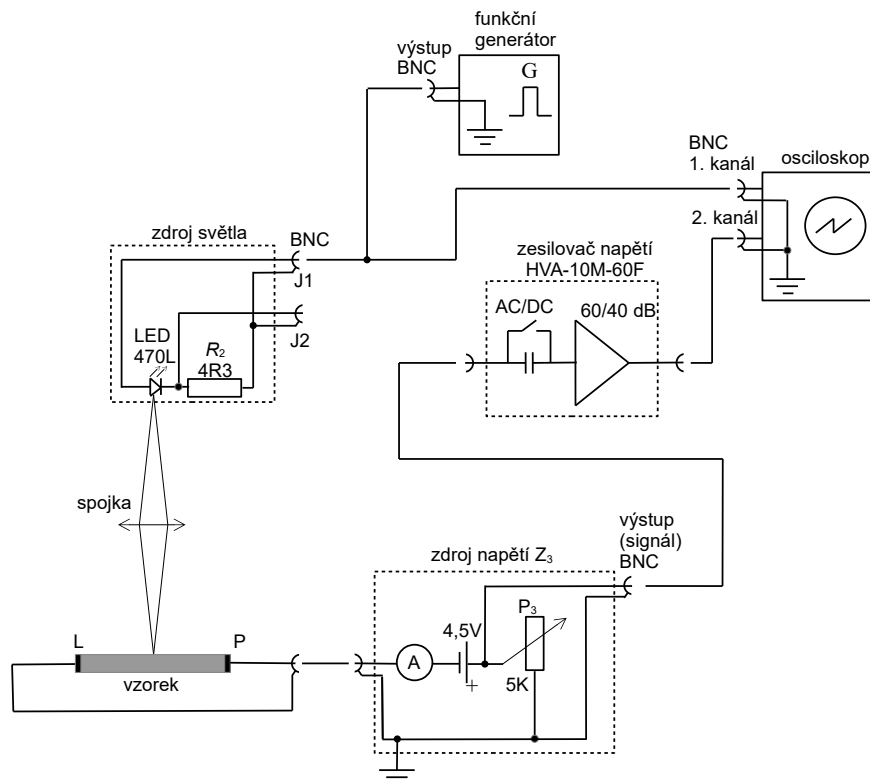
Tyto závislosti bez elektrického pole ($E = 0$) a bez rekombinace ($\tau \rightarrow \infty$) vyjadřují řešení rovnic kontinuity s pravou stranou danou pouze difuzním členem. Mají tvar Gaussovy křivky, jejíž šířka se zvětšuje přímo úměrně s časem, viz Obr. 2(a). Časová závislost faktoru před exponenciálou



Obrázek 2: Řešení difuzní rovnice při lokální excitaci nositelů v bodě $x = 0$ a čase $t = 0$. Profily koncentrací jsou vykresleny pro kladné nositele s realistickými hodnotami parametrů $D = 100 \text{ cm}^2/\text{s}$ a $\mu = 2000 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ v závislosti na poloze pro různé časy po excitaci bez elektrického pole (a) a s elektrickým polem $E = 5 \text{ V/cm}$. Další dva panely ilustrují situaci v experimentu, kde se měří závislost na čase v různých vzdálenostech od excitace jednak bez pole (c) a v elektrickém poli $E = 5 \text{ V/cm}$ (d).

zajišťuje, že integrál pod křivkou je konstantní. V elektrickém poli se tento profil posouvá rychlostí $v = E\mu$ v kladném směru E pro díry a v záporném směru pro elektrony, viz přerušované čáry v Obr. 2(b). Při započtení konečné doby života pak celá křivka klesá s časem jako $\exp(-t/\tau)$, viz plné čáry v Obr. 2(b).

Obrázek 2(c) ilustruje situaci v experimentu, kde se měří závislost na čase v různých vzdálenostech od excitace bez pole. Vložený panel ukazuje, že sestupná hrana časové závislosti je silně závislá na době života τ , kdežto náběžná hrana je daná difuzním koeficientem D . Analýzou tohoto profilu je možno tyto konstanty určit. Obrázek 2(d) ilustruje závislost signálu na poloze v elektrickém poli. Čas odpovídající maximu signálu odpovídá $t_{\max} = x/(E\mu)$ a tedy umožňuje μ určit. Z šířky profilu je možno opět určit difuzní konstantu D . Je také možno měřit na jedné vzdálenosti od injekce v závislosti na různém napětí. Jak je vidět z obr. 2(d), intenzita signálu závisí také na hodnotě τ . Tu je také z těchto profilů možno určit, ale vzhledem ke korelaci s parametrem N pouze pokud se vezme v potaz několik profilů (alespoň 2) pro různé hodnoty x nebo E .



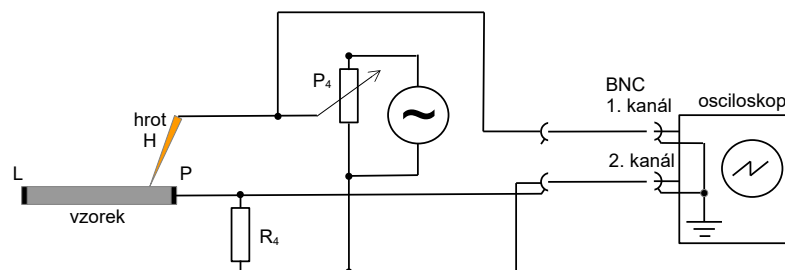
Obrázek 3: Schema aparatury pro měření doby života nadbytečných nositelů.

1.4 Experimentální aparatury

1.4.1 Měření doby života

Obrázek 3 představuje schema aparatury pro měření doby života nadbytečných nositelů. Na vzorek polovodiče (germania) tvaru hranolku dopadá světlo ze zdroje, jehož jádrem je světelná dioda (LED, z anglického „light-emitting diode“). Tento zdroj světla je buzený funkčním generátorem (Tektronix AFG2021), kde pro toto měření používáme obdélníkový profil s amplitudou dostatečně velkou, aby rozsvítil LED, a frekvencí typicky blízké 1 kHz. Dioda LED Thorlabs 470L je poměrně výkonná a má relativně velký maximální proud 350 mA v propustném směru. Velikost proudu je možno monitorovat na odporu R_2 ve zdroji světla. Výstup z funkčního generátoru je přiveden na první kanál osciloskopu, kterým je potřeba osciloskop synchronizovat. Aby bylo minimalizováno vnější rušení signálu tak je většina obvodu propojena BNC kabely. Ve schematu jsou použity symboly pro BNC konektor, kde polokruhovitá část symbolizuje stínění a střední část je signální kabel. Stínění je typicky uzemněno v přístrojích jako funkční generátor a osciloskop, což je ve schématu také explicitně zakresleno. Propojením BNC kabelů se toto zemnění pak přenáší dále, zde např. do zdroje napětí Z_3 , který sám o sobě uzemněný není.

Napětí z baterky zdroje Z_3 je přivedeno na vzorek zapojený do serie s potenciometrem P_3 , kterým je možno regulovat proud obvodem. Proud vzorkem bez dopadajícího záření odpovídá proudu majoritních nositelů proudu, které jsou ve vzorku díky dopování. Dopadající záření způsobí navýšení koncentrace jak majoritních tak minoritních nositelů což vede ke zvýšení proudu – fotovodivosti. To se projeví nárůstem napětí na zatěžovacím odporu P_3 , které je



Obrázek 4: Schema aparatury pro měření voltampérové charakteristiky hrotového kontaktu.

zesíleno zesilovačem HVA-10M-60F a snímáno na druhém kanálu osciloskopu. Tento kanál je potřeba nastavit do režimu AC vazby, jelikož potřebujeme detekovat jen relativně malé střídavé změny napětí díky dopadajícímu světlu. Při obdélníkovém buzení bychom měli pozorovat exponenciální náběh a pokles fotovodivosti, podobné jako na Obr. 1. Z exponenciálního poklesu, resp. nárůstu je pak možno určit dobu života, viz část 1.2.

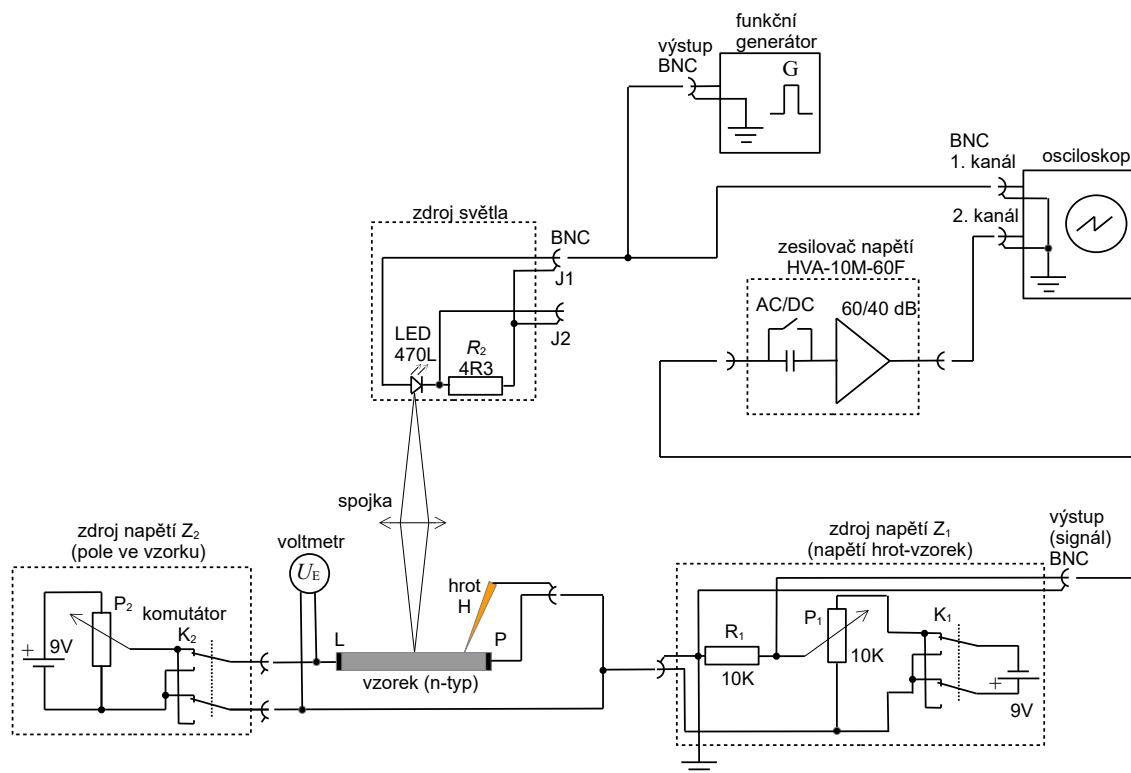
1.4.2 Voltampérová charakteristika hrotového kontaktu

Pro následná měření s hrotovým kontaktem může být užitečné proměřit voltampérovou charakteristiku kontaktu. Je možno například ověřit, zda se jedná o usměrňující kontakt, optimalizovat jeho usměrňující charakteristiky v závislosti na poloze na vzorku, a také zjistit typ vodivosti.

Obrázek 4 zobrazuje schema aparatury pro rychlé změření voltampérové charakteristiky. Používá se zde plovoucí zdroj střídavého napětí, jehož amplituda je regulována proměnným odporem P_4 a výsledné napětí přivedeno na hrot zapojený do série s odporem R_4 . Napětí na tomto odporu je úměrné proudu tekoucímu obvodem a je přivedeno na druhý kanál osciloskopu. Napětí na hrotu je přivedeno na první kanál osciloskopu. Při nastavení osciloskopu do režimu XY je pak zobrazena voltampérová charakteristika přechodu. Poznamenejme, že zdroj střídavého napětí je přiveden mezi neuzemněné kontakty (uzemněný je pravý kontakt vzorku P přes zemnění osciloskopu) a zdroj tedy musí být plovoucí. Např. není možno použít funkční generátor, jehož stíněný kontakt je uzemněný.

1.4.3 Měření časově rozlišené difuze minoritních nositelů bez elektického pole

Obrázek 5 ukazuje schema experimentu měření časově rozlišené difuze. Generace záření je v tomto experimentu shodná s předchozím schématem z Obr. 3 s tím hlavním rozdílem, že nyní nastavíme funkční generátor tak aby vytvářel relativně krátké pulzy (s šířkou asi 10–20 μs). Světelné pulzy jsou opět fokusovány na vzorek, ale zde je potřeba pomocí štěrbin fokusovat světlo na vzorku do úzkého pruhu, aby excitovaní nositelé proudu byli co nejvíce prostorově lokalizováni. Takto generovaní nositelé difundují do dalších částí vzorku. Jejich koncentraci (resp. signál úměrný koncentraci) v závislosti na vzdálenosti od místa excitace se měří pomocí Schottkyho diody vzniklé přiložením kovového (typicky wolframového) hrotu H na vzorek. Tato dioda je závěrně polarizována zdrojem napětí Z_1 . Pokud se v ochuzené oblasti u hrotu objeví nositelé generovaní světlem, zvýší se závěrný proud, což vede k zvýšení napětí na zatěžovacím odporu R_1 zdroje Z_1 , které měříme.



Obrázek 5: Schema aparatury pro měření časově rozlišené difuze minoritních nositelů v elektrickém poli a bez pole.

Obrázek 5 odpovídá situaci, kdy je v aparatuře vzorek typu n. Komutátor K_1 na zdroji Z_1 je nastaven tak, že na pravý kontakt vzorku P je přivedeno kladné napětí, kdežto hrot H je připojen k uzemněnému kontaktu (stínění). Majoritní nositelé (elektrony) jsou přitahováni od hrotu směrem ke kladnému pravému kontaktu na vzorku a vzniklá Schottkyho dioda je polarizována v závěrném směru. Přítomnost minoritních nositelů proudu (v tomto případě děr) v ochuzené oblasti pak způsobuje změnu proudu Schottkyho diodou. Difuzní konstanta a pohyblivost určená na vzorku typu n tak odpovídá děrám (na vzorku typu p elektronům), avšak měrná vodivost odpovídá majoritním nositelům, tedy elektronům.

Závěrná polarizace diody umožňuje relativně malé koncentrace nadbytečných nositelů díky fotoexcitaci vůbec změřit. Jednak proud v závěrném směru diody je mnohem menší oproti propustnému směru a tedy malá změna proudu je lépe měřitelná. Podruhé, vzhledem k platnosti rovnice $np = n_i^2$, kde n , p a n_i je koncentrace elektronů, děr resp. intrinsická koncentrace, je rovnovážná koncentrace minoritních nositelů mnohem menší než majoritních (cca o dva řády pro dopování vzorků použitých v tomto experimentu). Tedy absolutně malá změna koncentrace nositelů proudu díky fotoexcitaci představuje velkou relativní změnu minoritních nositelů, kdežto malou relativní změnu majoritních nositelů.

Změna napětí na zatežovacím odporu R_1 díky difuzi nositelů je stejně jako v předchozí části zesílena zesilovačem a detekována na druhém kanálu osciloskopu. Tento kanál je opět potřeba nastavit do režimu AC vazby, a signál dostatečně akumulovat pro zlepšení poměru signál/šum. Frekvenci buzení nastavíme tak, aby optimalizovala měřený signál, tzn. aby byla dostatečně

velká což přispívá k navýšení poměru signál/šum, ale zároveň aby následné pulzu nezasahovaly do měřeného časového intervalu. Frekvence blízko 2 kHz typicky splňují tyto požadavky.

V tomto experimentu je možno měřit časovou závislost proudu hrotem od pulzu pro různé vzdálenosti hrotu od místa excitace, tedy závislosti s teoretickým profilem zobrazeným na Obr. 2(c). Změna je provedena posuvem vzorku se zachováním polohy hrotu. Jak je vidět již na teoretické předpovědi, intenzita signálu poměrně rychle klesá se vzdáleností. V praxi tedy měříme typicky v rozsahu 1-3 mm. Modelováním těchto difuzních závislostí závislostmi (26) a (27) je možno určit difuzní konstantu minoritních nositelů D a dobu života τ .

1.4.4 Měření časově rozlišené difuze minoritních nositelů v elektrickém poli

V experimentu je možné také přiložit na vzorek napětí a měřit časově rozlišenou difuzi v elektrickém poli. Toto napětí zajišťuje zdroje Z_2 , viz Obr. 5, které přivádí stejnosměrné napětí až 9 V (regulovatelné potenciometrem P_2) mezi levý (L) a pravý (P) kontakt vzorku. V případě vzorku typu n je tedy na pravém kontaktu záporné napětí, které bude přitahovat díry (minoritní nositelé). Tímto způsobem je možné změřit časově rozlišenou difuzi v elektrickém poli, jejichž teoretické závislosti jsou vyneseny pro typické parametry na Obr. 2(d). Vzhledem k tomu, že již malé pole řádu několika V/cm udílí nositelům značnou rychlost, je signál měřitelný i na poměrně velkých vzdálenostech okolo 10 mm. Při měření vzorku typu p je zřejmě potřeba přepólovat komutátory K_1 a K_2 oproti situaci na Obr. 5.

Z tohoto typu experimentu je možno určit difuzní konstantu D (určující šířku profilů) a pohyblivost μ (určující polohu maxima pro danou vzdálenost). Při současné analýze alespoň dvou závislostí je možné určit také dobu života τ . Alternativně je možné vzít hodnotu τ z předchozích experimentů. Při vyhodnocování dat je dobré mít na zřeteli, že hodnoty D a μ odpovídají objemovému transportu nositelů náboje a měly by tedy být relativně reprodukovatelné např. při srovnávání hodnot obdržených z měření z různých míst vzorku (pokud je vzorek objemově homogenní), nebo při různých napětích. Hodnoty τ jsou do velké míry ovlivněny povrchovou rekombinací, a tudíž můžou být do značné míry závislé na místě, ve které jsou měřeny.

1.5 Úkoly pro měření a zpracování dat

1. Změřte rozměry vzorků germania a typ jejich majoritních nositelů pomocí znaménka termoelektrické síly.
2. Napájejte kontakty na vzorek a určete měrný odpor vzorků σ z měření odporu a jejich rozměrů.
3. Očistěte povrch vzorků leptáním ve vodném roztoku peroxidu vodíku.
4. Naměřte časovou závislost fotovodivosti vzorku při excitaci pomocí obdélníkového profilu, viz část 1.4.1. Z exponenciálního poklesu určete dobu života nositelů τ .
5. Změřte voltampérovou charakteristiku hrotového kontaktu, viz část 1.4.2.
6. Změřte časové závislosti koncentrace nositelů při lokální excitaci:
 - (a) v několika vzdálenostech od místa injekce bez elektrického pole. Z měření určete τ a D , viz část 1.4.3.

- (b) v závislosti na elektrickém poli pro několik vzdáleností hrotu od excitace, viz část 1.4.4. Z těchto měření určete D a μ se znalostí τ z předchozího experimentu, popřípadě taktéž určete τ .
7. Kvantifikujte nakolik hodnoty D a μ odpovídají předpovědi Einsteinovy-Smoluchowského rovnice (23).

Literatura:

- [1] H. Frank, V. Šnejdar: *Principy a vlastnosti polovodičových součástek*, SNTL - Nakladatelství technické literatury, Praha 1976.