South Bohemia Mathematical Letters
Volume 29, (2021), No. 1, 47-57.

DISTANČNÍ VÝUKA VYSOKOŠKOLSKÉ MATEMATIKY BADATELSKY?

LUKÁŠ MÁSILKO, TERÉZIA ČERNÁ

Abstrakt. Studenti matematiky se často učí procedurálním způsobem, a tak si netvoří hlubší konceptuální porozumění, díky němuž by své znalosti mohli později uplatnit v jiných oborech či využít v životě. Cílem mezinárodního projektu Platinum je ověřit, zda badatelsky orientované pojetí výuky a studia pomůže změnit tento trend týkající se i vysokoškolských studentů. V článku jsou popsány hlavní cíle a výstupy projektu Platinum a nabídnuty ukázky badatelsky orientovaných úkolů, které byly zařazeny během distanční formy výuky na Masarykově univerzitě.

Úvod

Předchozí tři a půl roku (září 2018 až prosinec 2021) jsme se jako učitelé matematických kurzů na Masarykově univerzitě zapojili do mezinárodního projektu PLATINUM[1] financovaného Evropskou unií v rámci programu Erasmus+. Naší snahou bylo změnit přístup ve výuce našich předmětů a posunout jej od čistě procedurálního způsobu výuky a studia, při němž studenti často pouze reprodukují učitelem předkládané matematické postupy, k více badatelsky orientovanému pojetí. Bádání[2] chápeme jako aktivitu, při které studenti pracují podobným způsobem jako vysokoškolští učitelé a vědci připravující své kurzy či odborné články [1]. Je založeno na „pokládání otázek a hledání odpovědí, rozpoznávání problémů a hledání jejich řešení, objevování a zkoumání, abychom zjistili více o tom, co děláme, a mohli to pak dělat lépe“ [2]. Během bádání studenti spolupracují v malých skupinkách, hledají informace v různých zdrojích, používají nástroje ke sběru, analýze a interpretaci dat, pozorují, činí hypotézy, navrhují vysvětlení a komunikují výsledky své práce s ostatními [3].

I my jsme, ve spolupráci s partnery projektu PLATINUM, bádali a objevovali možnosti, jak studenty našich vysokoškolských matematických předmětů vést k hlubšímu konceptuálnímu porozumění probíraných témat a k lepšímu pochopení vztahů a souvislostí v matematice. „Doufáme, že s pomocí badatelsky orientovaného přístupu se naši studenti budou dále zdokonalovat ve schopnosti zkoumat a řešit problémy, pocítí uspokojení z toho, že rozumí tomu, co dělají a proč to dělají, a že je bude matematika bavit“ [4].

[1]PLATINUM – Partnership for Learning and Teaching in University Mathematics

[2]V anglicky psané literatuře se používá pojem *inquiry*, či *inquiry-based mathematical education.*

Received by the editors: 28.02.2022

2020 Mathematics Subject Classification: 97D40, 97H60, 15A09.

Keywords and phrases: Inquiry-based education, mathematics, university, distance teaching, distance learning.

1. Představení projektu PLATINUM

Prostřednictvím projektu PLATINUM návazalo spolupráci osm univerzit ze sedmi evropských zemí: Universitet i Agder (koordinátor, Norsko), Gottfried Wilhelm Leibniz Universität Hannover (Německo), Loughborough University (Velká Británie), Borys Grinchenko Kyiv University (Ukrajina), Universidad Complutense de Madrid (Španělsko), Universiteit van Amsterdam (Nizozemí), Vysoké učení technické v Brně a Masarykova univerzita. Společným cílem partnerů bylo modernizovat matematické kurzy, které vyučují, a obohatit je začleněním badatelsky orientovaných úkolů či výukových jednotek[3], které umožní studentům hlubší konceptuální porozumění probíraných témat. Součástí projektového týmu byli jak vysokoškolští učitelé matematiky, tak i vědci zabývající se didaktikou matematiky, kteří společně vytvořili širokou komunitu lidí vzájemně se obohacujících o poznatky a zkušenosti z badatelsky orientované výuky.

Projektová spolupráce byla ovlivněna restrikcemi spojenými s pandemií Covidu-19, a tak stejně jako učitelé matematiky všech typů a stupňů škol jsme i my byli nuceni změnit řadu věcí, ať už formu setkávání mezi projektovými partnery, metody výuky a komunikace se studenty, či způsob, jakým představíme výsledky naší práce veřejnosti. Naše hlavní cíle však zůstaly stejné, a to připravit:

- knihu *Inquiry in University Mathematics Teaching and Learning. The Platinum Project* [4], v níž budou uvedeny základní informace o projektu a jeho vymezení či teoretickém zázemí; rady pro vytváření badatelsky orientovaných výukových aktivit; metody hodnocení efektivity badatelsky orientované výuky; a případové studie se zkušenostmi jednotlivých univerzit,
- databázi badatelsky orientovaných výukových jednotek včetně informací o možnostech jejich použití (např. očekávané vstupní znalosti studentů, odhadovaný čas potřebný pro realizaci ve vyučovací hodině, výukové cíle atd.) a doporučení ohledně přístupnosti pro studenty se specifickými potřebami z důvodu zdravotního postižení či znevýhodnění.

Příprava knihy je v době psaní tohoto článku dokončena a chystá se její tisk. Databáze badatelsky orientovaných výukových jednotek bude v brzké době přístupná na webu projektu PLATINUM[4].

2. Bádání v praxi (Algebra 2)

Na základě zkušeností získaných během projektu Platinum jsme se rozhodli v semestru podzim 2019 doplnit badatelsky orientované úkoly a výukové jednotky v seminářích předmětu Algebra 2 vyučovaného na Pedagogické fakultě Masarykovy univerzity. Tento kurz zaměřený na výuku lineární algebry navštěvuje každý rok přibližně 70 studentů, budoucích učitelů matematiky na 2. stupni ZŠ. Je realizován formou dvouhodinové přednášky a dvouhodinového semináře týdně, přičemž v seminárních skupinách většinou bývá až

[3]Výukovou jednotkou máme na mysli delší, tématicky ucelenou výukovou aktivitu v rámci vyučovací hodiny, ať už semináře či přednášky.

[4]`https://platinum.uia.no/`

25 studentů. Zatímco v semestru podzim 2019 byl kurz vyučován prezenčně, další rok na podzim 2020 byl z důvodu univerzitních i vládních opatření spojených s pandemií Covid-19 převeden kompletně do distanční podoby.

2.1. **Hlavní výzvy distanční výuky.** Vzhledem k převedení výuky předmětu do distanční podoby jsme, stejně jako většina učitelů na školách všech typů a stupňů, řešili řadu výzev souvisejících se zajištěním efektivní komunikace a interakce mezi učitelem a studenty, a to především při těchto aktivitách:

- sledování studentů při práci, výpočtech a okamžitá zpětná vazba na jejich počínání,
- interakce se studenty – poznání, zda rozumí probíranému tématu či problému, diskuze,[5]
- ověřování znalostí formou písemného testování,
- skupinová práce při řešení zadaného problému.

Přednášky i semináře byly vedeny v *MS Teams*. Pro sledování samostatné aktivity studentů byl používán online nástroj *Socrative*[6]. Učitel v něm předem připravil kvíz, který na začátku vyučovací hodiny zpřístupnil studentům. Kvíz obsahoval otázky vztahující se k příkladům řešených studenty na hodině a týkající se postupu výpočtu nebo konkrétních výsledků. Studenti odpovídali na kvízové otázky průběžně během samostatné práce. Učitel jejich odpovědi sledoval, podával verbálně okamžitou zpětnou vazbu na jejich správnost a diskutoval s jednotlivci o způsobu jejich řešení. Měl navíc přehled o tom, kolik studentů má již aktuálně zadaný úkol hotový, a mohl tak lépe odhadnout, kdy pokračovat v další výukové aktivitě.

Pro skupinovou práci byly použity *break-out rooms*, které aplikace *MS Teams* nabízí. Učitel tak mohl jednotlivé místnosti navštěvovat a diskutovat s členy skupiny, odpovídat na jejich otázky či podněty atd.

Při písemném ověřování znalostí a dovedností studentů jsme využili testovacího prostředí „Odpovědníky“, kterým disponuje Informační systém Masarykovy univerzity. Otázky byly do testu (tj. odpovědníku) náhodně generovány z různých sad obsahujících vždy několik desítek typově stejných příkladů lišících se pouze ve vstupních hodnotách. Každý student tak pracoval s unikátním zadáním a jeho úkolem bylo zapsat finální řešení, případně i mezivýsledky, do editačních polí nebo z nabízených variant vybrat správné tvrzení. Navíc jsme požadovali, aby studenti ihned po ukončení testu odevzdali písemné řešení zadaných otázek (příkladů) v naskenované podobě. Během testu byli přihlášeni ke schůzce v MS Teams se zapnutými kamerami, takže jsme měli možnost je pozorovat při práci a ztížit jim případnou kooperaci s další osobou. 1. unikátní zadání pro každého studenta; 2. vizuální sledování při práci; 3. odevzdání naskenovaného písemného řešení, to byla tři hlavní opatření, pomocí nichž jsme se snažili zamezit podvodům, tj. spolupráci více studentů na tvorbě řešení, pomoci cizí osoby či generování výsledků pomocí CAS nástrojů (Wolfram Alpha, Geogebra atd.).

[5]Ve výuce přednášek i seminářů jsme striktně nevyžadovali zapnutí kamery, naopak mikrofon měl mít zapnutý pouze ten student, který hovořil.

[6]`https://www.socrative.com/`

Informace o badatelské výukové jednotce. V tomto článku bychom rádi představili badatelsky orientovanou výukovou jednotku, kterou jsme pro předmět Algebra 2 připravili. Je věnována dvěma tématům: základním binárním operacím s maticemi (především sčítání a násobení) a inverzním maticím, respektive jejich výpočtu (pomocí Gauss-Jordanovy metody) a využití pro řešení systému n rovnic o n neznámých (n je přirozené číslo). Součástí výukové jednotky jsou dvě strukturované badatelské aktivity, které jsou založeny na myšlence „specializace – generalizace“ [5], tj. že si studenti nejdříve vyzkouší praktickou manipulaci s pojmy reprezentovanými konkrétními objekty, aby následně odvodili obecné vlastnosti těchto pojmů.

Předchozí znalosti studentů: Měl by být znám pojem samotné matice a jejích elementárních úprav.

Průběh celé výukové jednotky – semináře (100 minut):

(1) Výklad (opakování z přednášky) s ukázkou, jak sčítat a násobit matice (bez podrobnějšího rozboru);
(2) Pracovní list – násobení matic (badatelsky orientovaná aktivita – viz níže);
(3) Motivace k zavedení inverzních matic, tj. k jakému účelu je můžeme využít;
(4) Vysvětlení, jak použít Gauss-Jordanovu metodu pro nalezení inverzní matice, uvedení podmínek pro vstupní matici, ukázky výpočtu inverzní matice;
(5) Pracovní list – Gauss-Jordanova metoda (badatelsky orientovaná aktivita – viz níže);
(6) Řešení systému lineárních rovnic pomocí inverzní matice.

Průběh práce s pracovními listy (badatelská část výuky): Studenti se rozdělí do skupin po 2 až 4 osobách (v případě distanční výuky jsou rozděleni do break-out rooms). Ještě před zahájením skupinové práce jsou jim nabídnuty/sdíleny pracovní listy, do nich doplňují své výpočty, postřehy, odhady a odpovědi. Jakmile většina studentů skončí s prací, následuje společná diskuze (už v „hlavní místnosti“), sdělení postřehů a rekapitulace závěrů.

U aktivity zaměřené na Gauss-Jordanovu metodu mají studenti možnost využít souboru v Geogebře připraveného a nasdíleného učitelem, v němž jsou zadány obě vzorové matice, jejichž součin reprezentuje elementární řádkovou úpravu u_1 znázorněnou v pracovním listu (viz níže). Tím se významně zrychlí práce na 1. úkolu pracovního listu, v němž mají studenti najít matice reprezentující provedené úpravy při hledání inverzní matice.

Odhadovaná doba trvání práce s pracovními listy: 20-30 minut na jeden pracovní list v závislosti na šíři diskuze (celkem tedy tyto dvě aktivity zaberou 40-60 z celkového času semináře).

Hlavním cílem badatelsky orientovaných aktivit je podnítit studenty k aktivnímu přístupu během semináře. Vítáme jakoukoliv otázku, diskuzi, podnět. Na závěr práce s pracovními listy vyzýváme studenty, aby shrnuli svou práci a formulovali řešení před ostatními, čímž si i ti, co si nejsou jistí korektností svých závěrů, potvrdí, zda rozumí a mohou se případně zeptat/vyvrátit tvrzení svého kolegy.

Na tomto místě postupně uvedeme zadání obou badatelsky orientovaných aktivit (tj. pracovních listů) a výukové cíle, tj. jaké znalosti a dovednosti by si studenti měli osvojit po ukončení obou aktivit.

Pracovní list – násobení matic. [7]

Zadání aktivity: Jsou dány matice A, B, C:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 0 \end{pmatrix}.$$

(1) Pro každou dvojici výše uvedených matic proveďte součin v obou směrech. Diskutujte situace, kdy to nelze.
(2) Za jakých podmínek je možné součin dvou matic provést? Kdy to lze provést oběma směry?
(3) Je-li možné provést součin matic $C = X \cdot Y$, stanovte výraz, kterému se obecně rovná prvek c_{ij} výsledné matice C. Jaký je typ výsledné matice C?
(4) Je násobení matic asociativní? Je komutativní? Zdůvodněte svou odpověď vlastními slovy či protipříkladem.

Výukové cíle aktivity: studenti samostatně či po diskuzi ve skupině:

- formulují obecnou podmínku, za které je možné vynásobit dvě matice,
- stanovují obecný vzorec pro výpočet konkrétního prvku výsledné matice,
- odvozují typ výsledné matice a
- diskutují vlastnosti násobení matic, zda je tato operace asociativní či komutativní.

Pracovní list – Gauss-Jordanova metoda. [8]

Gauss-Jordanovou metodou jste našli matici A^{-1} k matici A:

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 13 & 10 & 8 & 0 & 1 & 0 \\ 6 & 5 & 4 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \cdots \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & -4 & -2 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 5 & 1 & -3 \end{array}\right)$$

1. Najděte matice A_i, kterými reprezentujete každou Vámi provedenou úpravu $u_1, \ldots, u_n$ ($n \in \mathbb{N}$). Například:

Úprava u_1: $r_2 := r_2 - 13 \cdot r_1$:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 13 & 10 & 8 \\ 6 & 5 & 4 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -3 & -5 \\ 6 & 5 & 4 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -13 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 13 & 10 & 8 \\ 6 & 5 & 4 \end{pmatrix} =$$

[7] Následuje prostorově zkrácená verze pracovního listu, v níž nejsou místa pro doplnění odpovědí či výpočtů.

[8] Následuje prostorově zkrácená verze pracovního listu, v níž nejsou místa pro doplnění odpovědí či výpočtů.

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -3 & -5 \\ 6 & 5 & 4 \end{pmatrix}$$

2. Nechť symbol U_i odpovídá Vámi nalezené matici k úpravě u_i. Pak $U_n \cdot \ldots \cdot U_1 \cdot A = E$. Proč aplikací Gauss-Jordanovy metody získáme inverzní matici?

Výukové cíle aktivity: studenti samostatně či po diskuzi ve skupině:

- objevují fakt, že elementární řádkovou úpravu nějaké matice A lze reprezentovat i jiným způsobem, totiž že matici A vynásobíme zleva jinou maticí B odpovídající dané úpravě,
- jsou schopni takovou matici B rychle nalézt, a uvědomí si, jak matice B vypadá v závislosti na typu elementární řádkové úpravy,
- na základě ryze praktického prvního úkolu sami zdůvodní, proč aplikací Gauss-Jordanovy metody získají inverzní matici,
- formulují podmínky na matici A, k níž inverzní matici hledají.

Vyhodnocení badatelské výukové jednotky. V semestru podzim 2020, kdy výuka předmětu Algebra 2 probíhala distančně, jsme provedli malý experiment, kterým jsme chtěli porovnat efektivitu dvou různých didaktických přístupů. Stejný seminář zaměřený na zavedení binárních operací s maticemi a inverzních matic

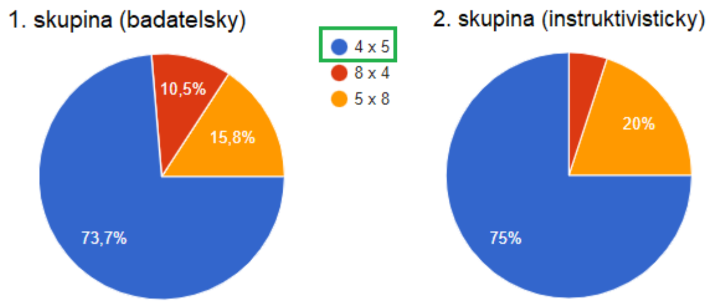
- jsme v případě **1. seminární skupiny** pojali „badatelsky“, jak je popsáno výše,
- zatímco s **2. seminární skupinou** jsme výše uvedená témata probírali „tradičním“ instruktivistickým způsobem, v němž učitel studentům nabízí vysvětlení všech pojmů sám, přičemž se účastníci výuky mohou ptát, není-li jim něco jasné.

Týden po semináři jsme studenty obou skupin požádali o vyplnění krátkého dotazníku s pěti otázkami, kterými jsme chtěli ověřit jejich získané znalosti a dovednosti týkající se násobení matic a Gauss-Jordanovy metody pro nalezení inverzní matice. Celkem dotazník vyplnilo 19 studentů 1. skupiny a 20 studentů 2. skupiny, kteří později, až na jednu výjimku, úspěšně zakončili předmět během následného zkouškového období. Ke každé otázce bylo respondentům nabídnuto několik variant odpovědí, z nichž právě jedna byla správná. Uvádíme přehled všech pěti otázek a grafické znázornění odpovědí pro obě skupiny, přičemž zeleným rámečkem označujeme správnou odpověď.

(1) Mějme matici A typu 8×4. Dále mějme matici C typu 8×5, která vznikla součinem matic A a B, tedy

$$A \cdot B = C.$$

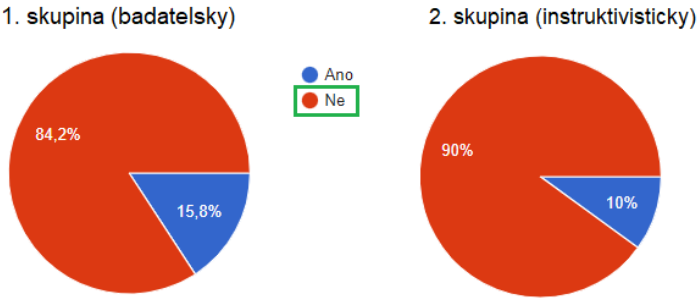
Jaký je typ matice B?



Obrázek 1. Odpovědi studentů k otázce 1

(2) Uvažujme matice A, B, pro které lze provést násobení $A \cdot B$ i $B \cdot A$. Platí vždy následující rovnice?

$$A \cdot B = B \cdot A$$

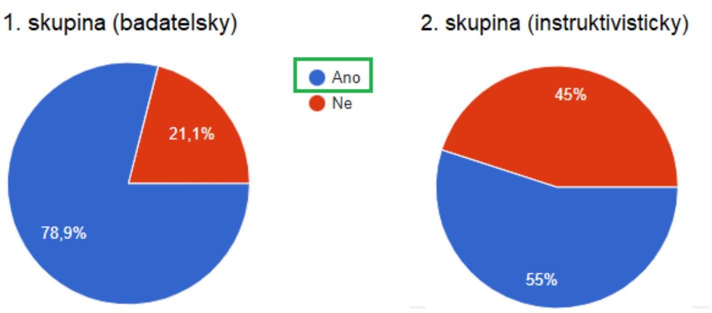


Obrázek 2. Odpovědi studentů k otázce 2

(3) Uvažujme matice A, B, C, se kterými lze provést operace uvedené v následující rovnici:

$$A \cdot (B \cdot C) = (A \cdot B) \cdot C$$

Platí vždy tato rovnice?

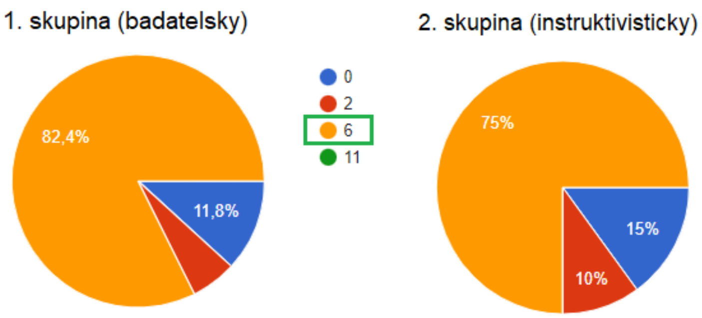


Obrázek 3. Odpovědi studentů k otázce 3

(4) Jsou dané matice A, B. Matice C vznikla jejich součinem, tedy $C = A \cdot B$.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}, \; B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & 2 \\ 4 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Určete, jakému číslu se rovná prvek c_{23} matice C.



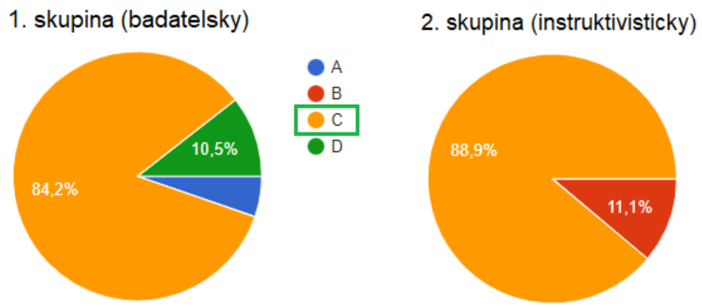
Obrázek 4. Odpovědi studentů k otázce 4

(5) Nalezněte matici X, která odpovídá dané elementární řádkové úpravě:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \rightarrow \quad X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

A) $X = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ B) $X = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

C) $X = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ D) $X = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}$



Obrázek 5. Odpovědi studentů k otázce 5

S výjimkou 3. otázky se úspěšnost studentů obou skupin víceméně shodovala. Na třetí otázku na asociativitu součinu matic lépe odpovídali studenti 1. seminární skupiny, té „badatelské“, kteří uspěli v 78 % případů, zatímco u 2.

skupiny byla úspěšnost pouze 55 %, tedy významně nižší. Samozřejmě, jedná se o poměrně malý vzorek. Navíc se domníváme, že výsledek testu ovlivnil i fakt, že jej studenti skládali hned týden po semináři, v němž byl experiment uskutečněn. Původně jsme sice plánovali test uskutečnit s větším odstupem, bohužel jsme od tohoto záměru museli ustoupit vzhledem k nepříznivým podmínkám týkajících se pandemie Covid-19. Na základě našeho testu však není možné potvrdit hypotézu, že badatelsky orientovaný styl výuky je v porovnání s „tradičním“ instruktivistickým způsobem „efektivnější“.

Potěšila nás zpětná vazba studentů 1. skupiny, kteří kromě výše uvedených pěti otázek odpovídali ještě na další, v nichž měli hodnotit přínos badatelsky orientované výukové jednotky, kterou absolvovali. 74 % z nich by uvítalo více takových aktivit ve výuce. Dva studenti uvedli i zajímavé osobní postřehy, které níže citujeme.

- Student 1: *Akože normální výuka se dá, avšak zase ty pracovní listy a samostatná práce mají něco do sebe. Bylo by, myslím tedy, hodně přínosné tyto dvě metody zkombinovat.*
- Student 2: *Bylo to fajn, akorát si myslím, že je k takovéto aktivitě potřeba více času, abychom dospěli k výsledku nebo celkové chápali a rozuměli tématu.*

3. „Badatelské“ předměty na Masarykově univerzitě

Na závěr uvádíme matematické předměty na Masarykově univerzitě, při nichž se jejich učitelé a zároveň řešitelé mezinárodního projektu PLATINUM snažili uplatnit badatelský přístup ve výuce:

- Kurz Statistika 1 na Ekonomicko-správní fakultě pro 450 studentů bakalářských programů, kteří týdně navštěvují dvouhodinovou přednášku a dvouhodinový seminář s 20–25 účastníky: badatelsky orientované vstupy jsou ve formě krátkých aktivit na začátku každého semináře s cílem představit nový matematický koncept, vzbudit o něj zájem mezi studenty a podnítit je k aktivnějšímu přístupu během výuky;
- Kurz Matematika 2[9] na Ekonomicko-správní fakultě pro 90 studentů magisterských navazujících programů Ekonomie, Finance a Management s dotací dvou hodin na přednášku a dvou hodin na seminář týdně: kromě krátkých aktivit s cílem motivovat účastníky výuky ke studiu nového pojmu se v předmětu studenti zapojují i do skupinových projektů, které řeší mimo vyučování a jejichž výsledky posléze prezentují ostatním na semináři.
- Kurzy Matematická analýza 1 a výše zmíněná Algebra 2 na Pedagogické fakultě pro 70 studentů bakalářských programů připravujících studenty na kariéru učitele na 2. stupni ZŠ, opět s dotací dvouhodinové přednášky a dvouhodinového semináře týdně: formát badatelských aktivit se zde kombinuje, ať jde o krátké aktivity vzbuzující zájem o probírané pojmy, výukové jednotky založené na týmové

[9]Náplní kurzu Matematika 2 jsou vybrané partie z lineární algebry, diferenciálního počtu funkcí více proměnných a diferenciálních rovnic.

práci s pracovními listy či skupinové projekty vyžadující několikatýdenní spolupráci.

Dojmy učitelů a studentů Masarykovy univerzity. Při snaze obohatit výuku našich předmětů badatelsky orientovanými vstupy jsme naráželi na překážky, nejčastěji v podobě

- nepoměru mezi obsáhlou učební osnovou a napjatým časovým harmonogramem našich kurzů,
- náročnosti přípravy badatelsky orientovaných aktivit,
- nezájmu některých našich kolegů měnit styl výuky,
- nedostatečných učitelských kompetencí (většina z nás nemá pedagogické vzdělání, případně pouze minimální)
- a faktu, že pracujeme na různých pracovištích univerzity, často od sebe značně vzdálených, takže je pro nás obtížné fungovat jako komunita učitelů, kteří si operativně sdělují své postřehy z výuky, radí se nad nedostatky a poskytují si zpětnou vazbu na svou praxi s přípravou, výukou a hodnocením badatelsky orientovaných aktivit.

Vnímáme však i pozitiva, která badatelsky orientovaná výuka nabízí studentům. Mohou pochopit matematické pojmy do větší hloubky, nahlížejí na ně vlastním pohledem, lépe si zapamatují jejich význam, případně jej jednoduše odvodí. Taktéž mohou být více aktivní, protože pouze nesledují výklad učitele a neopisují z tabule, ale snaží se tématům více porozumět, diskutují nejasnosti či postřehy a sami si řídí, co a jak se učí. Ostatně to potvrzuje i zpětná vazba studentů Statistiky 1 na krátké badatelské aktivity na začátcích seminářů, jejichž výběr si dovolíme citovat.

- Student 1: *Tyhle aktivity mi přijdou super, odnáším si z nich mnohem víc, než kdyby cvičící jenom něco říkal. Tato forma je mnohem líp zapamatovatelná :)*
- Student 2: *Tyto interaktivní aktivity byly skvělé a dokážou zaujmout a povzbudit i v odpoledních hodinách ;)*
- Student 3: *Bylo to zajímavé a udrželo to moji pozornost až do konce cvičení, což není běžné.*
- Student 4: *Při diskuzi je zodpovězeno více otázek, které nám mohou vytanout na mysli, a taky si spoustu věcí díky diskuzi ujasnit :)*

Zmiňme ještě jedno pozitivum týkající se předmětů Matematická analýza 1 a Algebra 2 vyučovaných na Pedagogické fakultě. Studenti těchto kurzů si mohli vyzkoušet různé výukové styly, porovnat je a získat zkušenosti, které se jim budou hodit do jejich plánované učitelské praxe.

Literatura

[1] Dorier, J.-L. & Maaß, K. (2020). Inquiry-based mathematics education. In S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of mathematics education* (2nd ed., pp. 384–388). Springer Verlag. `https://doi.org/10.1007/978-3-030-15789-0176`.

[2] Goodchild, S., Fuglestad, A. B., & Jaworski, B. (2013). Critical alignment in inquiry-based practice in developing mathematics teaching. *Educational Studies in Mathematics, 84* (3), 393–412. `https://doi.org/10.1007/s10649-013-9489-z`.

[3] Artigue, M., & Blomhøj, M. (2013). Conceptualizing inquiry-based education in mathematics. *ZDM Mathematics Education, 45* (6), 797–810. `https://doi.org/10.1007/s11858-013-0506-6`.

[4] Gómez-Chacón I. M., Hochmuth R., Jaworski B., Rebenda J., Ruge J., & Thomas S. (Eds.). (2021). *Inquiry in University Mathematics Teaching and Learning. The Platinum Project.* Brno: Nakladatelství Masarykovy univerzity. https://doi.org/10.5817/CZ.MUNI.M210-9983-2021.

[5] Mason, J., Burton, L., & Stacey, K. (2010). Thinking mathematically (2nd ed.). Pearson Education. ISBN: 978-0-273-72891-7.

Středisko pro pomoc studentům se specifickými nároky, Masarykova univerzita, Komenského nám. 2, 602 00 Brno, Česká republika

Email address: masilko@teiresias.muni.cz, hodasova.t@gmail.com