

MASARYKOVA UNIVERZITA  
PŘÍRODOVĚDECKÁ FAKULTA

POVRCHOVÝ PLAZMON-BIODETEKTOR  
BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

BRNO 2008

SILVIE BERNATOVÁ

**PODĚKOVÁNÍ:**

Předně bych chtěla poděkovat za cenné odborné rady, trpělivost při konzultacích, materiální a jinou pomoc svému vedoucímu práce prof. RNDr. Eduardu Schmidtovi, CSc. Dále děkuji Ing. Stanislavu Valendovi za přípravu vzorků a RNDr. Aloisi Nebojsovi za mechanizaci měření a technické konzultace ohledně měřící aparatury.

Prohlašuji, že jsem svou bakalářskou práci napsala samostatně a výhradně s použitím uvedených pramenů.

V Brně dne

Silvie Bernatová

**ANOTACE:**

V předkládané práci je popsán mechanismus poklesu odrazivosti p-složky polarizovaného světla na rozhraní dielektrikum - kov, které se říká povrchový plazmon.

Tento mechanismus může být využit ke konstrukci biodetektoru pro měření malých změn indexu lomu vnějšího prostředí.

Studovali jsme uspořádání s proměnným úhlem dopadu a konstantní vlnovou délkou. Byly studovány různé varianty uspořádání experimentu využívající totální odraz.

**ANNOTATION:**

This thesis describes the mechanism of the reflectance decrease of the p-component of polarized light upon the dielectric - metal interface, which is called the surface plasmon.

This mechanism can be used in the construction of the biodetector for the measuring of small changes in the refractive index of the external environment.

We have studied the configuration with variable angles of incidence and constant wavelength of light. Different variants of the experiment configuration using total reflection were studied.

# Obsah

|          |                                                                                  |           |
|----------|----------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>1</b> | <b>Teoretická část</b>                                                           | <b>6</b>  |
| 1.1      | Elektromagnetická teorie světla . . . . .                                        | 6         |
| 1.1.1    | Odvození vlnových rovnic a jejich řešení . . . . .                               | 7         |
| 1.2      | Polarizace světelné vlny . . . . .                                               | 8         |
| 1.2.1    | Eliptická polarizace . . . . .                                                   | 9         |
| 1.2.2    | Lineární polarizace . . . . .                                                    | 10        |
| 1.2.3    | Kruhová polarizace . . . . .                                                     | 10        |
| 1.3      | Optické jevy na rozhraní látek . . . . .                                         | 11        |
| 1.3.1    | Odraz a lom v Maxwellových rovnicích . . . . .                                   | 12        |
| 1.3.2    | Fresnelovy koeficienty . . . . .                                                 | 15        |
| 1.3.3    | Totální odraz . . . . .                                                          | 17        |
| 1.3.4    | Interference na tenké vrstvě . . . . .                                           | 17        |
| 1.4      | Drudeho model . . . . .                                                          | 19        |
| 1.4.1    | Odvození dielektrické funkce . . . . .                                           | 19        |
| <b>2</b> | <b>Plazmon - jeho podstata a využití</b>                                         | <b>22</b> |
| 2.1      | Povrchový plazmon . . . . .                                                      | 22        |
| 2.1.1    | Použití povrchového plazmonu, popsání mechanismu konstrukce biodektoru . . . . . | 23        |
| <b>3</b> | <b>Experimentální část</b>                                                       | <b>27</b> |
| 3.1      | Uspořádání experimentu . . . . .                                                 | 28        |
| 3.1.1    | Seřízení aparatury . . . . .                                                     | 29        |
| 3.1.2    | Nastavení polarizátorů . . . . .                                                 | 30        |
| 3.2      | Výhody aparatury . . . . .                                                       | 30        |
| 3.3      | Měření čistého hranolu . . . . .                                                 | 30        |
| 3.4      | Měření tenkých vrstev zlata proti čistému hranolu . . . . .                      | 31        |
| 3.5      | Měření tenké vrstvy zlata proti tlusté vrstvě kovu . . . . .                     | 34        |
| 3.6      | Měření tenké vrstvy zlata proti tenké vrstvě mědi . . . . .                      | 37        |
| <b>4</b> | <b>Závěr</b>                                                                     | <b>42</b> |

# Kapitola 1

## Teoretická část

Začátkem 19. století vyplynulo z teorie J. C. Maxwella, že světlo je elektromagnetické vlnění. Elektromagnetická vlna je popsána dvěma složkami - elektrickou a magnetickou, které jsou charakterizovány vektory elektrické intenzity a magnetické indukce ( $\vec{E}$ ,  $\vec{B}$ ).

### 1.1 Elektromagnetická teorie světla

Základem teorie elektromagnetického pole jsou Maxwellovy rovnice. Z Maxwellových rovnic dostáváme úplný popis polí, která se s časem můžou měnit.

Následující rovnice jsou tedy známé Maxwellovy rovnice v diferenciálním tvaru:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \quad (1.1)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (1.2)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (1.3)$$

$$c^2 \vec{\nabla} \times \vec{B} = \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{\vec{j}}{\varepsilon_0} \quad (1.4)$$

$\vec{E}$  je vektor elektrické intenzity,

$\vec{B}$  je vektor magnetické indukce,

$\rho$  je objemová hustota náboje,

$\vec{j}$  je proudová hustota,

dále pak konstanty:

$\varepsilon_0$  je permitivita prostředí,

$c$  je rychlost světla ve vakuu.

Rovnice (1.1) se často uvádí pod názvem Gaussův zákon, rovnice (1.2) Faradayův zákon, rovnice (1.4) jako Ampérův zákon. Za zmínku stojí i to, že rovnice (1.3) vyjadřuje neexistenci magnetických nábojů.<sup>1</sup>

---

<sup>1</sup>Výstižnější by bylo říci, že elektrické pole je pole zřídlové, se zřídlem  $\frac{\rho}{\varepsilon_0}$ , kdežto magnetické pole je pole bezzřídlové.

Přímo z Maxwellových rovnic plyne rovnice kontinuity pro elektrické pole (zákon zachování náboje) :  $\vec{\nabla} \cdot \vec{j} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$  nebo například Poissonova rovnice :  $\Delta \phi = -\frac{\rho}{\epsilon_0}$ .

Považujeme-li optické prostředí za dielektrikum (nevodivé prostředí), můžeme v uvedených obecných Maxwellových rovnicích položit  $\vec{j} = \vec{0}$ .

### 1.1.1 Odvození vlnových rovnic a jejich řešení

Z Maxwellových rovnic lze také odvodit tzv. *vlnové rovnice*.

K odvození využijeme vektorové identity:

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{A}) = \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) - (\vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla})\vec{A}$$

kde  $\vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla} \equiv \Delta$

Odvození:

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \Rightarrow \vec{\nabla} \times \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \Rightarrow \vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{E}) = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \Rightarrow$$

$$\Delta \vec{E} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \quad (1.5)$$

$$\Delta \vec{B} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} \quad (1.6)$$

Stejným postupem, uvedeným výše, by se dospělo k rovnici (1.6). V rovnicích (1.5) a (1.6) se předpokládalo šíření elektromagnetických vln ve vakuu. Bez újmy můžeme předpokládat i jiné rychlosti v daném prostředí. Rychlost šíření elmag. vln v daném prostředí je definováno jako:

$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}}$$

kde  $\mu$ ,  $\epsilon$  jsou permeabilita a permitivita prostředí.

Možné řešení vlnových rovnic dostaneme ve tvaru:

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0 \exp i\{\vec{k}\vec{r} - \omega t\} \quad (1.7)$$

$$\vec{B}(\vec{r}, t) = \vec{B}_0 \exp i\{\vec{k}\vec{r} - \omega t\} \quad (1.8)$$

Kde  $\vec{E}_0$ ,  $\vec{B}_0$  jsou amplitudy intenzity elektrického a indukce magnetického pole,  $\vec{k}$  je vlnový vektor,  $\vec{r}$  je směr šíření,  $\omega$  je úhlová frekvence kmitání pole.

Velikost vlnového vektoru definujeme v prostředí jako:  $k = \frac{\omega}{v} N$ , kde  $N$  značí komplexní index lomu.

Fyzikálně popisují reálné části těchto rovnic harmonické rovinné vlny. Pokud si uvědomíme, že fyzikální význam mají pouze reálné části rovnic (1.5), (1.6), můžeme pracovat s „výhodnějším“ tvarem funkce v exponenciálním tvaru (místo goniometrického).

Vztah mezi  $\vec{E}$ ,  $\vec{B}$  a  $\vec{k}$  získáme z řešení vlnových a Maxwellových rovnic. Dostáváme 4 vektorové rovnice, které se někdy nazývají *podmínky transversality*:

$$\vec{E} \cdot \vec{k} = 0 \quad (1.9)$$

$$\vec{E} \times \vec{k} = -\omega \vec{B} \quad (1.10)$$

$$-\imath \vec{B} \times \vec{k} = -\omega \mu \epsilon \vec{E} \quad (1.11)$$

$$\vec{B} \cdot \vec{k} = 0 \quad (1.12)$$

Z těchto rovnic jsou vidět vlastnosti složek elmag. vlny a vlnového vektoru:  $\vec{E} \perp \vec{B} \perp \vec{k}$ . Je tedy vidět, že se jedná o transverzální (příčné) vlnění.

### Komplexní index lomu

Další důležitou veličinou je tzv. *komplexní index lomu*, který je definován takto:

$$N = n + \imath k \quad (1.13)$$

kde  $n$  je index lomu<sup>2</sup>,  $k$  je index absorpce.

### Komplexní dielektrická funkce prostředí

Definice této veličiny je analogická s komplexním indexem lomu:

$$\epsilon = \epsilon_1 + \imath \epsilon_2 \quad (1.14)$$

kde

$$\epsilon_1 = n^2 - k^2, \quad \epsilon_2 = 2nk$$

Z čehož je vidět vztah mezi komplexním indexem lomu a komplexní dielektrickou funkcí:

$$N = \sqrt{\epsilon}. \quad (1.15)$$

## 1.2 Polarizace světelné vlny

Mějme monochromatickou<sup>3</sup>, rovinnou, harmonickou, elektromagnetickou vlnu šířící se homogenním, izotropním, neabsorbujícím prostředím.

Šíří-li se tato vlna ve směru osy  $z$ , potom  $\vec{E}$ ,  $\vec{B}$  kmitají pouze v rovině  $\{X, Y\}$ . Při takto zvolené souřadnicové soustavě bude vlnová rovnice (1.5) tvaru:

$$\Delta E_x = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2}$$

<sup>2</sup>Realná část indexu lomu je závislá pouze na fázové rychlosti a vlnové délce světla v daném prostředí.

<sup>3</sup>Monochromatická vlna je taková vlna, v níž je zastoupena pouze jedna frekvence, resp. vlnová délka elektromagnetického pole.

$$\Delta E_y = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2}$$

kde  $\vec{E} = (E_x, E_y, 0)$ .

Přepíšeme-li předpokládané řešení (1.7) do složek dostaneme:

$$E_x = E_{x0} \cos(\tau + \delta_1), \quad (1.16)$$

$$E_y = E_{y0} \cos(\tau + \delta_2), \quad (1.17)$$

kde  $E_{x0}$ ,  $E_{y0}$  jsou amplitudy,  $\tau = \vec{k}\vec{r} - \omega t$  je fáze a fázová posunutí  $\delta_1$ ,  $\delta_2$  jsou integrační konstanty.

Zabívejme se tvarem křivky, kterou opisuje koncový bod  $\vec{E}$  v rovině  $\{X, Y\}$ .

Násobením rovnice (1.16)  $\sin \delta_2$ , (1.17)  $\sin \delta_1$  a jejich odečtením dostaneme:

$$\frac{E_x}{E_{x0}} \sin \delta_2 - \frac{E_y}{E_{y0}} \sin \delta_1 = \cos \tau \sin \delta \quad (1.18)$$

Opět násobením (1.16)  $\cos \delta_2$ , (1.17)  $\cos \delta_1$  a jejich odečtením dostaneme rovnici:

$$\frac{E_x}{E_{x0}} \cos \delta_2 - \frac{E_y}{E_{y0}} \cos \delta_1 = \sin \tau \sin \delta \quad (1.19)$$

kde  $\delta = \delta_1 - \delta_2$ .

Sečtením kvadrátů rovnic (1.18), (1.19) dostáváme:

$$\frac{E_x^2}{E_{x0}^2} - 2 \frac{E_y}{E_{y0}} \frac{E_x}{E_{x0}} \cos \delta + \frac{E_y^2}{E_{y0}^2} = \sin^2 \delta. \quad (1.20)$$

Rovnice (1.20) je rovnice elipsy.

### 1.2.1 Eliptická polarizace

Tvar křivky, kterou opisuje koncový bod vektoru elektrické intenzity je v nejobecnějším případě elipsa. V tomto případě mluvíme o *eliptické polarizaci*.

Transformujeme-li souřadnicovou soustavu  $\{X, Y\}$  na  $\{\zeta, \eta\}$ , kde  $\{\zeta, \eta\}$  je soustava, jejíž souřadnicové osy jsou vloženy totožně s poloosami elipsy (střed elipsy je totožný se středem zavedeného souřadnicového systému). Potom rovnice (1.20) přejde na:

$$\frac{E_\zeta^2}{E_{\zeta 0}^2} + \frac{E_\eta^2}{E_{\eta 0}^2} = 1. \quad (1.21)$$

### 1.2.2 Lineární polarizace

Vrátíme-li se k rovnici (1.20) je vidět, že pokud  $\delta = 0$  nebo  $\pi$ , rovnici dostaneme ve tvaru:

$$\frac{E_x^2}{E_{x0}^2} \pm 2 \frac{E_y}{E_{y0}} \frac{E_x}{E_{x0}} + \frac{E_y^2}{E_{y0}^2} = \left[ \frac{E_x}{E_{x0}} \pm \frac{E_y}{E_{y0}} \right]^2 = 0 \Rightarrow$$

$$\frac{E_x}{E_{x0}} = \pm \frac{E_y}{E_{y0}} \quad (1.22)$$

V takovém případě mluvíme o *lineární polarizaci*.

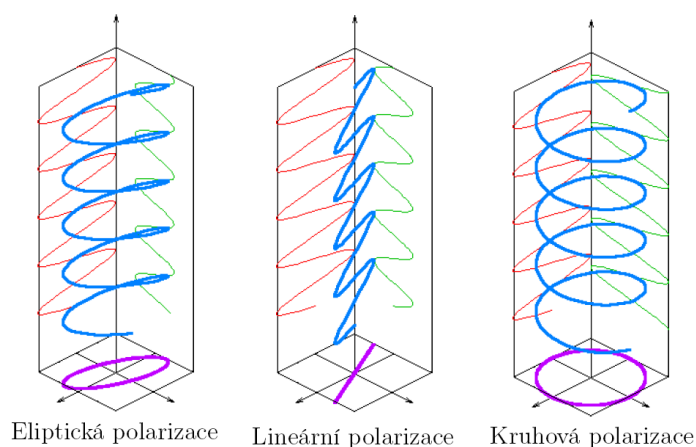
### 1.2.3 Kruhová polarizace

Dosadíme-li do rovnice (1.20) za  $\delta = \pm \frac{\pi}{2} \wedge \frac{E_{x0}}{E_{y0}} = 1$  potom:

$$E_x^2 + E_y^2 = E_0^2 \quad (1.23)$$

kde  $E_0 = E_{x0} = E_{y0}$ .

Což je rovnice kružnice, mluvíme o tzv. *kruhové polarizaci*.



Obrázek 1.1: Polarizace

### Polarizace odrazem

Necháme-li dopadat elektromagnetickou vlnu na rozhraní dvou prostředí, část svazku se odráží zpět do poloviny dopadu a část se láme do poloviny lomu.

Z teorie elektromagnetického pole plyne, že v odraženém svazku budou převládat vlny s kmity elektrické intenzity kolmé k rovině dopadu, kdežto v lomeném svazku budou převládat vlny s kmity elektrické intenzity ležící v rovině dopadu.

Úhel, pod kterým můžeme odražený svazek považovat za úplně polarizovaný nazýváme *Brewsterův úhel*.

Pro Brewsterův úhel platí:

$$\tan \theta_B = \frac{n_2}{n_1} \quad (1.24)$$

Tento vztah se někdy nazývá *Brewsterův zákon*.

Dopadá-li paprsek pod polarizačním Brewsterovým úhlem, potom paprsek odražený s dopadajícím svírají úhel  $90^\circ$ .

## 1.3 Optické jevy na rozhraní látek

Mějme světelný svazek dopadající na rozhraní dvou prostředí. Na tomto rozhraní dochází buď k odrazu, lomu nebo k částečnému odrazu a lomu zároveň.

Označme  $\alpha_D$  úhel dopadu,  $\alpha_O$  úhel odrazu,  $\beta$  úhel lomu, měřeno od kolmice k rozhraní.

### Zákon odrazu

Elektromagnetická vlna dopadající na rozhraní dvou prostředí se odráží takovým způsobem, že úhel dopadu a úhel odrazu, měřeny od kolmice, jsou totožné.

$$\alpha_d = \alpha_O \quad (1.25)$$

Tento vztah nazýváme *zákon odrazu*.

### Zákon lomu

Pravidlo, podle kterého se láme paprsek na rozhraní dvou prostředí, bylo objeveno holandským matematikem Willebrordem Snellem, podle něhož se tento zákon jmenuje (*Snellův zákon*<sup>4</sup>) a zní:

$$\sin \alpha_D = n \sin \beta \quad (1.26)$$

kde  $n = \frac{n_2}{n_1}$ .

Pro  $n_1 < n_2$  zřejmě  $\alpha_D > \beta$  hovoříme o *lomu ke kolmici*, pro  $n_1 > n_2$  zřejmě  $\alpha_D < \beta$  hovoříme o *lomu od kolmice*.

---

<sup>4</sup>Snell tento zákon formuloval pro rozhraní vzduch/voda, proto v jeho případě se  $n \approx 1.33$  a přesná formulace by byla: sinus úhlu dopadu se rovná násobku sinu úhlu lomu.

K lomu ke kolmici dochází tedy při průchodu do opticky hustšího prostředí, k lomu od kolmice při průchodu do prostředí opticky řidšího.

Pro  $n_1 > n_2$  je možno navíc Snellův zákon lomu použít jen tehdy, je-li

$$\frac{n_1}{n_2} \sin \alpha_D \leq 1$$

$\Rightarrow$  k lomu může dojít pouze pro úhly dopadu menší nebo rovny než

$$\alpha_{D_{max}} \equiv \arcsin \frac{n_2}{n_1} \quad (1.27)$$

Pro větší úhly dopadu než  $\alpha_{D_{max}}$  dochází pouze k odrazu paprsku od rozhraní, dochází k tzv. *totálnímu odrazu*.

### 1.3.1 Odraz a lom v Maxwellových rovnicích

Předpokládáme, že nad rozhraním v prostředí s indexem lomu  $n_1$  se šíří rovinná monochromatická vlna, kterou popíšeme rovnicemi:

**Dopadající vlna**

$$\vec{E}_D(\vec{r}, t) = \vec{E}_{D0} \exp i\{\vec{k}_D \vec{r} - \omega_D t\} \quad (1.28)$$

$$\vec{H}_D(\vec{r}, t) = \vec{H}_{D0} \exp i\{\vec{k}_D \vec{r} - \omega_D t\} \quad (1.29)$$

Na rozhraní prostředí dojde k částečnému odrazu a lomu<sup>5</sup>:

**Odražená vlna**

$$\vec{E}_O(\vec{r}, t) = \vec{E}_{O0} \exp i\{\vec{k}_O \vec{r} - \omega_O t + \varphi_O\} \quad (1.30)$$

$$\vec{H}_O(\vec{r}, t) = \vec{H}_{O0} \exp i\{\vec{k}_O \vec{r} - \omega_O t + \varphi_O\} \quad (1.31)$$

**Lomená vlna**

$$\vec{E}_L(\vec{r}, t) = \vec{E}_{L0} \exp i\{\vec{k}_L \vec{r} - \omega_L t + \varphi_L\} \quad (1.32)$$

$$\vec{H}_L(\vec{r}, t) = \vec{H}_{L0} \exp i\{\vec{k}_L \vec{r} - \omega_L t + \varphi_L\} \quad (1.33)$$

V uvedených rovnicích jsme použili přechod k materiálovým vztahům:

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E}, \quad \vec{B} = \mu \vec{H}$$

K tomu aby jsme mohli nalézt vztah mezi vlnovými rovnicemi dopadající/odražené-lomené vlny musíme zavést speciální tvar Maxwellových rovnic na rozhraní dvou materiálů.

---

<sup>5</sup>O odražené/lomené vlně předpokládáme jen, že vlna bude rovinná a monochromatická. Vektorové amplitudy, vlnové vektory, frekvence či dokonce fázové posunutí jsou naprosto obecné.

**Maxwellovy rovnice na rozhraní materialů**

Hraniční podmínky, které musí Maxwellovy rovnice splňovat, za předpokladu nulové plošné hustoty i proudů, vypadají takto:

$$\vec{n}(\varepsilon_1 \vec{E}_1 - \varepsilon_2 \vec{E}_2) = 0 \quad (1.34)$$

$$\vec{n}(\vec{B}_1 - \vec{B}_2) = 0 \quad (1.35)$$

$$\vec{n} \times (\vec{E}_1 - \vec{E}_2) = \vec{0} \quad (1.36)$$

$$\vec{n} \times (\mu_1 \vec{B}_1 - \mu_2 \vec{B}_2) = \vec{0} \quad (1.37)$$

kde  $n$  je normálový vektor k rovině rozhraní.

Odvození těchto rovnic je možné najít např. v [6].

Z teorie elektromagnetického pole a výše nadefinovaným hraničním podmínkám, můžeme učinit následující závěry:

- Normálové<sup>6</sup> složky indukci (elektrické i magnetické) jsou při průchodu rozhraním spojitě.
- Tečné složky intenzit (elektrické i magnetické) při průchodu rozhraním jsou spojitě.

Označíme-li elektrickou intenzitu v prostředí  $n_1$  jako  $\vec{D}_1$ , pak tedy  $\vec{D}_1 = \vec{D}_D + \vec{D}_O$ , stejně tak elektrická intenzita v prostředí  $n_2$  jako  $\vec{D}_2$  bude  $\vec{D}_2 = \vec{D}_L$ . Spojitost normálové složky zapíšeme<sup>7</sup>:

$$\forall [x, y] \in \mathbf{R}^2, \forall t \in \mathbf{R} : D_{1z}(x, y, 0, t) = D_{2z}(x, y, 0, t) \quad (1.38)$$

Totéž můžeme analogicky napsat pro magnetickou indukci:

$$\forall [x, y] \in \mathbf{R}^2, \forall t \in \mathbf{R} : B_{1z}(x, y, 0, t) = B_{2z}(x, y, 0, t)$$

Ze spojitosti tečných složek elektrické a magnetické indukce dojdeme k rovnicím:

$$E_{1x_i}(x, y, 0, t) = E_{2x_i}(x, y, 0, t)$$

$$H_{1x_i}(x, y, 0, t) = H_{2x_i}(x, y, 0, t)$$

kde  $x_i = x, y$ .

---

<sup>6</sup>Normálové vzhledem k rozhraní prostředí.

<sup>7</sup>Tyto podmínky musí především platit pro všechny body rozhraní.

Pomocí podmínek spojitosti pro normálové složky indukci a tečných složek intenzit výsledného elektromagnetického pole nad a pod rozhraním můžeme formulovat vztahy mezi dopadající, odraženou a lomenou vlnou:

$$\begin{aligned}
D_{D0_z} \cos(k_{D_x}x + k_{D_y}y - \omega_D t) + D_{O0_z} \cos(k_{O_x}x + k_{O_y}y - \omega_O t + \varphi_O) &= D_{L0_z} \cos(k_{L_x}x + k_{L_y}y - \omega_L t + \varphi_L) \\
B_{D0_z} \cos(k_{D_x}x + k_{D_y}y - \omega_D t) + B_{O0_z} \cos(k_{O_x}x + k_{O_y}y - \omega_O t + \varphi_O) &= B_{L0_z} \cos(k_{L_x}x + k_{L_y}y - \omega_L t + \varphi_L) \\
E_{D0_x} \cos(k_{D_x}x + k_{D_y}y - \omega_D t) + E_{O0_x} \cos(k_{O_x}x + k_{O_y}y - \omega_O t + \varphi_O) &= E_{L0_x} \cos(k_{L_x}x + k_{L_y}y - \omega_L t + \varphi_L) \\
E_{D0_y} \cos(k_{D_x}x + k_{D_y}y - \omega_D t) + E_{O0_y} \cos(k_{O_x}x + k_{O_y}y - \omega_O t + \varphi_O) &= E_{L0_y} \cos(k_{L_x}x + k_{L_y}y - \omega_L t + \varphi_L) \\
H_{D0_x} \cos(k_{D_x}x + k_{D_y}y - \omega_D t) + H_{O0_x} \cos(k_{O_x}x + k_{O_y}y - \omega_O t + \varphi_O) &= H_{L0_x} \cos(k_{L_x}x + k_{L_y}y - \omega_L t + \varphi_L) \\
H_{D0_y} \cos(k_{D_x}x + k_{D_y}y - \omega_D t) + H_{O0_y} \cos(k_{O_x}x + k_{O_y}y - \omega_O t + \varphi_O) &= H_{L0_y} \cos(k_{L_x}x + k_{L_y}y - \omega_L t + \varphi_L)
\end{aligned}$$

Tyto vztahy musí platit pro libovolné  $x, y, t$ , proto se jedná o nekonečně mnoho rovnic s neznámými parametry odražené vlny  $\vec{E}_{O0}, \vec{H}_{O0}, \vec{k}_O, \omega_O$  a  $\varphi_O$  a neznámé parametry lomené vlny  $\vec{E}_{L0}, \vec{H}_{L0}, \vec{k}_L, \omega_L$  a  $\varphi_L$ .

Tyto podmínky nám dávají do souvislosti nezávislá řešení Maxwellových rovnic nad a pod rozhraním, často jsou označovány za podmínky *spojovací* nebo *sešívací*.

Podívejme se blíže na první rovnici z výše uvedených podmínek, tato rovnost může podle (1.38) nastat, pouze pokud :

$$\omega_D = \omega_O = \omega_L, \quad k_{Dx} = k_{Ox} = k_{Lx} \text{ a } \varphi_0 = 0; \quad \pi, \quad \varphi_L = 0.$$

### Závěry plynoucí ze spojovacích podmínek:

- frekvence odražené a lomené vlny je stejná jako frekvence vlny dopadající,
- roviny dopadu, odrazu a lomu jsou totožné (tzn. existuje taková souřadnicová soustava, v níž  $k_{Dx} = k_{Ox} = k_{Lx} = 0$ ),
- úhel dopadu je roven úhlu odrazu,
- platí snellův zákon,
- fázový posun odražené vlny vůči vlně dopadající může být roven pouze nule nebo  $\pi$ ,
- fázový posun lomené vlny vůči vlně dopadající je vždy roven nule.

### 1.3.2 Fresnelovy koeficienty

Závěry, které jsme učinili v předcházející kapitole, byly nezávislé na polarizaci dopadající vlny. Nyní se zabívejme vztahem dopadající, odražené a lomené vlny, závisející na polarizaci dopadající vlny.

Rozložme elektromagnetickou vlnu na dva případy:

- i) Dopadající vlna je polarizována tak, že vektor elektrické intenzity je kolmý k rovině dopadu. V tomto případě mluvíme o tzv. ***S-polarizaci*** neboli *transverzální elektrické vlně*.
- ii) Dopadající vlna je polarizována tak, že vektor elektrické intenzity leží v rovině dopadu. Potom mluvíme o tzv. ***P-polarizaci*** neboli *transverzální magnetické vlně*.

#### S-polarizace

S-složka polarizovaného světla je dána vztahem:

$$\vec{E}_{D0} = E_{D0} \vec{n}_{Dy}$$

kde  $E_{D0}$  můžeme považovat za kladné číslo.

Ze spojovacích podmínek plyne:

*je-li dopadající vlna S-polarizovaná, je taková i vlna odražená a lomená*

Proto můžeme psát:

$$\vec{E}_{O0} = E_{O0} \vec{n}_{Oy} \text{ a } \vec{E}_{L0} = E_{L0} \vec{n}_{Ly}$$

$E_{O0}$  může být kladné i záporné, podle znaménka posuzujeme fázový posun odražené vlny vůči vlně dopadající: pro  $E_{O0} > 0$  není odražená vlna fázově posunuta vůči vlně dopadající, pro  $E_{O0} < 0$  je odpovídající fázový posun roven  $\pi$ .

$E_{L0}$  bude vždy kladné, jak jsme odvodili ze spojovacích podmínek.

Označíme-li

$$r_s = \frac{E_{O0}}{E_{D0}} \text{ a } t_s = \frac{E_{L0}}{E_{D0}}$$

Kde  $r_s$  značí **koeficient amplitudové reflexe** a  $t_s$  značí **koeficient amplitudové transmise**.

Ze spojovacích podmínek můžeme psát **Fresnelovy vzorce pro S-polarizovanou vlnu**:

$$r_s = -\frac{\sin(\alpha_D - \beta)}{\sin(\alpha_D + \beta)} = \frac{n_1 \cos \alpha_D - n_2 \cos \beta}{n_1 \cos \alpha_D + n_2 \cos \beta} \quad (1.39)$$

$$t_s = \frac{2 \cos \alpha_D \sin \beta}{\sin(\alpha_D + \beta)} = \frac{2n_1 \cos \alpha_D}{n_1 \cos \alpha_D + n_2 \cos \beta}. \quad (1.40)$$

Protože měříme intenzitu, zavádí se veličiny **propustnost** a **odrazivost** s-složky jako:

$$T_s = \frac{\cos \beta}{\cos \alpha_O} t_s t_s^*$$

$$R_s = r_s r_s^*.$$

Z Fresnelových vzorců pro S-polarizovanou vlnu vyplývá:

- pro  $\alpha_D > \beta \Rightarrow r_s < 0$ : při odrazu na opticky hustším prostředí je tedy odražená vlna fázově posunutá vůči vlně dopadající o  $\pi$ ,
- pro  $\alpha_D < \beta \Rightarrow r_s > 0$ : při odrazu na opticky řidším prostředí, nedochází k fázovému posunu mezi vlnou dopadající a odraženou,
- $t_s$  je vždy kladné  $\Rightarrow$  mezi vlnou dopadající a lomenou nedochází k fázovému posunu nikdy a to bez ohledu na velikost indexů lomu  $n_1, n_2$ .

### P-polarizace

P-složka (transverzální magnetická vlna) polarizovaného světla odpovídá elektrické intenzitě ležící v rovině dopadu, platí tedy:

$$\vec{E}_{D0} = E_{D0} \vec{n}_{Dz}$$

kde  $E_{D0}$  opět považujeme za kladné číslo.

Ze spojovacích podmínek:

*je-li dopadající vlna P-polarizovaná, jsou takové i vlna odražená a lomená*

Potom:

$$\vec{E}_{O0} = E_{O0} \vec{n}_{Oz} \text{ a } \vec{E}_{L0} = E_{L0} \vec{n}_{Lz}$$

Stejná znaménková konvence  $E_{O0}$  definovaná pro S-polarizaci nám opět určuje posun fáze odražené vlny vůči dopadající.

$E_{L0}$  bude vždy kladné.

Nyní definujeme koeficienty **koeficient amplitudové reflexe** a **koeficient amplitudové transmise**:

$$r_p = \frac{E_{O0}}{E_{D0}} \text{ a } t_p = \frac{E_{L0}}{E_{D0}}.$$

Z čehož dostaneme **Fresnelovy vzorce pro P-polarizovanou vlnu**:

$$r_s = \frac{\tan(\alpha_D - \beta)}{\tan(\alpha_D + \beta)} = \frac{n_2 \cos \alpha_D - n_1 \cos \beta}{n_2 \cos \alpha_D + n_1 \cos \beta} \quad (1.41)$$

$$t_p = \frac{2 \cos \alpha_D \sin \beta}{\sin(\alpha_D + \beta)} = \frac{2 n_1 \cos \alpha_D}{n_2 \cos \alpha_D + n_1 \cos \beta}. \quad (1.42)$$

Opět zavedeme **propustnost** a **odrazivost** p-složky jako:

$$T_p = \frac{\cos \beta}{\cos \alpha_O} t_p t_p^*$$

$$R_p = r_p r_p^*.$$

Záporné hodnoty  $r_p$  opět odpovídají změně fáze o  $\pi$  odražené vlny vůči dopadající, kladné hodnoty pak odpovídají nulové změně fáze.

### Brewsterův úhel

V předchozím odstavci jsme změnu fáze odražené vlny vůči dopadající charakterizovali pomocí znaménka Fresnelova koeficientu amplitudové reflexe p-složky.

Otázkou zůstává interpretace případu, kdy je koeficient  $r_p$  nulový. Takový případ nastane, pokud  $\alpha_D + \beta = \pi/2$ , potom  $\tan(\alpha_D + \beta) \rightarrow \infty \Rightarrow r_p \rightarrow 0$ .

Fyzikální interpretace je taková, že p-polarizovaná složka se od rozhraní vůbec neodráží. Dopadá-li na rozhraní obecně polarizované světlo, odráží se od něj jen s-složka, tedy světlo lineárně polarizované.

### 1.3.3 Totální odraz

Podle (1.27) jsme si nadefinovali podmínku pro totální odraz. Pro úhly dopadu větší než  $\alpha_{D_{max}}$  pozbývají také platnosti Fresnelovy vzorce uvedené v odstavci 1.3.2, protože úhel  $\beta$  v nich se vyskytující, není pro taková  $\alpha_D$  definován.

Musíme nyní přeformulovat náš předpoklad současné existence tří rovinných monochromatických vln, který je v tomto případě příliš silný a nelze jej splnit. Dopadající a odraženou vlnu ponecháme ve stejném tvaru, musíme, ale přeformulovat tvar lomenné vlny. Složitější úvaha, která je popsána v [8] vede k tomu, že lomennou vlnu můžeme zapsat ve tvaru:

$$\vec{E}_L(\vec{r}, t) = \vec{E}_{D0} \exp(\delta z) \exp i\{\vec{k}_L \vec{r} - \omega_L t + \varphi_L\} \quad (1.43)$$

Jedná se tedy o vlnu nehomogenní, která se šíří podél rozhraní xy a rychle ubývá směrem do druhého prostředí ( $z < 0$ ). Tato vlna se v literatuře obvykle nazývá *evanescentní vlna*.

To tedy znamená, že při totálním odrazu je všechno dopadající záření odraženo a nedochází k proniknutí světla do druhého prostředí, avšak elektromagnetické pole v druhém prostředí není nulové.

### 1.3.4 Interference na tenké vrstvě

Maxwellovy rovnice jsou lineární<sup>8</sup>. Totéž předpokládáme o materiálových vztazích charakterizujících optické vlastnosti studovaných prostředí. Společná řešení Maxwellových a materiálových rovnic můžeme proto sčítat. Jinak řečeno, jsou-li  $\vec{E}_1(\vec{r}, t)$ ,  $\vec{H}_1(\vec{r}, t)$  a  $\vec{E}_2(\vec{r}, t)$ ,

<sup>8</sup>Máme na mysli rovnice v níž je v nichž jsou hustota volných nábojů a hustota volných proudů nulové.

$\vec{H}_2(\vec{r}, t)$  dvě elektromagnetická pole vyhovující Maxwellovým a materiálovým rovnicím , vyhovují stejným rovnicím i pole:

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_1(\vec{r}, t) + \vec{E}_2(\vec{r}, t)$$

$$\vec{H}(\vec{r}, t) = \vec{H}_1(\vec{r}, t) + \vec{H}_2(\vec{r}, t)$$

Uvedené tvrzení se obvykle nazývá **princip superpozice**. Dále se dá ukázat, že princip superpozice lze rozšířit i na nekonečná množství skládaných vln, a to jak spočetná:

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \vec{E}_n(\vec{r}, t),$$

tak i nespočetná:

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \int_k \vec{E}_k(\vec{r}, t) dk,$$

kde  $k$  je spojitý index (podle potřeby i vektorový) nabývající hodnot z nějaké nespočetné indexové množiny  $K$ .

Skládání konečného a nekonečného počtu elektromagnetických vln se rozlišuje i terminologicky. V prvním případě hovoříme o **interferenci** či o interferenčních jevech , ve druhém případě o **ohybu (difrakci)** či o difrakčních jevech.

Odvoďme nyní vztahy popisující elektrickou intenzitu paprsku, který vznikl interferencí paprsků vzniklých na tenké vrstvě. Interferují nám paprsky:

- a) paprsek odražený od prvního rozhraní (dielektrikum 1-kov),
- b) paprsky, které prošly prvním rozhraním, poté se odrážely uvnitř kovu ( $n$ -krát od druhého rozhraní a  $(n - 1)$ -krát od druhého: kov-dielektrikum 2) a nakonec vyšly prvním rozhraním zpět do poloviny dopadu.

$$\frac{E_0}{E_D} = r_{01} + t_{01}t_{10} \sum_{i=1}^{\infty} p^i r_{12}^i r_{10}^{i-1} = r_{01} + t_{01}t_{10} \frac{pr_{12}}{1 - pr_{12}r_{10}}$$

kde

$$p = \exp(2ik_{kov}d \cos \beta)$$

$d$  je tloušťka tenké vrstvy ( $d \leq 10\lambda$ ),

$r_{01}$ ,  $t_{01}$  jsou Fresnelovy koeficienty reflexe a transmise pro rozhraní mezi prostředím o  $n_0 \rightarrow n_1$ ,

$r_{10}$   $t_{10}$  jsou Fresnelovy koeficienty reflexe a transmise pro rozhraní mezi prostředím o

$n_1 \rightarrow n_0$ ,

$r_{12}$  je Fresnellův koeficient reflexe pro rozhraní mezi prostředím o  $n_1 \rightarrow n_2$ .

Tuto metodu lze uplatnit pouze pro interferenci na jedné vrstvě, v případě interference na více vrstvách je vhodnější použít metodu matic (založená na hraníčních podmínkách každé z vrstev pro  $\vec{E}$  a  $\vec{H}$ ), která je blíže popsána v [3].

## 1.4 Drudeho model

Drudeho model kovu je model, který dobře vysvětluje především transportní vlastnosti kovů jako je elektronová vodivost, tepelná vodivost atd.

Tento model připodobňuje oblak volných elektronů v kovu k ideálnímu plynu.

Předpoklady Drudeho modelu:

- všechny atomy přispívají stejným počtem elektronů do elektronového plynu,
- elektrony jsou volné (tj. na elektrony nepůsobí žádná vnější síla včetně interakce s iontovými zbytky atomů),
- elektrony jsou nezávislé (tj. nepůsobí na sebe navzájem),
- předpokládáme, že vzniklý elektronový plyn je ideální plyn (tj. rozložení rychlostí má Maxwell-Boltzmanovo rozdělení).

Z tohoto modelu a užitím Maxwellových rovnic lze odvodit například stejnosměrnou/střídavou elektronovou vodivost nebo třeba tepelnou vodivost. Toto je odvozeno například v lit. [4].

### 1.4.1 Odvození dielektrické funkce

Mějme kov, na který necháme působit střídavé elektromagnetické pole.

Předpokládáme střídavé elmag. pole tvaru:

$$\vec{E}(t) = \Re\{\vec{E}(\omega)e^{-i\omega t}\} \quad (1.44)$$

$$\vec{B}(t) = \Re\{\vec{B}(\omega)e^{-i\omega t}\} \quad (1.45)$$

*Střídavá elektronová vodivost* definujeme (odvození nalezneme např. v [4]):

$$\sigma(\omega) = \frac{\sigma(0)}{1 - i\omega\tau} \quad (1.46)$$

kde  $\sigma(0) = \frac{ne^2\tau}{m}$ .

Dosazením (1.45) do (1.2) dostáváme:

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = i\omega\vec{B}(t) \quad (1.47)$$

Dále dosazením (1.44) do (1.4) dostáváme:

$$\frac{1}{\mu_0} \vec{\nabla} \times \vec{B} = -i\omega\varepsilon_0 \vec{E}(t) + \vec{j} \quad (1.48)$$

kde proudovou hustotu přepíšeme ve tvaru:  $\vec{j} = \sigma \vec{E}$ .

Nyní užijeme opět vektorové identity uvedené v kapitole 1.1.1 dostáváme:

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{E}) = i\omega\mu_0(-i\omega\varepsilon_0 + \sigma)\vec{E} = -\Delta\vec{E} \quad (1.49)$$

$\Rightarrow$

$$\Delta\vec{E} = -(\omega^2\mu_0\varepsilon_0 + i\omega\mu_0\sigma)\vec{E}$$

Protože

$$\Delta\vec{E} = -\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon(\omega)\vec{E} \quad (1.50)$$

$\Rightarrow$

$$\varepsilon(\omega) = 1 + i\frac{\sigma(\omega)}{\omega\varepsilon_0} \quad (1.51)$$

Dosadíme-li nadefinovanou střídavou vodivost (1.46) do vztahu (1.51):

$$\varepsilon(\omega) = 1 + \frac{1}{\omega\varepsilon_0} \frac{\sigma(0)}{(1 - i\omega\tau)}$$

Nyní definujeme *plasmovou frekvenci*:

$$\omega_p = \sqrt{\frac{ne^2}{\varepsilon_0 m}} \quad (1.52)$$

Což je frekvence, která popisuje kolektivní kmity elektronů v elektronovém plynu.

$\Rightarrow$

$$\varepsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2\tau^2}{1 + \omega^2\tau^2} + i\frac{\omega_p^2\tau}{\omega(1 + \omega^2\tau^2)} \quad (1.53)$$

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon_1 + i\varepsilon_2$$

Za předpokladu ideálního vodiče můžeme udělat limitní přechod:

$$\lim_{\tau \rightarrow \infty} \varepsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}$$

V prostředí kde  $\mu = 1 \Rightarrow N = \sqrt{\varepsilon(\omega)}$

Pro  $\omega < \omega_p \Rightarrow \varepsilon(\omega) < 0 \Rightarrow N$  je ryze imaginární.

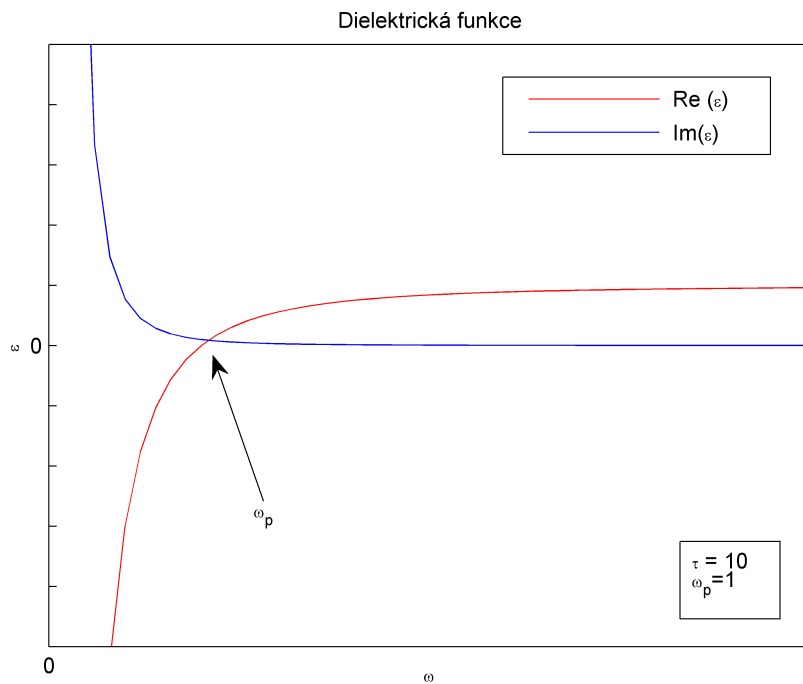
Odrazivost materiálu ( $R$ ) je definovaná jako:

$$R = \frac{(N - N')^2}{(N + N')^2} \quad (1.54)$$

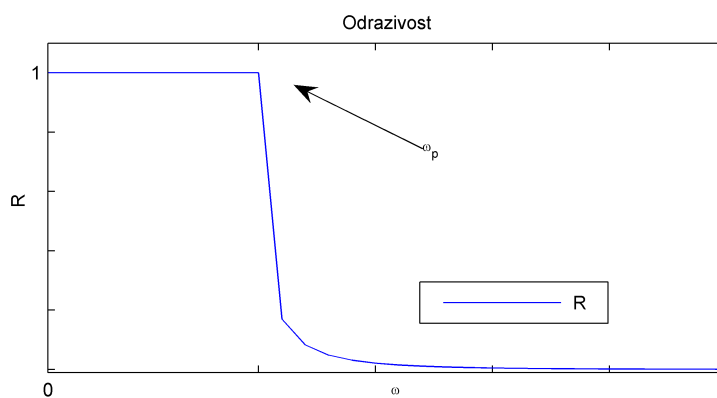
kde  $N$  je index lomu prostředí dopadu,  $N'$  je index lomu prostředí za optickým rozhraním.

Protože  $N \in \mathbf{R}$  a  $N'$  je ryze imaginární  $\Rightarrow R=1$ .

***Tzn. pro elektromagnetickou vlnu s  $\omega < \omega_p$  dopadající na kov (ideální vodič) bude docházet k totálnímu odrazu.***



Obrázek 1.2: Spektrální závislost dielektrické funkce, Drudeho model.



Obrázek 1.3: Spektrální závislost odrazivosti  $R$ , Drudeho model.

## Kapitola 2

# Plazmon - jeho podstata a využití

Plazmon je častokrát definován jako kvazičástice (kvantum) podélných oscilací v elektronovém plynu v pevných látkách (kovy, nekovy, plasty)<sup>1</sup>. Jinak řečeno, je to kvantum energie nutné k nabuzení elektronového plynu.

K popsání příčiny vzniku a popisu mechanismu vyvolávající tento jev můžeme vybrat více modelů (kvantový, Drudeho, vlnový model etc.) Jeden z jednodušších popisů na pochopení je představa, kdy s každou látkou zacházíme jako s homogenním kontinuem popsaným dielektrickou funkcí.

V našem případě jsme použili model, který je popsán pomocí Fresnelových koeficientů, jestli je tento popis dostatečný ukáže experimentální část.

### 2.1 Povrchový plazmon

Povrchový plazmon je označení pro jev, který nastává při odrazu polarizovaného světla v soustavě sklo-kov<sup>2</sup>-vnější prostředí.

Vyneseme-li závislost odrazivosti p-složky polarizované vlny na úhlu dopadu, pozorujeme v jistém místě prudký pokles. Tento pokles je označován za povrchový plazmon (surface plasmon polariton - SPP). Neboli povrchovým plazmonem rozumíme příčinu poklesu odrazivosti p-složky světla na rozhraní sklo-kov.

Jak již bylo popsáno dříve, z Drudeho modelu vyplývá, že vlnění, které dopadá na rozhraní dielektrikum/kov s nižší frekvencí než je plazmová frekvence, je téměř totálně odraženo.

Totální odraz zapříčiňuje přítomnost evanescentní vlny na rozhraní. Evanescentní vlna je vlna, která vzniká, v našem konkrétním případě, na rozhraní sklo-kov, šíří se po rozhraní a mírně proniká do kovové vrstvy. Rozruch šířený touto vlnou velice rychle umírá. Jde o vlnu silně tlumenou.

Z vlnové rovnice (1.5) a definice vlnového vektoru dostáváme:

---

<sup>1</sup> *Kvazičástici* chápeme jako z místa na místo se přesouvající rozruch, excitace budící dojem pohybu skutečné částice.

<sup>2</sup> Důležité je podotknout, že se musí jednat o tenkou vrstvu, později bude ukázáno, že ideální tloušťka kovové vrstvy je 50 nm.

$$\frac{\omega^2}{v^2} = k_x^2 + k_y^2 = k^2$$

$$\Rightarrow k_x = (k^2 - k_y^2)^{1/2}$$

Dále mějme nějakou obecnou tlumenou vlnu:

$$u = a \cos k_y y \exp i\{k_x x - \omega t\}$$

pro  $k_y^2 > k^2 \Rightarrow k_x$  je ryze imaginární. Označme  $\mu = i k_x$  a rovnici pro tlumenou vlnu přepíšeme na tvar:

$$u = a e^{-\mu x} \cos k_y y \exp\{-i\omega t\}$$

Například, kdyby  $k_y^2 > 2k^2 \Rightarrow \mu = k$ . V takovém případě by amplituda spadla na  $1/e$  na vzdálenosti  $\lambda/2\pi$ . Bližší a důkladnější pohled nalezneme například v [7], [8].

To nám odkrývá další možný pohled na SPP. Taková hraniční vlna, jak jsme si ji popsali, je pak velice citlivá i na malou změnu prostředí rozhraní.

### 2.1.1 Použití povrchového plazmonu, popsání mechanismu konstrukce biodetektoru

Poloha plazmonu (minima funkce  $R_p = f(\varphi)$ , kde  $R_p$  je odrazivost p-složky,  $\varphi$  je úhel dopadu na vrstvu) je závislá jak na vstupních konstantách do vztahu pro výpočet  $R_p$ , tak na parametrech v okolním prostředí. I malá změna vstupních konstant nebo parametrů v okolí rozhraní způsobuje značnou deformaci tvaru křivky a polohy minima, jak je ukázáno na grafech teoretických křivek (obrázek 2.1, 2.2, 2.3, 2.4).

Povrchové plazmony můžou být využívány ke zvýraznění spektroskopických měření včetně fluorescence, Ramanova rozptylu atd. Četné aplikace jsou popsány v [9].

Nicméně, v jednodušší formě, může být SPP odrazivost využita k detekci DNA nebo proteinu, pomocí změn v indexu lomu následkem absorpce cílové molekuly na kovovém povrchu. Tohoto principu je využíváno při konstrukci biodetektoru. Za kovovou tenkou vrstvu je umístěn biologický preparát. Potom podle polohy, šířky a hloubky minima odrazivosti p-složky, je tak možno určovat index lomu preparátu nebo při naměření referenčního vzorku určovat malé odchylky indexu lomu preparátu za kovovou vrstvou.

Další možné uspořádání experimentu ke konstrukci biodetektoru je kompozice různých kovů a tloušťek vrstev, popř. slitin kovů, na kterých bude docházet k poklesu  $R_p$ . Pak bude např. jedna tenká vrstva sloužit jako referenční a za druhou tenkou vrstvou se umístí preparát.

#### Tloušťka tenké vrstvy

Jeden z nejvýznamnějších parametrů při konstrukci aparatury pro detekci změn indexu lomu vnějšího prostředí, je tloušťka tenké vrstvy nanesené na hranol. Tloušťka tenké vrstvy značně ovlivňuje výraznost pozorovaného jevu.

Z následujícího grafu vynesného na obrázcích (2.1), (2.2) je patrné, že tloušťka tenké vrstvy má vliv pouze na šířku a hloubku minima, vzhledem k úhlu dopadu se minimum

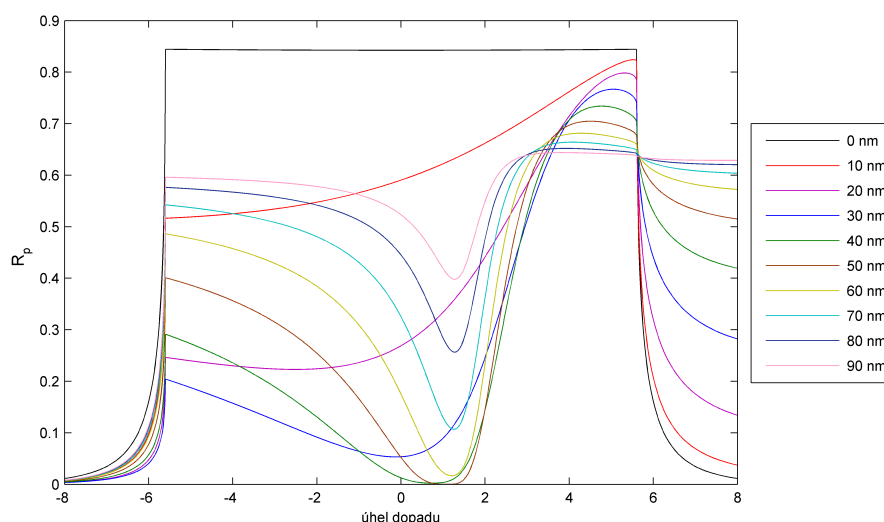
pohybuje zanedbatelně. Ideální šířka kovové vrstvy se pohybuje mezi 50-60 nm. Pro výrazně tenčí vrstvy je jev zanedbatelný, pro tlustší vrstvy, je minimum málo hluboké.

Na obrázku 2.1 je vynesena závislost odrazivosti  $R_p = f(\varphi)$  pro uspořádání, kdy dopadající paprsek je odražen pouze od jedné tenké kovové vrstvy. Na obrázku 2.2 je vynesena  $R_p$  pro paprsek, který se nejdříve odráží od tenké kovové vrstvy a potom od tlusté kovové vrstvy.

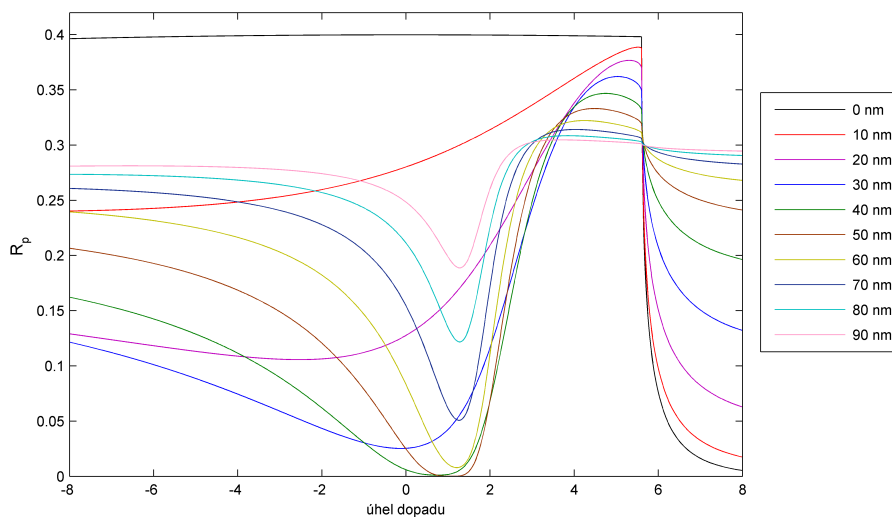
Obrázek 2.3 znázorňuje citlivost plazmonu na index lomu kovové vrstvy.

Obrázek 2.4 znázorňuje použití dvou tenkých kovových vrstev (Cu je použita jako referenční, Au jako vrstva za níž bude umístěn preparát).

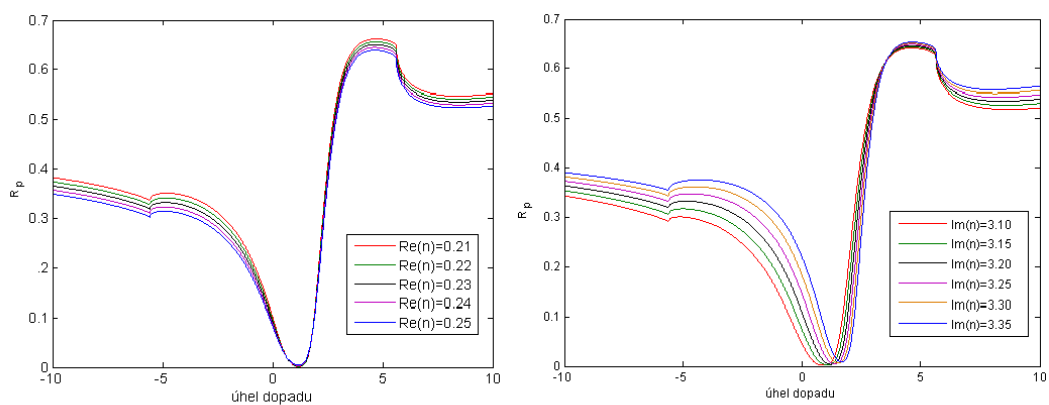
*Poznámka:* V vykreslených teoretických křivkách jsem jako ostatní vstupní konstanty dosazovala:  $\lambda = 630 \text{ nm}$ ,  $n_{\text{hranol}} = 1.515$ ,  $n_{\text{Au}} = 0.2271 + 3.1704i$ ,  $n_{\text{Cu}} = 0.1867 + 3.3338i$ .



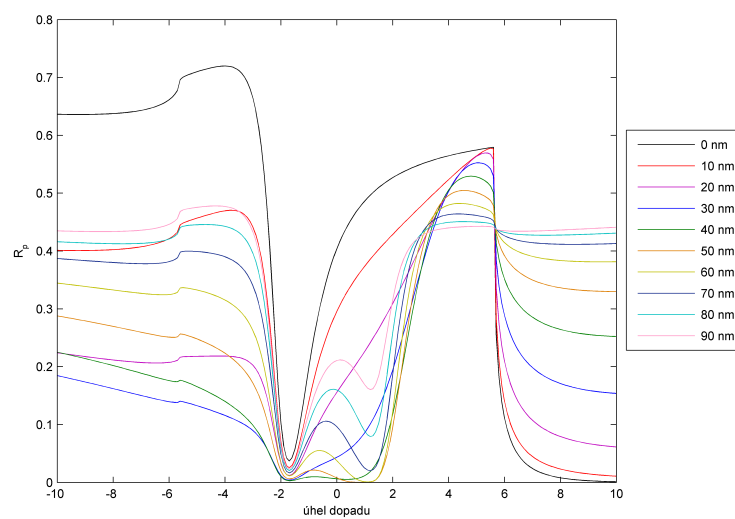
Obrázek 2.1: Závislost odrazivosti p-složky na tloušťce tenké vrstvy Au, kovová vrstva na jedné straně.



Obrázek 2.2: Závislost odrazivosti p-složky na tloušťce tenké vrstvy Au, na jedné straně tenká vrstva, na druhé tlustá vrstva.



Obrázek 2.3: Závislost odrazivosti p-složky na indexu lomu kovové vrstvy



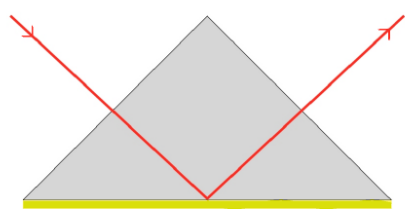
Obrázek 2.4: Závislost odrazivosti p-složky na tloušťce tenké vrstvy Au, na jedné straně tenká vrstva Au, na druhé tenká vrstva Cu.

## Kapitola 3

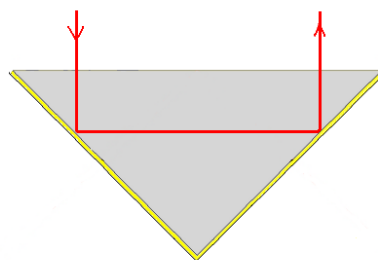
# Experimentální část

Experiment jsme realizovali při uspořádání, které je popsáno v následující kapitole.

Neměřili jsme, v literatuře často zmiňované Kretschmannově konfiguraci, ale v konfiguraci, kdy kovové vrstvy byly nanесeny na šikmé plochy hranolu.



Kretschmannova konfigurace

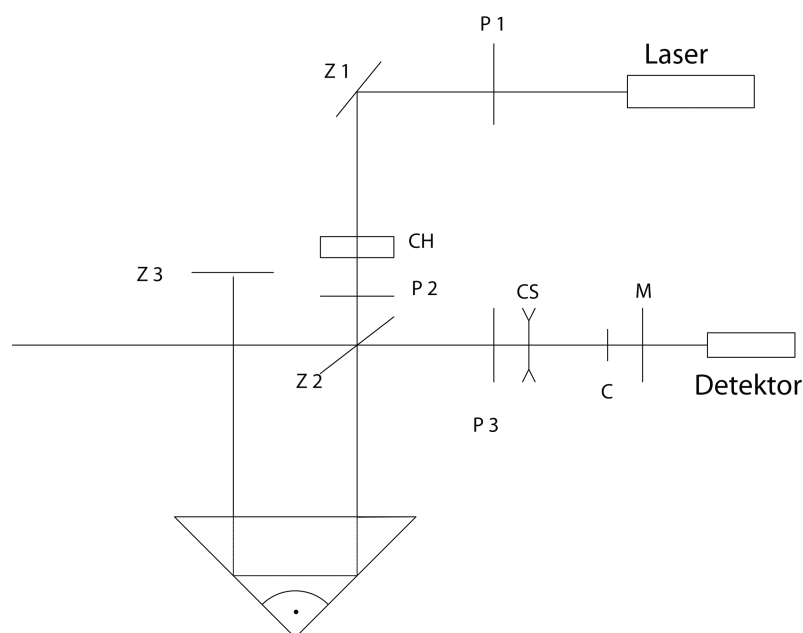


Konfigurace experimentu

Obrázek 3.1: Konfigurace nanесení tenkých vrstev.

Výhody nanášení kovových vrstev na šikmé stěny je snadná obměna experimentu a možnost měření dvojitého plazmonu, tzn. k poklesu odrazivosti p-složky může dojít dvakrát, pokud na obou stěnách budou tenké kovové vrstvy.

### 3.1 Uspořádání experimentu



Obrázek 3.2: Aparatura

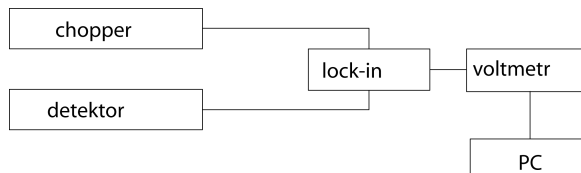
Statická část aparatury se skládala z prvku:

**Laseru** (v obrázku je značen LASER) o vlnové délce 633 nm,  
**polarizátoru**  $P_1$  (v obrázku je značen P1), který sloužil k zeslabení signálu,  
**zrcadla**  $Z_1$  (v obrázku je značeno Z1),  
**chopperu** (v obrázku je značen CH),  
**polarizátoru**  $P_2$  (v obrázku je značen P2), který sloužil k depolarizaci zdroje,  
**polopropustného zrcadla**  $Z_2$  (v obrázku je značeno Z2),  
**zrcadla**  $Z_3$  (v obrázku je značeno Z3), který odrážel parsek nazpět po stejné dráze, po jaké dopadl,  
**polarizátoru**  $P_3$  (v obrázku je značen P3), který sloužil k nastavení p-složky,  
**tenké spojné čočky** (v obrázku je značena CS), která sloužila k fokuzaci signálu,  
**clony** (v obrázku je značena C), která zabraňovala dopadu parazitů do detektoru,  
**matnice** (v obrázku je značena M), která sloužila k rozmatnění signálu dopadajícího do detektoru,  
**detektoru** (v obrázku je značen DETEKTOR).

Pohyblivou část aparatury tvořil otočný stoleček, který byl umístěn pod hranolem.

## Detektor

Jako detektor jsme používali synchronní Si detektor, jehož schéma je na následujícím obrázku.



Obrázek 3.3: Schéma detektoru

Synchronní detekce je technika zpracování signálu, která umožňuje separovat i slabý signál v silném šumu - např. zpracování signálu se silným rušením.

Tato technika vyžaduje *referenční signál* s přesně danou frekvencí a fází. Frekvence referenčního signálu byla daná frekvencí chopperu, fázi jsme na lock-inu nastavovali ručně (fázi jsme nastavili na  $90^\circ$ ).

Takovým nastavením jsme docílili částečného odfiltrování nežádoucího šumu.

## Stoleček s motorkem

Stoleček, na kterém byl umístěn hranol byl poháněn motorkem. Chod motorku byl velmi jemný (1200 kroků motorku odpovídalo  $1^\circ$ ), což nám umožňovalo poměrně podrobné měření, které ovšem trvalo dlouho.

Motorek jsme ovládali přes počítač. Nastavovali jsme počet kroků celého měření (tzn. rozsah měření), po kolika krocích ukládat hodnoty napětí na detektoru (tzn. jak často ukládat data), počet hodnot přiřazené jednomu měření (tzn. při ukládání dat do počítače tento parametr udával počet hodnot napětí na detektoru). Při každém odečítání hodnot napětí na detektoru se motorek zastavil, dokud nebyl naměřen požadovaný počet hodnot napětí. Napětí byla tedy ukládána při zastavení motorku. Ukládání dat do počítače probíhalo poměrně rychle, proto nastavovat integrační dobu snímání napětí větší než 1 s bylo beze smyslu.

### 3.1.1 Seřízení aparatury

Navržená aparatura je velmi citlivá na nastavení kolmosti dopadajícího paprsku na osu otáčení stolečku. Bylo třeba velmi pečlivě nastavit kolmost zrcátka  $Z_3$ , aby se odražený paprsek vracel po dráze dopadu. Při nepřesném nastavení docházelo k pohybu odraženého paprsku a díky cloně těsně před detektorem nedopadal paprsek do detektoru, ale pouze na hranu clony.

Dále, aby při kolmém dopadu byla stěna hranolu opravdu kolmá na dopadající paprsek.

### 3.1.2 Nastavení polarizátorů

Jak uvádím výše v popisu mechanismu povrchového plazmonu, je třeba nastavit polarizátory tak, aby bylo možno měřit pouze p-složku světla po průchodu aparaturou, dále jsme se museli vypořádat s polarizací zdroje.

Nastavení polarizátoru  $P_2$  jsme uskutečnili tak, že jsme otáčeli hranolem do chvíle, než jsme našli Brewstrův polarizační úhel pro odražený paprsek (docházelo k znatelnému zeslabení signálu), potom jsme otáčeli polarizátorem tak, aby intenzita odraženého svazku (odraženého od přední stěny hranolu) klesla na minimum. Tímto byl nacejchován polarizátor  $P_2$  na propustnost p-složky<sup>1</sup>. Následně jsme otočili polarizátorem  $P_2$  o  $45^\circ$ , čímž jsme dosáhli toho, že s a p složky jsou rovnocenné<sup>2</sup>. Světlo po průchodu takovýmto polarizátorem považujeme za depolarizované.

Dále jsme potřebovali nastavit polarizátor  $P_3$  tak, aby propouštěl pouze p-složku světla. Podle vypočtených předpokladů jsme nastavili hranol do oblasti úhlů, kde se může vyskytovat plazmon, potom jsme polarizátorem  $P_3$  otáčeli, než jsme našli minimum signálu<sup>3</sup>. Tímto jsme polarizátor  $P_3$  nastavili na průchodnost pouze p-složky.

## 3.2 Výhody aparatury

Toto netradiční uspořádání aparatury nám přináší značné výhody.

Především je to pohyblivost pouze hranolu, což nám umožňuje měření ve velkém úhlovém rozsahu. Pokud neměříme pouze v oblasti plazmonu, ale ve větším rozsahu (alespoň  $\pm 6^\circ$  pro BK7), můžeme pozorovat i zajímavé jevy ve vzdáleném okolí. Jsou to charakteristické zlomy, které se vyskytují kolem bodu  $\pm 5.6^\circ$ , kde dochází ke snížení odrazivosti. Jediné omezení pro měření velkého rozsahu je v geometrii hranolu.

Další značná výhoda je možnost využití měření dvojnásobného plazmonu, tedy na obě šikmé stěny hranolu umístit kovové vrstvy, potom jedna vrstva slouží jako referenční a za druhou je umístěn preparát. Referenční vrstva slouží ke zpřesnění měření.

## 3.3 Měření čistého hranolu

Experiment jsme uskutečnili na hranolu, který byl vyroben z optického skla BK7<sup>5</sup>, dále jsme měli k dispozici sklíčka ze stejného optického materiálu.

Sklíčka jsme k hranolu připevňovali pomocí hřebíčkového oleje, tento olej má přibližně stejný index lomu jako BK7 ( $n_{BK7} = 1.515$ ,  $n_{olej} = 1.537$ ).

Pro ověření funkčnosti a citlivosti sestavené aparatury, jsme nejprve realizovali měření bez napařené vrstvy.

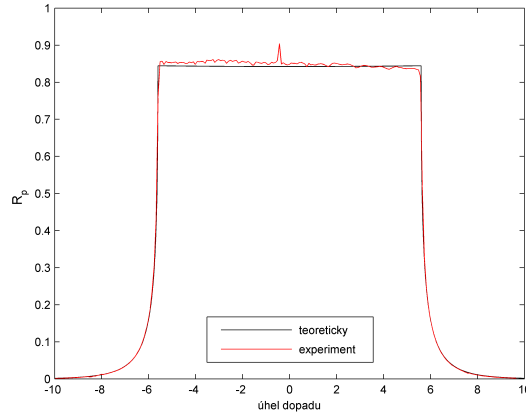
<sup>1</sup>Dochází k tomu, že p-složka se od povrchu vůbec neodráží, tedy prochází hranolem a odražená složka je minimální.

<sup>2</sup>Amplitudy mají stejnou velikost.

<sup>3</sup>Pro s-složku v místě plazmonu nedochází vůbec k poklesu, proto jakékoliv zesílení otáčením polarizátoru znamená propouštění s-složky.

<sup>4</sup>Jedná se úhly dopadu na hranol, nikoliv na vrstvu.

<sup>5</sup>BK7 je borosilikátové sklo s vysokou homogenitou, s nízkým obsahem bublinek a dutinek.



Obrázek 3.4: Měření s čistým hranolem.

V intervalu  $\langle -5.6^\circ, 5.6^\circ \rangle$  dochází k totálnímu odrazu, velice důležitý je fakt, že se jedná o úhly dopadu na hranol.

$$\alpha_{D_{max}} > \arcsin \frac{n_2}{n_1}$$

pro úhel nenáležící do toho intervalu dochází k poklesu intenzity<sup>6</sup> (není splněna uvedená nerovnost).

Ze šířky pásu úhlu, pro které dochází k totálnímu odrazu, by bylo možné snadno určit index lomu hranolu. S rostoucím indexem lomu hranolu se šířka pásu úhlů, kdy dochází k totálnímu odrazu, rozšiřuje. Toto může vést i k technickým nepříjemnostem, že pro hranoly s vysokým indexem lomu, je šířka tohoto pásu jen velmi těžko technicky naměřitelná. Což byl i náš případ pro jeden z hranolů, který měl index lomu přibližně 1.8. Omezení v tomto případě byla velikost a geometrie hranolu<sup>7</sup>, potom interval úhlů, pro který docházelo k totálnímu odrazu byl  $\langle -20^\circ, 20^\circ \rangle$ .

Při porovnání naměřených dat a teoretické křivky na obrázku 3.4 vidíme, že s takto sestavenou aparaturou, jsme poměrně přesně schopni měřit odrazivost a její změny.

Na obrázku 3.4 si můžeme všimnout, že pro úhel  $0^\circ$  dochází k významnějšímu nárůstu  $R_p$  složky. Je to způsobeno dopadem parazitního signálu do detektoru. V dalších křivkách jsem tento parazit vyhlazovala proložením přímkou.

### 3.4 Měření tenkých vrstev zlata proti čistému hranolu

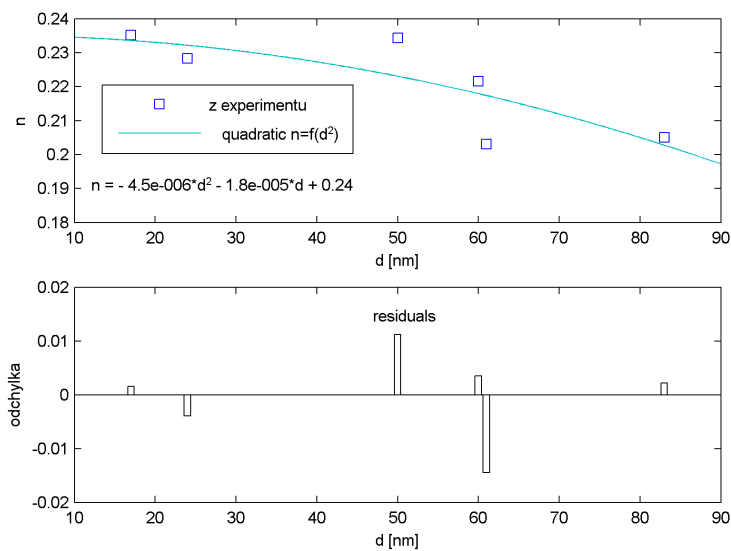
Na sklíčka z BK7 jsem si nechali napařit serii zlatých vrstev, které jsme pak měřili v různých kompozicích.

<sup>6</sup>Důležité je uvědomit si, že  $\alpha_{D_{max}}$  je kritický úhel dopadu na vrstvu, nikoliv na hranol.

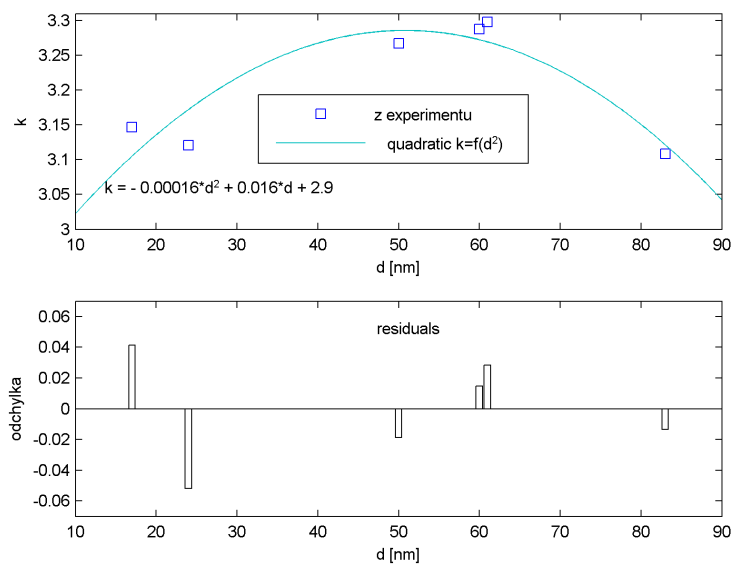
<sup>7</sup>Docházelo k dopadu na hranu, popř. signál nedopadal vůbec na hranol.

První kompozice, kterou jsme naměřili, byla taková, že na jednu šikmou plochu hranolu jsme připevnili sklíčko s napařenou vrstvou, druhou šikmou plochu jsme nechali čistou.

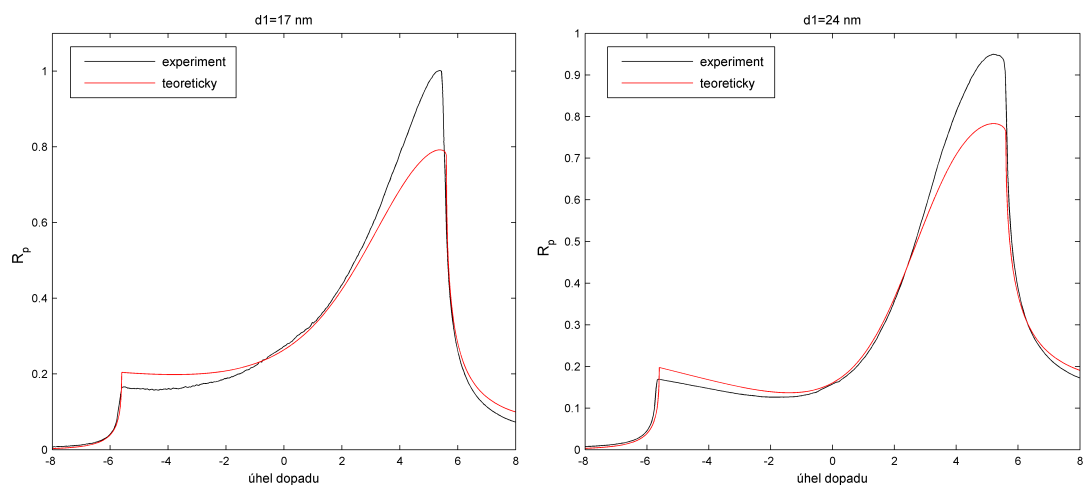
Následným proložení naměřených hodnot teoretickou křivkou, jsem dostala tloušťku zlaté vrstvy a index lomu.



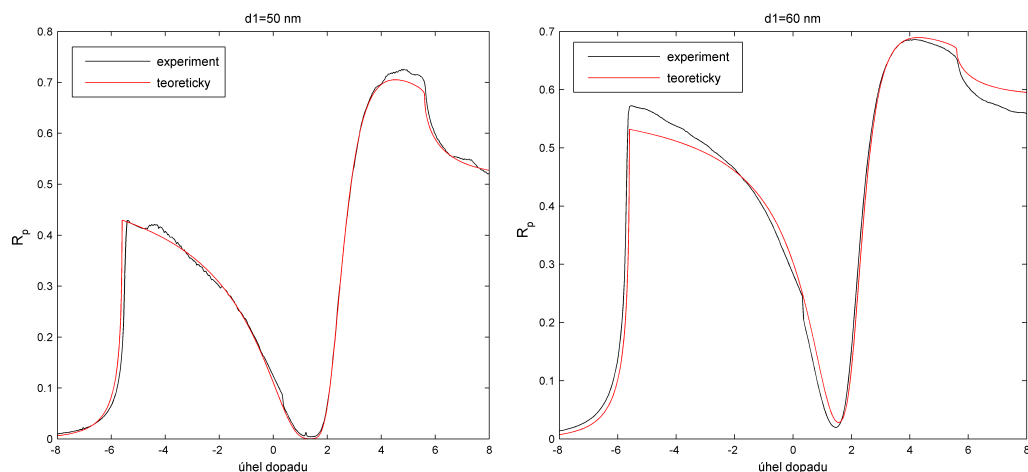
Obrázek 3.5: Optické konstanty z měření tenké vrstvy Au proti čistému hranolu, reálná část indexu lomu.



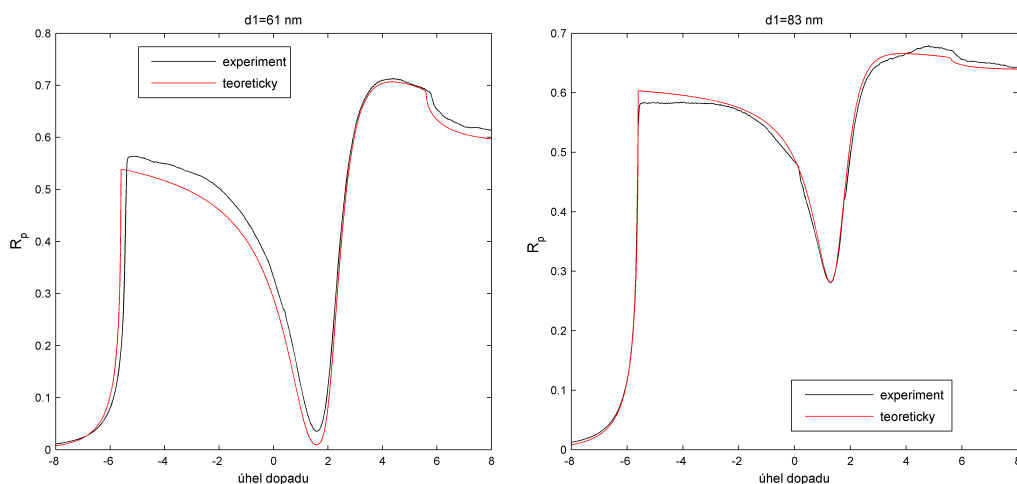
Obrázek 3.6: Optické konstanty z měření tenké vrstvy Au proti čistému hranolu, imaginární část indexu lomu.



Obrázek 3.7: Měření odrazivosti p-složky tenké vrstvy Au proti čistému hranolu pro  $d_1 = 17$  nm,  $d_1 = 24$  nm.



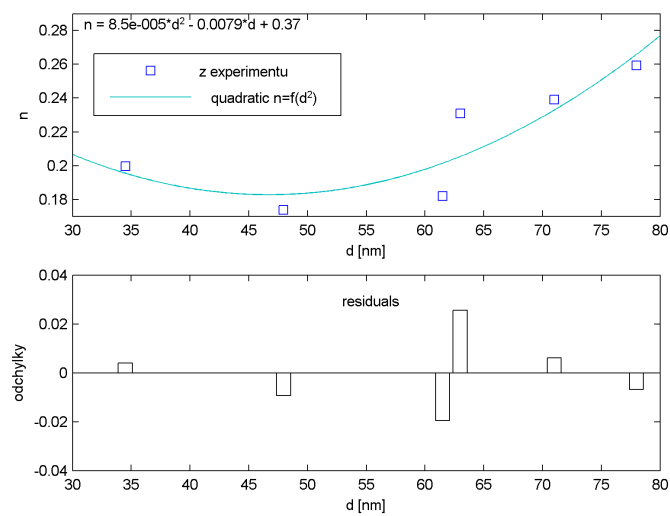
Obrázek 3.8: Měření odrazivosti p-složky tenké vrstvy Au proti čistému hranolu pro  $d_1=50$  nm,  $d_1=60$  nm.



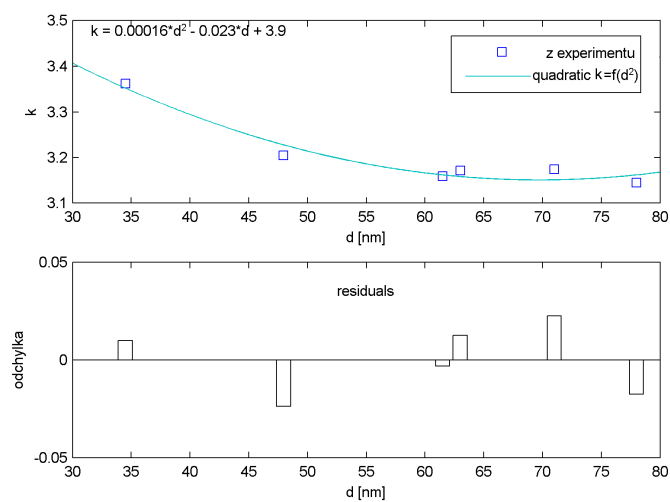
Obrázek 3.9: Měření odrazivosti p-složky tenké vrstvy Au proti čistému hranolu pro  $d_1=61$  nm,  $d_1=83$  nm.

### 3.5 Měření tenké vrstvy zlata proti tlusté vrstvě kovu

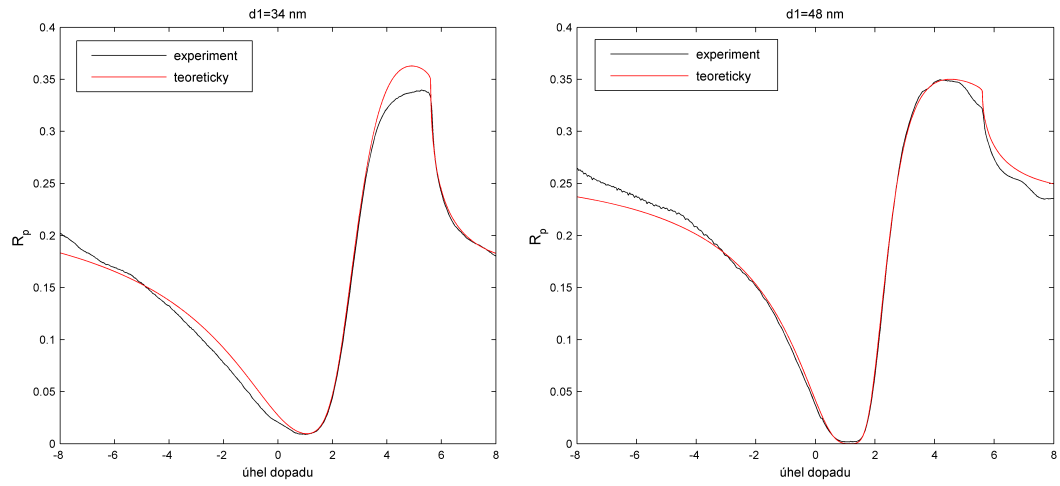
Následovalo uspořádání, při kterém jsme měřili tenkou zlatou vrstvou proti tlusté kovové vrstvě (použili jsme měď). Opět jsem proložila naměřené hodnoty teoretickou křivkou, z čehož jsem získala index lomu tenké zlaté vrstvy a její tloušťku.



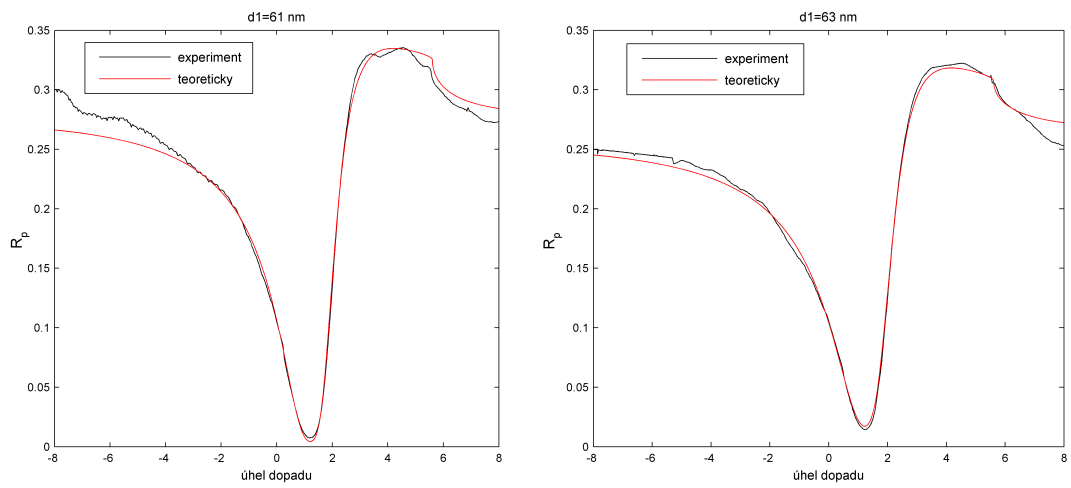
Obrázek 3.10: Optické konstanty z měření tenké vrstvy Au proti tlusté vrstvě kovu, reálná část.



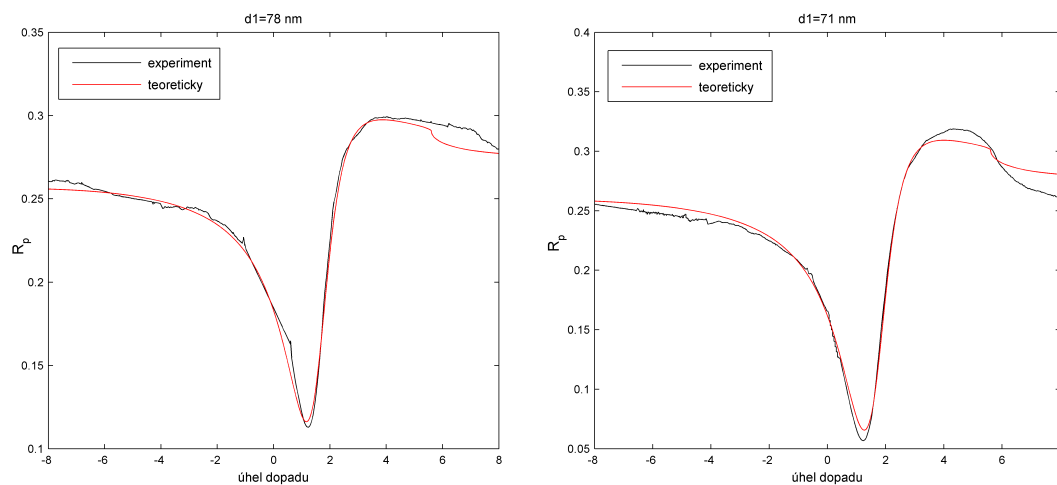
Obrázek 3.11: Optické konstanty z měření tenké vrstvy Au proti tlusté vrstvě kovu, imaginární část.



Obrázek 3.12: Měření odrazivosti p-složky tenké vrstvy Au proti tlusté vrstvě kovu pro  $d_1 = 34$  nm,  $d_1 = 48$  nm.



Obrázek 3.13: Měření odrazivosti p-složky tenké vrstvy Au proti tlusté vrstvě kovu pro  $d_1 = 61$  nm,  $d_1 = 63$  nm.



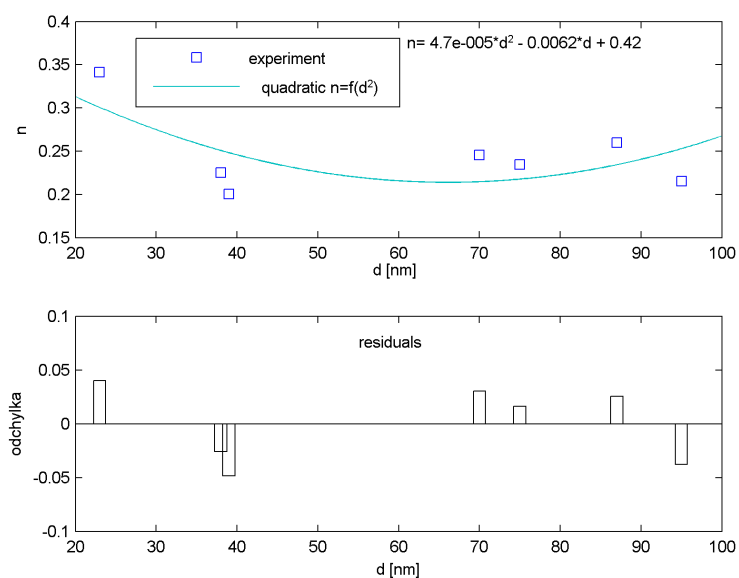
Obrázek 3.14: Měření odrazivosti p-složky tenké vrstvy Au proti tlusté vrstvě kovu pro  $d_1=78$  nm,  $d_1=71$  nm.

### 3.6 Měření tenké vrstvy zlata proti tenké vrstvě mědi

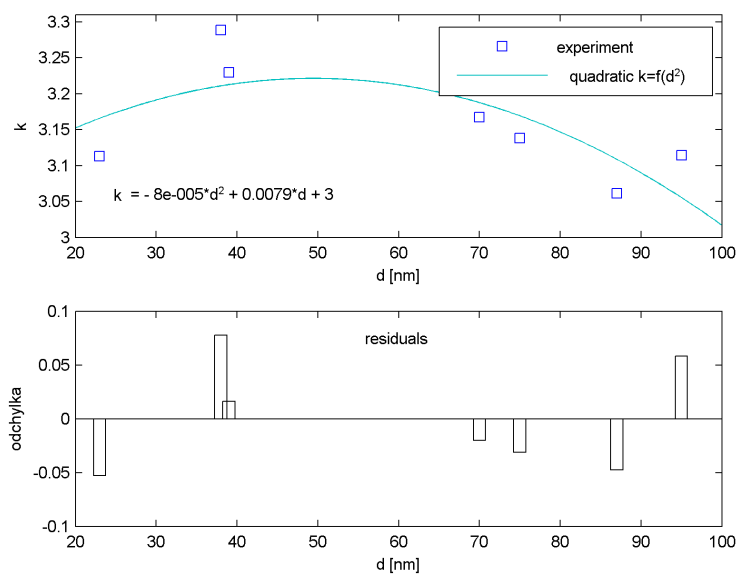
Další varianta experimentu byla: měření tenkých zlatých vrstev proti tenké měděné vrstvě.

Bylo třeba experimentálně zjistit, tloušťku a index lomu měděné vrstvy. Tyto veličiny pak vstupovaly do teoretického modelu pro výpočet jako přesné. Tloušťka měděné vrstvy vyšla 70 nm a index lomu  $n_{Cu} = 0.1867 + 3.3338i$ .

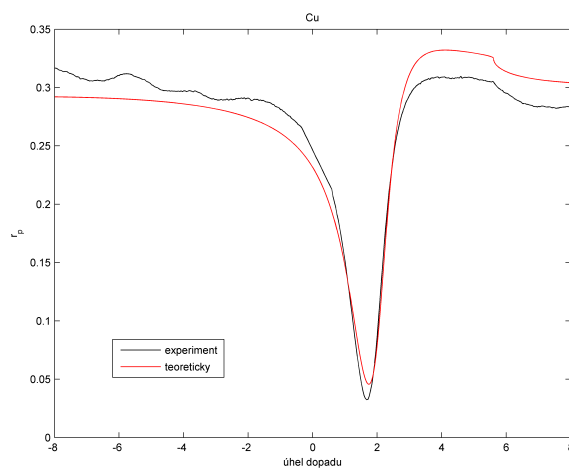
Opět jsme naměřené hodnoty proložila teoretickou křivkou a dostala jsem tloušťku zlaté vrstvy a index lomu.



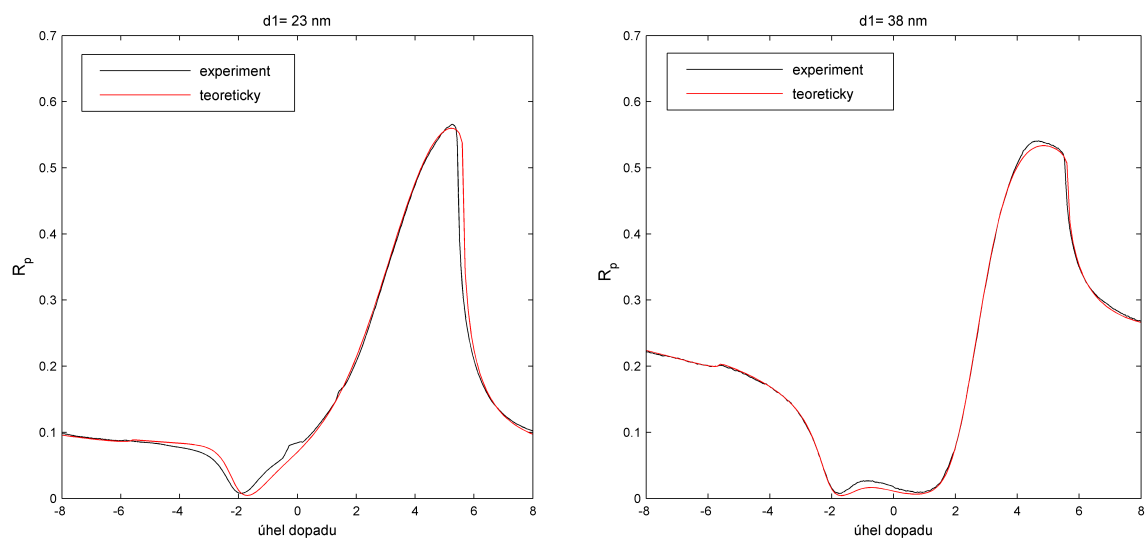
Obrázek 3.15: Optické konstanty z měření tenké vrstvy Au proti tenké vrstvě Cu, reálná část indexu lomu.

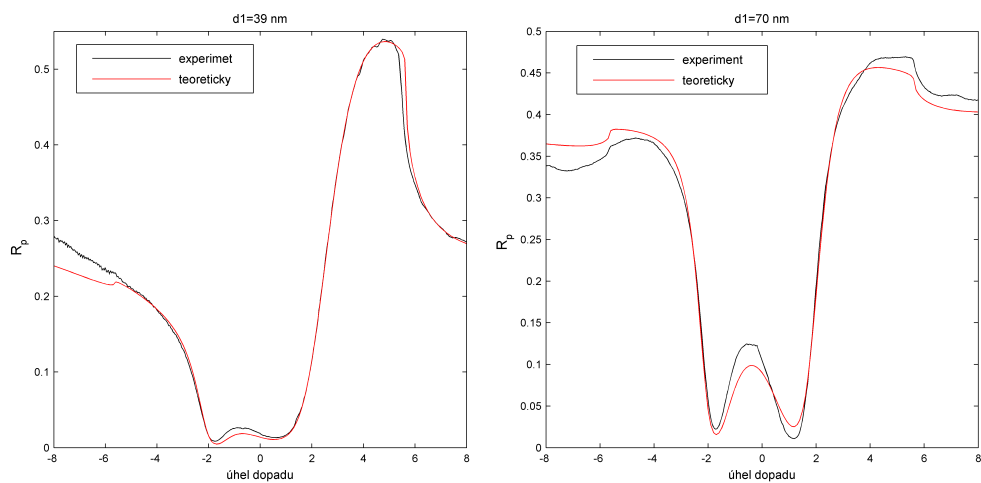
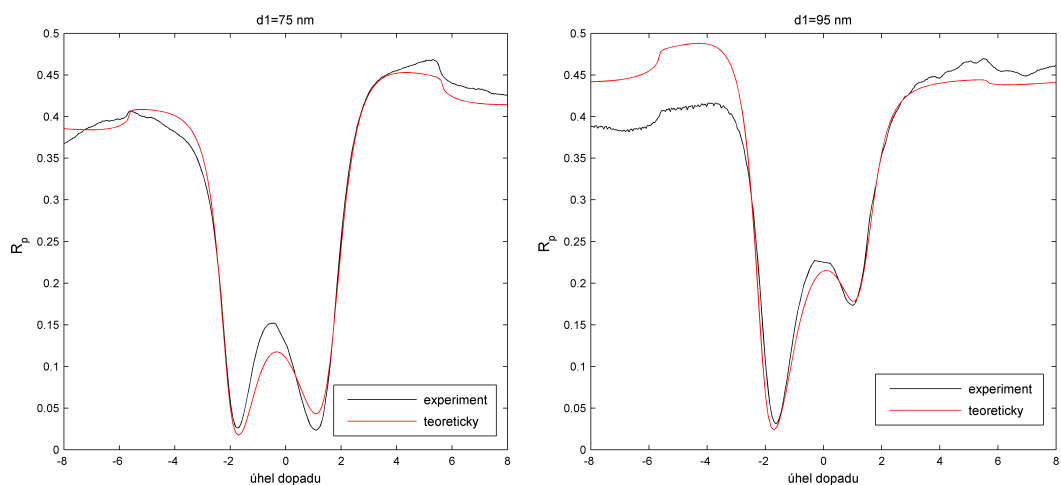


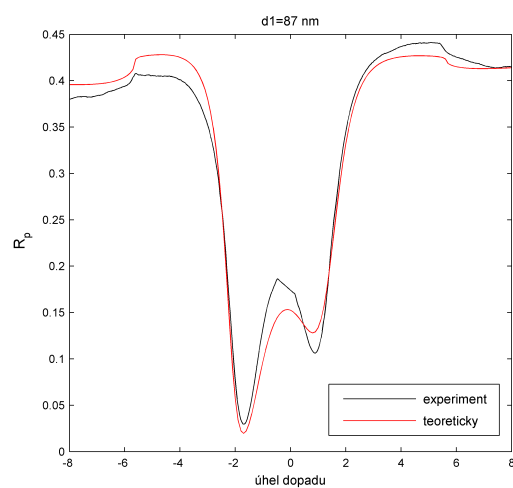
Obrázek 3.16: Optické konstanty z měření tenké vrstvy Au proti tenké vrstvě Cu, imaginární část indexu lomu.



Obrázek 3.17: Určení tloušťky a indexu lomu tenké měděné vrstvy.

Obrázek 3.18: Měření tenké vrstvy Au proti tenké vrstvě Cu pro  $d_1=23$  nm,  $d_1=38$  nm.

Obrázek 3.19: Měření tenké vrstvy Au proti tenké vrstvě Cu pro  $d_1=39 \text{ nm}$ ,  $d_1=70 \text{ nm}$ .Obrázek 3.20: Měření tenké vrstvy Au proti tenké vrstvě Cu pro  $d_1=75 \text{ nm}$ ,  $d_1=95 \text{ nm}$ .



Obrázek 3.21: Měření tenké vrstvy Au proti tenké vrstvě Cu pro  $d_1=87$  nm.

## Kapitola 4

### Závěr

V první části práce jsem popsala elektromagnetickou teorii světla. Na základě této teorie jsem odvodila Fresnelovy vztahy, které popisují chování elektromagnetických vln na rozhraní prostředí. Pomocí aparátu Fresnelových vztahů jsme vypočítali model, který jsme ve druhé části využili jako teoretický předpoklad. Dále jsem popsala příčinu vzniku a možné využití povrchových plazmonů.

#### Diskuze experimentu

V experimentální části jsem naměřila různé uspořádání experimentu.

Předpokládaný model se v oblasti plazmonu velice dobře shodoval s teoretickým modelem, pro vzdálenější oblasti docházelo k odklonům, popř. ke kolísání signálu.

Posun od teoretického modelu mohl být způsoben značným množstvím dílčích faktorů:

- nekonstantním indexem lomu kovových vrstev, který je dán přímo technologií napařování tenkých vrstev,
- nekonstantní tloušťkou kovových vrstev, opět souvisí s technologií napařování,
- index lomu hřebíčkového oleje není totožný s indexem lomu použitého hranolu,
- při připevňování vrstev se mohla v oleji vytvořit vzduchová bublinka,
- při manipulaci se sklíčky, na kterých byly nanесeny tenké kovové vrstvy, dochází k jejich poničení, popř. zašpinění od hřebíčkového oleje (toto zašpinění není možné odstranit bez poničení tenké vrstvy).

Přes mírné odchylky od modelu můžeme považovat popis pomocí Fresnelových vztahů za dostatečný.

Pro případné využití k biodetekci je nejvýhodnější použít poslední uspořádání experimentu (měření při použití referenční vrstvy). Referenční vrstva usnadňuje přesné nastavení stupnice, čímž se zpřesňuje analýza preparátu za druhou vrstvou. Nedochází tak k posunu polohy minima odrazivosti p-složky, což se nejvíce projeví na indexu lomu druhé tenké vrstvy, popř. preparátu umístěného za vrstvou.

Při měření proti čistému hranolu, je možné podobně nastavovat stupnici s využitím místa, kde dochází k poklesu odrazivosti p-složky (pro naše uspořádání s BK7 kolem bodu  $\pm 5.6^\circ$ ), avšak poloha těchto bodů je závislá na indexu lomu kovové vrstvy, což je trochu nešikovné.

Značná výhodnost sestavené aparatury, na které jsme prováděli experiment, trpí drobnými neduhy, které by bylo dobré v budoucnu odstranit.

Navrhovala bych především zrychlení měření. Motorek, který nám otáčel hranolem, nebyl příliš rychlý, proto měření ve velkém rozsahu trvalo několik desítek minut.

Další komplikací bylo nepřesné odečtení počátečního úhlového nastavení. Případná nepřesnost tohoto nastavení se odrážela v imaginární části indexu lomu tenké kovové vrstvy viz. obrázek 2.3.

# Literatura

- [1] R. P. Feynman, R.B. Leighton, M. Sands: *Feynmanovy přednášky z fyziky 1/3*. Fragment, Havlíčkův Brod 2000.
- [2] R. P. Feynman, R.B. Leighton, M. Sands: *Feynmanovy přednášky z fyziky 2/3*. Fragment, Havlíčkův Brod 2001.
- [3] T. Kisela: *Bakalářská práce*, PřF MU, Brno 2007.
- [4] P. Vaněk: *Bakalářská práce*, PřF MU, Brno 2005.
- [5] N. Ashcroft, I.Mernin: *Solid state physics*, Cornell University, 2005.
- [6] B. Sedlák, I. Štoll: *Elektřina a magnetismus*, Academia, Praha 2002
- [7] R. W. Ditchburn F.R.S.: *Light*, Academic press, London 1976
- [8] M. Born, E. Wolf: *Principles of optics*, Cambridge University, London 1999
- [9] S. A. MAIER: *Plasmonics: Fundamentals and applications*, University of Bath, Bath 2006
- [10] Wikipedia, dostupné na URL  
[http://en.wikipedia.org/wiki/Surface\\_plasmon\\_resonance](http://en.wikipedia.org/wiki/Surface_plasmon_resonance)
- [11] E. Schmidt, J. Humlíček, F. Lukeš, J. Musilová: *Optické vlastnosti pevných látek*, Státní pedagogické nakladatelství, Praha 1986.
- [12] E-skriptum: Polarizace, dostupné na URL  
[http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/txt\\_323.pdf](http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/txt_323.pdf)
- [13] R. Kalus: *Trivium z optiky*, PřF OU, Ostrava 2004.