

## 7 Úvod do testování hypotéz

**Dataset: 11-two-samples-means-skull.txt**

Datový soubor 11-two-samples-means-skull.txt obsahuje původní kraniometrické údaje o basion-bregmatické výšce lebky u 215 dospělých mužů a 107 dospělých žen ze starověké egyptské populace. Data pochází z archivních materiálů (Schmid, 1888).

**Popis proměnných v datasetu:**

- id ... pořadové číslo;
- pop ... populace (egant - egyptská starověká);
- sex ... pohlaví jedince (m - muž, f - žena);
- skull.H ... basion-bregmatická výška lebky (v mm).

### Příklad 7.1. Test o normalitě dat

Načtěte datový soubor 11-two-samples-means-skull.txt. Na hladině významnosti  $\alpha = 0.05$  testujte hypotézu, že náhodný výběr basion-bregmatických výšek lebky (skull.H) mužů starověké egyptské populace pochází z normálního rozdělení.

#### Řešení příkladu 7.1

- $H_0$  : Data pochází / nepochází z normálního rozdělení.
- $H_1$  : Data pochází / nepochází z normálního rozdělení.

Hladina významnosti  $\alpha = \dots$

| n | min | max |     |
|---|-----|-----|-----|
| 1 | 215 | 119 | 146 |

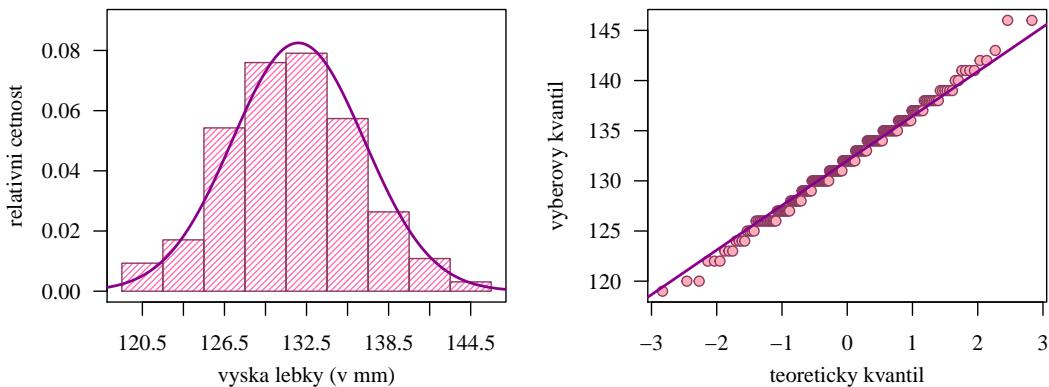
Náhodný výběr obsahuje údaje o basion-bregmatické výšce lebky ..... mužů starověké egyptské populace. Naměřené hodnoty se pohybují v rozmezí .....–..... mm. Protože rozsah náhodného výběru výšek lebky  $n \leq 30$  /  $30 < n \leq 100$  /  $n > 100$  použijeme na testování hypotézy o normalitě dat Shapirův-Wilkův / Andersonův-Darlingův / Lillieforsův test.

|     |           |  |   |
|-----|-----------|--|---|
| [1] | 0.1262537 |  | 1 |
|-----|-----------|--|---|

Protože  $p$ -hodnota  $p = \dots$  je větší / menší než  $\alpha = 0.05$ ,  $H_0$  zamítáme / nezamítáme na hladině významnosti  $\alpha = 0.05$ .

3

#### Grafická vizualizace rozdělení náhodného výběru



**Interpretace výsledků:** Náhodný výběr basion-bregmatických výšek lebky mužů starověké egyptské populace pochází / nepochází z normálního rozdělení.

★

### Dataset: 15-anova-means-skull.txt

Datový soubor 15-anova-means-skull.txt obsahuje původní kraniometrické údaje o výšce horní části tváře mužů z německé, malajské, čínské, peruánské a bantuské populace. Data pochází z archivních materiálů (Schmitd, 1888).

#### Popis proměnných v datasetu:

- id ... pořadové číslo;
- pop ... populace (nem - německá, mal - malajská, cin - čínská, per - peruánská, ban - bantuská);
- sex ... pohlaví jedince (m - muž);
- upface.H ... výška horní části tváře, přímá vzdálenost mezi body *nasion* a *prosthion* (v mm).

#### Příklad 7.2. Test o normalitě dat

Načtěte datový soubor 15-anova-means-skull.txt. Na hladině významnosti  $\alpha = 0.10$  testujte hypotézu, že náhodný výběr výšek horní části tváře (upface.H) mužů německé populace pochází z normálního rozdělení.

#### Rešení příkladu 7.2

- $H_0$  : Data ..... z normálního rozdělení.
- $H_1$  : Data ..... z normálního rozdělení.

Hladina významnosti  $\alpha = \dots$ .

| n | min | max |
|---|-----|-----|
| 1 | 19  | 76  |

4  
5

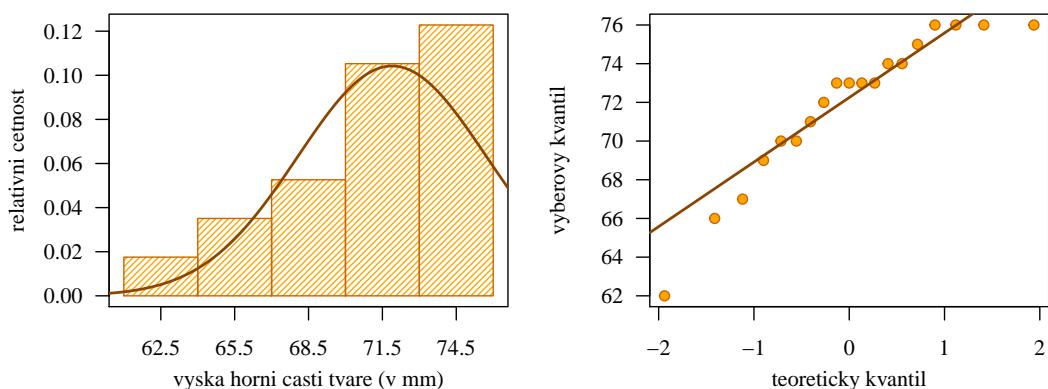
Náhodný výběr obsahuje údaje o výšce horní části tváře ..... mužů německé populace. Naměřené hodnoty se pohybují v rozmezí ..... mm. Protože rozsah náhodného výběru výšek horní části tváře  $n \leq 30$  /  $30 < n \leq 100$  /  $n > 100$  použijeme na testování hypotézy o normalitě dat Shapirův-Wilkův / Andersonův-Darlingův / Lillieforsův test.

[1] 0.04190113

6

Protože  $p$ -hodnota  $p = \dots$  je větší / menší než  $\alpha = 0.10$ ,  $H_0$  ..... na hladině významnosti  $\alpha = 0.10$ .

#### Grafická vizualizace rozdělení náhodného výběru



**Interpretace výsledků:** Náhodný výběr výšek horní části tváře mužů německé populace ..... z normálního rozdělení. ★

### Dataset: 19-more-samples-correlations-skull.txt

Datový soubor 19-more-samples-correlations-skull.txt obsahuje údaje o šířce nosu a o interorbitální šířce mužů z německé, malajské, čínské, peruánské a bantuské populace. Data pochází z archivních materiálů (Schmitd, 1888).

#### Popis proměnných v datasetu:

- pop ... populace (nem - německá, mal - malajská, cin - čínská, per - peruánská, ban - bantuská);
- sex ... pohlaví jedince (m - muž);
- nose.B ... šířka nosu (v mm);
- intorb.B ... interorbitální šířka (v mm).

#### Příklad 7.3. Test o dvouozměrné normalitě dat

Načtěte datový soubor 19-more-samples-correlations-skull.txt. Nechť náhodná veličina  $X$  popisuje šířku nosu a náhodná veličina  $Y$  popisuje interorbitální šířku mužů peruánské populace. Na hladině významnosti  $\alpha = 0.05$  testujte hypotézu, že náhodný vektor  $(X, Y)^T$  pochází z dvouozměrného normálního rozdělení.

#### Řešení příkladu 7.3

- $H_0$  : Data pochází / nepochází z dvouozměrného normálního rozdělení.
- $H_1$  : Data pochází / nepochází z dvouozměrného normálního rozdělení.

Hladina významnosti  $\alpha = \dots$ .

| n | min_X | max_X | min_Y | max_Y |
|---|-------|-------|-------|-------|
| 1 | 46    | 19    | 26    | 19    |

7  
8

Náhodný výběr obsahuje údaje o šířce nosu a interorbitální šířce ..... mužů peruánské populace. Hodnoty šířky nosu se pohybují v rozmezí .....-..... mm, hodnoty interorbitální šířky se pohybují v rozmezí .....-..... mm.

Dvouozměrnou normalitu otestujeme Mardiovým testem. Ten sestává z dvou částí: (a) z testu šikmosti

- $H_{0a}$  : Data vykazují / nevykazují kladné nebo záporné zešikmení.
- $H_{1a}$  : Data vykazují / nevykazují kladné ani záporné zešikmení.

(b) z testu špičatosti

- $H_{0b}$  : Data vykazují / nevykazují zešpičatění nebo zploštění.
- $H_{1b}$  : Data vykazují / nevykazují zešpičatění ani zploštění.

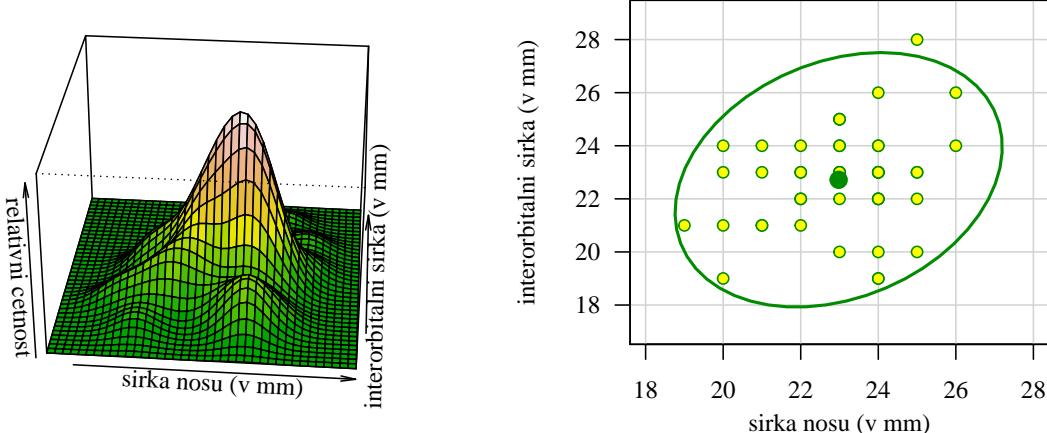
Data pochází z dvouozměrného normálního rozdělení, pokud nevykazují ani zešikmení ani zešpičatění.

|   | Test            | Statistic           | p value           | Result |
|---|-----------------|---------------------|-------------------|--------|
| 1 | Mardia Skewness | 4.27819772855481    | 0.369663150730262 | YES    |
| 2 | Mardia Kurtosis | -0.0684871107744411 | 0.945397880096616 | YES    |
| 3 | MVN             | <NA>                | <NA>              | YES    |

9  
10  
11  
12

Protože  $p$ -hodnota testu šikmosti  $p = \dots$  je menší / větší než  $\alpha = 0.05$ ,  $H_{0a}$  zamítáme / nezamítáme na hladině významnosti  $\alpha = 0.05$ . Data vykazují / nevykazují výrazné zešikmení. Protože  $p$ -hodnota testu špičatosti  $p = \dots$  je menší / větší než  $\alpha = 0.05$ ,  $H_{0b}$  zamítáme / nezamítáme na hladině významnosti  $\alpha = 0.05$ . Data vykazují / nevykazují výrazné zešpičatění nebo zploštění.

## Grafická vizualizace rozdělení náhodného výběru



Mimo 95% elipsu spolehlivosti leží ..... z celkového počtu ..... pozorování, tj. ..... %, tedy více / méně než 5 % dat.

**Interpretace výsledků:** Náhodný výběr šířky nosu a interorbitální šířky mužů peruánské populace pochází / nepochází z dvourozměrného normálního rozdělení. ★

### Dataset: 16-anova-head.txt

Datový soubor 16-anova-head.txt obsahuje antropometrické údaje mladých dospělých lidí, převážně studentů vyšokých škol z Brna a Ostravy (Králík, nepublikovaná data).

#### Popis proměnných v datasetu:

- sex ... pohlaví jedince (m - muž, f - žena);
- sexor ... sexuální orientace (op - výlučně opačné pohlaví, sa - ostatní)
- obra ... existence staršího bratra (yes - ano, no - ne)
- head.L ... délka hlavy, vzdálenost mezi body *glabella* a *opisthocranion* (v mm);
- bizyg.W ... šířka tváře, vzdálenost obou bodů *zygion* *dakryon* (v mm).

#### Příklad 7.4. Test o dvourozměrné normalitě dat

Načtěte datový soubor 16-anova-head.txt. Nechť náhodná veličina  $X$  popisuje délku hlavy a náhodná veličina  $Y$  popisuje šířku tváře žen. Na hladině významnosti  $\alpha = 0.10$  testujte hypotézu, že náhodný vektor  $(X, Y)^T$  pochází z dvourozměrného normálního rozdělení.

#### Řešení příkladu 7.4

- $H_0$  : Data ..... z dvourozměrného normálního rozdělení.
- $H_1$  : Data ..... z dvourozměrného normálního rozdělení.

Hladina významnosti  $\alpha = \dots$

| n | min_X | max_X | min_Y | max_Y   |
|---|-------|-------|-------|---------|
| 1 | 100   | 170   | 205   | 120 151 |

13  
14

Náhodný výběr obsahuje údaje o délce hlavy a šířce tváře ..... žen. Naměřené hodnoty délky hlavy se pohybují v rozmezí .....–..... mm, naměřené hodnoty šířky tváře se pohybují v rozmezí .....–..... mm.

Dvouozměrnou normalitu otestujeme Mardiovým testem. Ten sestává z dvou částí: (a) z testu šikmosti

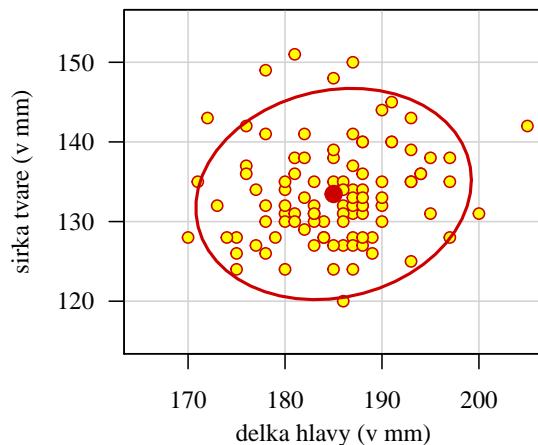
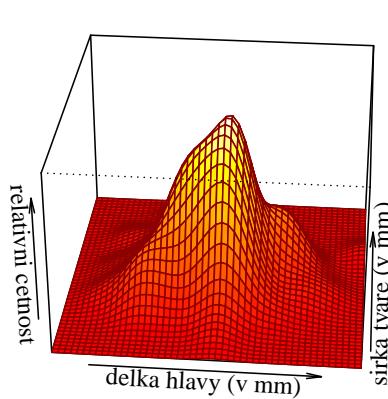
- $H_{0a}$  : Data ..... kladné ani záporné zešikmení.
- $H_{1a}$  : Data ..... kladní ani záporné zešikmení.

(b) z testu špičatosti

- $H_{0b}$  : Data ..... zešpičatění nebo zploštění.
- $H_{1b}$  : Data ..... zešpičatění nebo zploštění.

|   | Test            | Statistic         | p value           | Result |
|---|-----------------|-------------------|-------------------|--------|
| 1 | Mardia Skewness | 9.8656660128771   | 0.042752347786637 | NO     |
| 2 | Mardia Kurtosis | 0.604444695534365 | 0.545548027690992 | YES    |
| 3 | MVN             | <NA>              | <NA>              | NO     |

Protože  $p$ -hodnota testu šikmosti  $p = \dots$  je větší / menší než  $\alpha = 0.10$ ,  $H_{0a}$  zamítáme / nezamítáme na hladině významnosti  $\alpha = 0.10$ . Data vykazují / nevykazují výrazné zešikmení. Protože  $p$ -hodnota testu špičatosti  $p = \dots$  je větší / menší než  $\alpha = 0.10$ ,  $H_{0b}$  zamítáme / nezamítáme na hladině významnosti  $\alpha = 0.10$ . Data vykazují / nevykazují výrazné zešpičatění nebo zploštění.



Mimo 90% elipsu spolehlivosti leží ..... z celkového počtu ..... pozorování, tj. ..... %, tedy ..... než 10 % dat.

**Interpretace výsledků:** Náhodný výběr délek hlavy a šířek tváře žen ..... z dvouozměrného normálního rozdělení. ★