

Téma 7. Práce a mechanická energie, dvoučásticová izolovaná soustava

Úloha 7.1

V rovině je zadáno silové pole $\vec{F} \sim (F_x(x, y), F_y(x, y)) = \left(\frac{kx}{x^2 + y^2}, \frac{ky}{x^2 + y^2} \right) \text{N}$, kde k je rozměrová konstanta.

- Určete fyzikální rozměr konstanty k .
- Zjistěte, zda je dané silové pole konzervativní, či nikoli.
- Vypočítejte práci daného silového pole po kružnici o poloměru R , jejíž střed leží v počátku soustavy souřadnic, při jednom oběhu částice v kladném geometrickém smyslu z A bodu o souřadnicích $x_A = -R, y_A = 0$ do bodu A .

Úloha 7.2

V rovině je zadáno silové pole $\vec{F} \sim (F_x(x, y), F_y(x, y)) = \left(\frac{kx}{x^2 + y^2}, -\frac{ky}{x^2 + y^2} \right) \text{N}$, kde k je rozměrová konstanta.

- Určete fyzikální rozměr konstanty k .
- Zjistěte, zda je dané silové pole konzervativní, či nikoli.
- Vypočítejte práci daného silového pole po kružnici o poloměru R , jejíž střed leží v počátku soustavy souřadnic, při jednom oběhu částice v záporném geometrickém smyslu z A bodu o souřadnicích $x_A = R, y_A = 0$ do bodu A .

Úloha 7.3

Družice obíhá kolem Země po kružnici. Soustavu družice-Země považujte za izolovanou a předpokládejte, že vztažná soustava spojená se Zemí je inerciální. Řešte následující úkoly:

- Je pohyb družice kolem Země rovnoměrný, či nikoli? Zdůvodněte.
- Na základě znalosti Newtonova gravitačního zákona (silový zákon o vzájemném působení dvojice hmotných bodů – Zemi v této úloze považujte za hmotný bod) odvoďte třetí Keplerův zákon.

Úloha 7.4

Uvažujme o izolované soustavě dvou částic 1 a 2 o konstantních hmotnostech m a M , polohových vektorech $\vec{r}(t)$ a $\vec{R}(t)$, rychlostech $\vec{v}(t)$ a $\vec{V}(t) \sim \vec{V}(t)$ a zrychleních $\vec{a}(t)$ a $\vec{A}(t)$. Pohyb soustavy popisujeme v jisté inerciální vztažné soustavě $S = \langle O; x, y, z \rangle$. Interakce částic je popsána centrálními silami \vec{F}_{12} (působení částice 1 na částici 2) a \vec{F}_{21} (působení částice 2 na částici 1). Vyjádřete:

- celkovou hybnost soustavy vzhledem k soustavě S ,

- b) celkovou hybnost soustavy vzhledem k inerciální vztažné soustavě spojené se středem hmotnosti soustavy částic 1 a 2,
- c) celkový moment hybnosti soustavy vzhledem k soustavě S ,
- d) celkový moment hybnosti soustavy vzhledem k inerciální soustavě spojené se středem hmotnosti soustavy částic 1 a 2.
- e) Zachovávají se veličiny celková hybnost a celkový moment hybnosti soustavy? Zdůvodněte.

Úloha 7.5

Uvažujme o izolované soustavě dvou částic 1 a 2 o konstantních hmotnostech m a M , polohových vektorech $\vec{r}(t)$ a $\vec{R}(t)$, rychlostech $\vec{v}(t)$ a $\vec{V}(t) \sim V(t)$ a zrychleních $\vec{a}(t)$ a $\vec{A}(t)$. Pohyb soustavy popisujeme v jisté inerciální vztažné soustavě $S = \langle O; x, y, z \rangle$. Interakce částic je popsána centrálními silami \vec{F}_{12} (působení částice 1 na částici 2) a \vec{F}_{21} (působení částice 2 na částici 1), závislými na vektorové veličině $\vec{r}(t) - \vec{R}(t)$. Vyjádřete:

- a) kinetickou energii soustavy částic 1 a 2 vzhledem k vztažné soustavě S ,
- b) zjistěte a zdůvodněte, zda soustavě částic 1 a 2 lze přisoudit potenciální energii, a v kladném případě ji vyjádřete (jako celkovou práci interakčních sil).
- c) Zachovávají se některé z veličin s významem energie? Které? Zdůvodněte.

Úloha 7.6

Určete výšku nad povrchem Země, do níž je nutné vyslat družici, aby byla stacionární. Potřebné číselné hodnoty vyhledejte v příslušných tabulkách. Ověřte, zda pro takovou družici platí třetí Keplerův zákon.

Úloha 7.7

Těleso (hmotný bod) o hmotnosti m bylo vrženo z věže vodorovně rychlostí \vec{v}_0 . Prostředí klade jeho pohybu odpor vyjádřený silou Stokesova typu, $\vec{F}_{\text{odp}} = -k\vec{v}$, kde \vec{v} je okamžitá rychlost tělesa a k je kladná konstanta. Těleso dopadlo na vodorovnou rovinu ve vzdálenosti D od paty věže. Laboratorní vztažnou soustavu považujte za inerciální, tíhové pole Země za homogenní (tíhové zrychlení je \vec{g}). Určete

- a) velikost rychlosti tělesa při dopadu,
- b) práci odporové síly během letu.

Číselně řešte pro hodnoty $m = 1,0 \text{ kg}$, $v_0 = 10 \text{ ms}^{-1}$, $k = 3,0 \cdot 10^{-6} \text{ kg s}^{-1}$, $m = 1; 0 \text{ kg}$,

$D = 30 \text{ m}$, $g = 9,8 \text{ ms}^{-2}$.