

## Téma 8. Soustavy částic, impulsové věty

### Úloha 8.1

Hmotný bod o hmotnosti  $m$  obíhá úhlovou rychlostí  $\vec{\omega}$  (obecně závislou na čase) po kružnici o poloměru  $q$  se středem  $C$ , která leží v rovině  $\sigma$  kolmé k ose  $o$ , přičemž  $C \in o$ . Osa  $o$  je pevná v inerciální vztažné soustavě  $S$ , k níž vztahujeme všechny veličiny.

Polohový vektor hmotného bodu vzhledem ke vztažnému bodu  $O \in o$  je  $\vec{r}$ , okamžitá rychlost je  $\vec{v}$ . Rozklad polohového vektoru ve tvaru  $\vec{r} = \vec{q} + \vec{s}$ , kde  $\vec{q} \perp o$ ,  $\vec{s} \parallel o$  je zřejmý z obrázku.

Zvolte vhodně soustavu souřadnic spojenou s vztažnou soustavou  $S$  a určete v ní složky momentu hybnosti hmotného bodu vzhledem k bodu  $O$ . Průvodič  $\vec{r}$  svírá s osou úhel  $\vartheta$ .

### Úloha 8.2

Dvoučasticová izolovaná soustava je tvořena dvěma objekty (hmotnými body) o hmotnostech  $m$  a  $M$  navzájem na sebe působícími gravitačními silami (model dvojhvězdy). Předpokládejte, že jejich vzdálenost je stálá a rovna  $d$ . Ukažte, že ve vztažné soustavě spojené se středem hmotnosti soustavy (a nerotující vzhledem k inerciálním soustavám) koná každé z těles periodický pohyb po kružnici. Určete periodu těchto pohybů a poloměry kružnic.

### Úloha 8.3

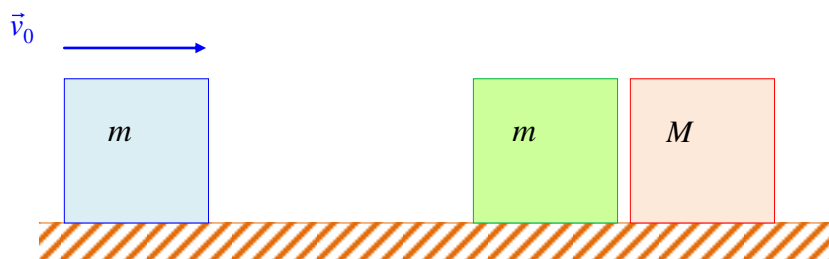
Dvoučasticová izolovaná soustava s pružnou interakcí je tvořena dvěma tělisky o hmotnostech  $m$  a  $M$  spojených pružinou o tuhosti  $k$ . Délka nenapjaté pružiny je  $d$ . Celkový moment hybnosti soustavy vzhledem k vztažné soustavě  $S$  spojené se středem hmotnosti dvojice a nerotující vzhledem k inerciálním vztažným soustavám (tzv. těžišťová vztažná soustava) je nulový, celková mechanická energie je  $E_0$ . Určete amplitudu kmitu soustavy  $x_0$  užitím zákona zachování mechanické energie a odvoďte periodu kmitu. Číselně řešte pro hodnoty  $m = 0,15 \text{ kg}$ ,  $M = 0,30 \text{ kg}$ ,  $k = 160 \text{ Nm}^{-1}$ ,  $E_0 = 0,40 \text{ J}$ ,  $d = 0,20 \text{ m}$ .

### Úloha 8.4

Střela je vystřelena z děla pod úhlem  $\alpha = 45^\circ$  vzhledem k vodorovné rovině počáteční rychlostí o velikosti  $v_0 = 500 \text{ ms}^{-1}$ . V nejvyšším bodě své dráhy se roztrhne na dvě části o stejných hmotnostech, z nichž jedna má v okamžiku roztržení střely nulovou rychlost. Do jaké vzdálenosti dopadne druhá část střely od místa dopadu první části střely, je-li terén vodorovný? Která část střely dopadne na zem dříve? Odpor prostředí proti pohybu střel zanedbejte.

### Úloha 8.5

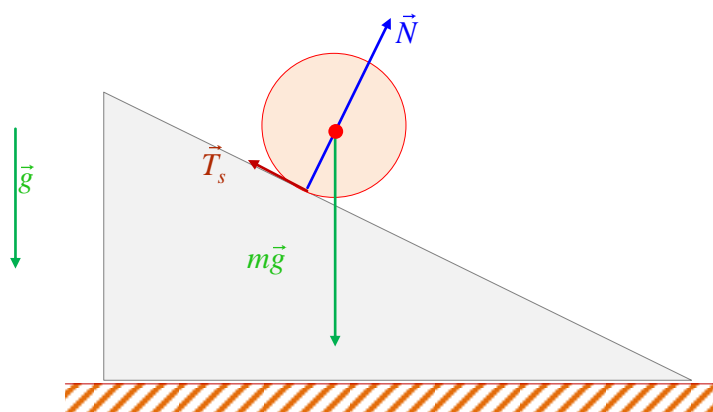
Tři krychle o hmotnostech  $m$  (modrá),  $m$  (zelená) a  $M$  (červená) se mohou pohybovat bez tření po vodorovné podložce. Krychle považujte za hmotné body.



Mezi zelenou a červenou krychlí je mezera o zanedbatelné velikosti. Zelená a červená krychle jsou v klidu. Modrá krychle se pohybuje rychlostí  $\vec{v}_0$  a narazí do zelené krychle a ta do červené. Určete rychlosti všech krychlí po těchto srážkách. Určete, zda dojde ještě k dalším srážkám a ke kolika. Odpor prostředí proti pohybu krychlí zanedbejte. Srážky považujte za dokonale pružné.

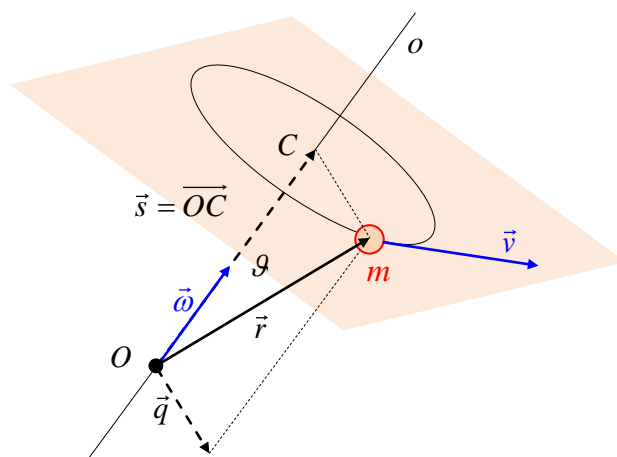
### Úloha 8.6

Po nakloněné rovině o úhlu sklonu  $\alpha$  se může valit bez prokluzování dutý válec s vnějším poloměrem  $R$  a vnitřním poloměrem  $r$ . Hmotnost válce je  $m$  a rozložení jeho hmotnosti je homogenní (hmotnost je rozložena s konstantní hustotou).



### Úloha 8.7

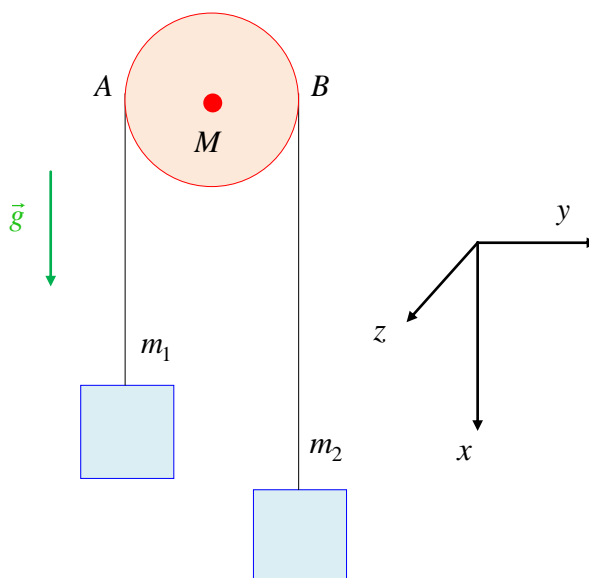
Kladka o hmotnosti  $M = 3,0$  kg má tvar homogenního válce o poloměru podstavy  $r = 10$  cm (zanedbejte drážku) a kolem své osy se může otáčet bez tření. Přes kladku je vedeno ohebné lano neproměnné délky a zanedbatelné hmotnosti. Na jeho koncích visí závaží o hmotnostech  $m_1 = 3,0$  kg a  $m_2 = 2,5$  kg (hmotné body). Lano po kladce neklouže. Určete



Určete

- zrychlení středu hmotnosti válce,
- úhlové zrychlení bodů na jeho obvodu,
- celkovou sílu, jíž působí na válec nakloněná rovina.

Úlohu řešte vzhledem k laboratorní soustavě, kterou považujeme za inerciální. Odpor prostředí zanedbejte.



- zrychlení kostek,
- úhlové zrychlení kladky,
- velikosti tahových sil, jimiž lano působí na kostky,
- velikost a směr síly, jíž působí závěs na osu kladky.

Tíhové zrychlení má velikost  $g = 9,8 \text{ ms}^{-2}$ .