

Téma 2. Veličiny popisující pohyb těles – křivočaré pohyby, vrhy

Úloha 2.1.

Fotbalista udělí míči při výkopu rychlost o velikosti $v_0 = 40,0 \text{ m s}^{-1}$ pod úhlem 30° od vodorovné roviny. Tíhové zrychlení má velikost $g = 9,81 \text{ m s}^{-2}$. Soustava souřadnic v rovině letu míče je zvolena tak, že počátek je na zemi v místě vykopnutí (nepřesnosti zanedbejte), osa x je vodorovná a míří do bodu dopadu míče, osa y je svislá a míří vzhůru. Zodpovězte následující otázky za předpokladu, že zanedbáme odpor vzduchu proti pohybu míče:

- Jak daleko od místa výkopu míč dopadne? Mohl by fotbalista docílit toho, aby míč doletěl ještě dál, když už nedokáže zvýšit velikost počáteční rychlosti?
- Jak vysoko vyletí míč, je-li vymrštěn pod úhlem 30° ?
- Jaká je průměrná rychlost míče (složky a velikost) v časovém intervalu $[0; t_d] \text{ s}$, je-li t_d okamžik dopadu na vodorovnou zem a došlo-li k výkopu míče v okamžiku $t = 0,0 \text{ s}$?
- Jaké je zrychlení míče v okamžiku, kdy dosáhl nejvyššího bodu své trajektorie? Jaké je jeho zrychlení bezprostředně po výkopu?

Úloha 2.2

Střelec zasáhl terč ležící ve vzdálenosti 1500m od ústí hlavně na stejné vodorovné úrovni s ní. Počáteční rychlost střely při opuštění hlavně má velikost $v_0 = 250 \text{ m s}^{-1}$. Tíhové zrychlení má velikost $g = 9,81 \text{ m s}^{-2}$. Soustava souřadnic v rovině letu střely je zvolena tak, že počátek je u ústí hlavně (nepřesnosti zanedbejte), osa x je vodorovná a míří do bodu dopadu střely (k terči), osa y je svislá a míří vzhůru. Zodpovězte následující otázky za předpokladu, že zanedbáme odpor vzduchu proti pohybu střely:

- Jaký úhel svírala hlaveň v okamžiku výstřelu s vodorovnou rovinou?
- Jaká by byla průměrná rychlost střely (složky a velikost) v časovém intervalu $[0; T] \text{ s}$, kde T je okamžik dosažení nejvyššího bodu trajektorie střely, kdyby hlaveň v okamžiku výstřelu $t = 0,0 \text{ s}$ svírala s vodorovnou rovinou úhel 30° ?
- Jaká je rychlost střely v okamžiku dopadu na terč v případě a)?
- Jaké je zrychlení střely bezprostředně před dopadem na zem? Jaké je její zrychlení v nejvyšším bodě trajektorie?

Úloha 2.3

Z dolního okraje okna ve výšce h nad vodorovným povrchem Země jsou v okamžiku $t = 0 \text{ s}$ vyhozeny dvě koule. První koule má hmotnost m a je vyhozena rychlostí o velikosti v_0 přímo svisle dolů. Druhá koule má hmotnost $2m$ a je vyhozena rychlostí o dvojnásobné velikosti, tj. $2v_0$ vodorovným směrem. Tíhové zrychlení je \vec{g} . Obě koule považujte za hmotné body. Odpor prostředí je zanedbatelný. Zvolte vhodně soustavu souřadnic.

- Porovnejte dobu, za kterou jednotlivé koule dopadnou na zem.
- Pomocí zadaných veličin určete rychlost každé koule (velikost a směr) v okamžiku dopadu.
- Jak daleko od místa, nad nímž byly koule vypuštěny, dopadne na vodorovný povrch druhá koule?

Úloha 2.4

Letadlo letí vodorovně stálou rychlostí o velikosti v_0 vzhledem k povrchu Země. V okamžiku $t = 0$ s pilot volně vypustí z letadla malý těžký balík (hmotný bod) o hmotnosti m . Tíhové pole Země považujeme za homogenní, s tíhovým zrychlením o velikosti g . Vztažnou soustavu spojenou se Zemí považujeme za inerciální, odpor prostředí proti pohybu balíku je zanedbatelný.

- Jaký pohyb koná balík vzhledem k pozorovateli stojícími na povrchu Země? Jaký pohyb koná balík vzhledem k pilotovi letadla?
- Vyjádřete velikost rychlosti balíku v závislosti na čase během doby jeho letu (před dopadem).
- Vypočítejte úhel, který svírá vektor rychlosti balíku s vodorovnou rovinou v závislosti na čase během doby jeho letu

Úloha 2.5

Proud vody tryská ze zahradní hadice vodorovně rychlostí o velikosti $v_0 = 5,0 \text{ m s}^{-1}$. Tíhové zrychlení má velikost $g = 9,8 \text{ m s}^{-2}$. Ústí hadice je ve výšce $h = 2,5 \text{ m}$ vodorovným záhonem. Soustava souřadnic v rovině vodního proudu je zvolena tak, že počátek je na záhonu pod místem ústí hadice (nepřesnosti zanedbejte), osa x je vodorovná, osa y je svislá a míří vzhůru. Zodpovězte následující otázky za předpokladu, že zanedbáme odpor vzduchu proti pohybu vodního proudu:

- Jak daleko je bod dopadu vodního proudu na záhon od paty kolmice spuštěné z ústí hadice na záhon (tj. od počátku soustavy souřadnic)? Jaká je vzdálenost ústí hadice od místa dopadu vodního proudu na záhon?
- Jakou rychlost (složky a velikost) má vodní proud při dopadu na záhon?
- Jak závisí zrychlení elementu vodního proudu na čase v časovém intervalu $[0, T]$, kde $t = 0$ s je okamžik, kdy element kapaliny opustí ústí hadice a T okamžik jeho dopadu?

Úloha 2.6

Chlapec vystřelí z praku pod úhlem $\alpha = 30^\circ$ měřeným vzhledem k vodorovné rovině. Míří přitom přesně na šišku o hmotnosti m visící na stromě ve výšce $h_1 = 3,5$ m nad zemí. Výška, nad zemí, v níž kámen opustí prak, je $h_2 = 1,5$ m. Povrch Země v daném místě je vodorovný. Počáteční rychlost střely má vzhledem k zemi velikost v , její hmotnost je M . Právě v okamžiku, kdy střela vyletí z hlavně ($t = 0$ s), šiška upadne. Tíhové pole Země považujeme za homogenní, s tíhovým zrychlením o velikosti $g = 10 \text{ ms}^{-1}$. Vztažnou soustavu spojenou se Zemí považujeme za inerciální, odpor prostředí proti pohybu těles (hmotných bodů) je zanedbatelný. Pohyb obou těles sledujeme pouze v časovém intervalu, než některé z nich dopadne na zem, nebo než se srazí.

- Za jak dlouho dopadne šiška na zem, jestliže ji kámen nezasáhne? Jak velká bude v okamžiku dopadu její rychlost?
- Stanovte podmínku/podmínky pro to, aby kámen zasáhl šišku během jejího pádu.
- Jak závisí řešení úlohy na hmotnostech šišky a kamene?

Úloha 2.7

Hmotný bod se pohybuje po ose x . V časovém intervalu $t \in (0, 0; 2, 0)$ s je jeho pohyb rovnoměrný přímočarý s rychlostí $\vec{v} \sim (v_x)$, v intervalu $t \in (2, 0; 5, 0)$ s je rovnoměrně zrychlený se zrychlením $\vec{a} \sim (a_x)$. Určete v_x a a_x , jestliže je dáno (čas je v sekundách): $x(0, 0) = 0, 0$ m, $x(2, 0) = 0, 6$ m, $x(5, 0) = 0, 6$ m.