

Posudek oponenta bakalářské práce

Vladimír Sedláček: Úvod do teorie kruhových jednotek

Předložená bakalářská práce popisuje základy teorie kruhových jednotek pro kruhová tělesa $\mathbb{Q}(\zeta_n)$, kde ζ_n značí primitivní n -tou odmocninu z jedné. Text má ix+48 stran a je rozdělen do tří kapitol, přičemž první dvě shrnují potřebné znalosti. Ve třetí kapitole autor nejprve zavádí grupy kruhových čísel a kruhových jednotek pro $\mathbb{Q}(\zeta_n)$, poté studuje relace zrcadla a normy mezi kruhovými čísly, a dále formuluje větu pro index grupy kruhových jednotek v grupě všech jednotek daného tělesa s důkazem v případě, kdy je n mocnina prvočísla. V tomto případě je rovněž dán explicitní popis $\mathbb{Z}$ -bazí grup kruhových čísel a kruhových jednotek daného tělesa odfaktorizovaných grupou odmocnin z jedné tohoto tělesa. Na závěr je uveden příklad na výpočet těchto $\mathbb{Z}$ -bazí v případě kdy je n součin dvou různých prvočísel, je zformulována Bass-Ennola-Schmidtova věta o relacích mezi kruhovými čísly a tato věta je ilustrována na příkladu kdy je n součin tří různých prvočísel (což je nejmenší možný počet aby existovaly netriviální Ennolovy relace).

Zpracované téma je určitě náročné a předložená práce má vysokou úroveň. Nenašel jsem v ní žádnou věcnou chybu, jenom mám menší výhradu k používání značení $\mathbb{Q}_n$ pro těleso $\mathbb{Q}(\zeta_n)$. V případě kdy je $n = p$ prvočíslu se totiž toto značení obvykle používá pro těleso p -adických čísel (přitom autor nepoužívá značení $\mathbb{Z}_n$ pro okruh $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$). Text je dobře doplněn tabulkami a diagramy, a našel jsem v něm pouze malé množství překlepů:

- str. viii, 17. řádek: v definici ω má být e místo e ;
- str. 3, -1. řádek: má být $\Phi_{p^e}(x) = x^{(p-1)p^{e-1}} + x^{(p-2)p^{e-1}} + \dots$;
- str. 11, -6. řádek: má být $k = |G/\langle x_1, \dots, x_r \rangle|$;
- str. 27, 15. řádek: má být $\dots \rangle \rangle \rangle \rangle$ místo $\rangle \rangle \rangle \rangle$;
- str. 29, 9. řádek: má být $\Phi_d(1)$ místo $\Phi_n(1)$.

Doporučuji předložený text uznat jako bakalářskou práci a **hodnotit známkou A**.

Otázka k obhajobě:

V příkladu 2.24 se říká, že pro celé algebraické číslo α a těleso $K = \mathbb{Q}(\alpha)$ je obecně těžké zjistit, zda v inkluzi $\mathbb{Z}[\alpha] \subseteq \mathcal{O}_K$ nastává rovnost. Jakými metodami lze tento problém řešit ?

V Brně 16. června 2015

Jaromír Kuben