

MASARYKOVA UNIVERZITA
PŘÍRODOVĚDECKÁ FAKULTA
ÚSTAV MATEMATIKY A STATISTIKY

Diplomová práce

BRNO 2024

ALEXANDRA ZEMEKOVÁ

Připravenost žiakov stredných škôl na štúdium matematiky na VŠ

Diplomová práce

Alexandra Zemeková

Vedoucí práce: Mgr. Petr Liška, Ph.D. Brno 2024

Bibliografický záznam

Autor:	Bc. Alexandra Zemeková Přírodovědecká fakulta, Masarykova univerzita Ústav matematiky a statistiky
Název práce:	Připravenost žáků středních škol ke studiu matematiky na VŠ
Studijní program:	Učitelství matematiky pro střední školy
Studijní obor:	Učitelství informatiky pro střední školy, Učitelství matematiky pro střední školy
Vedoucí práce:	Mgr. Petr Liška, Ph.D.
Akademický rok:	2023/2024
Počet stran:	xix+59
Klíčová slova:	matematika, učitel matematiky, připravenost žáků, testy, analýza připravenosti, střední škola, vysoká škola

Bibliografický záznam

Autor:	Bc. Alexandra Zemeková Prírodovedecká fakulta, Masarykova univerzita Ústav matematiky a štatistiky
Názov práce:	Pripravenosť žiakov stredných škôl na štúdium matematiky na VŠ
Študijný program:	Učiteľstvo matematiky pre stredné školy
Študijný odbor:	Učiteľstvo matematiky pre stredné školy, Učiteľstvo informatiky pre stredné školy
Vedúci práce:	Mgr. Petr Liška, Ph.D.
Akademický rok:	2023/2024
Počet strán:	xix+59
Kľúčové slová:	matematika, učiteľ matematiky, pripravenosť študentov, testy, analýza pripravenosti, stredná škola, vysoká škola

Bibliographic Entry

Author:	Bc. Alexandra Zemeková Faculty of Science, Masaryk University Department of Mathematics and Statistics
Title of Thesis:	Readiness of high school students to study mathematics at university
Degree Programme:	Teaching of Mathematics for Secondary Schools
Field of Study:	Teaching informatics for Secondary schools, Teaching of Mathematics for Secondary Schools
Supervisor:	Mgr. Petr Liška, Ph.D.
Academic Year:	2023/2024
Number of Pages:	xix+59
Keywords:	mathematics, mathematics teacher, student readiness, tests, readiness analysis, high school, university

Abstrakt

Tato práce se zabývá připraveností středoškolských studentů v různých oblastech matematiky, které je třeba znát při nástupu na vysokou školu. Práce zahrnuje popis znalostí, které by měl student při nástupu na vysokou školu ovládat. Obsahem práce jsou také testy, na kterých lze tyto znalosti ověřit. Práce také obsahuje kapitolu věnovanou analýze dat získaných pomocí zmíněných testů. Testování připravenosti bylo provedeno pomocí dvou typů testů, intuitivního a výpočetního. V intuitivním testu nebylo třeba nic počítat, úkolem respondenta bylo označit možnost, která z jeho pohledu nejvíce odpovídá vnímání příkladu. V počítacím testu již bylo úkolem respondenta vypočítat pět vybraných příkladů z intuitivního testu. Práce může být užitečná pro zájemce o vysokoškolské studium, pro učitele na vysokých školách i na středních.

Abstrakt

Táto diplomová práca sa venuje pripravenosti študentov stredných škôl v rôznych okruhoch matematiky, ktoré je potrebné ovládať pri nástupe na vysokoškolské štúdium. Práca zahŕňa popísanie znalostí, ktoré by mal študent ovládať, pri nástupe na vysokú školu. Obsahom práce sú aj testy, na ktorých je možné si dané znalosti overiť. Práca taktiež obsahuje kapitolu venovanej analýze zo získaných dát za pomoci spomínaných testov. Testovanie pripravenosti bolo uskutočnené za pomoci dvoch druhov testov, intuitívneho a počítačieho. V intuitívnom teste nebolo potrebné nič počítať, úlohou respondenta bolo zaznačiť z jeho pohľadu najvýstižnejšiu možnosť jeho vnímania príkladu. V počítačom teste už bolo úlohou respondenta vypočítať päť vybraných príkladov z intuitívneho testu. Práca môže byť užitočná pre záujemcov o vysokoškolské štúdium, vyučujúcim na VŠ a aj na SŠ.

Abstract

This thesis addresses the preparedness of high school students in the various areas of mathematics that need to be mastered when they enter higher education. The thesis involves describing the knowledge that a student should master upon entering college. The content of the thesis also includes tests on which the knowledge can be verified. The thesis also includes a chapter devoted to the analysis of the data obtained with the help of the mentioned tests. The readiness was tested with the help of two types of tests: intuitive and computational. In the intuitive test, there was no need to calculate anything; the respondent's task was to mark the most relevant option to his perception of the example from his point of view. In the counting test, the respondent's task was already to calculate the five selected examples from the intuitive test. The work may be helpful to those interested in higher education and teachers in universities and high schools.

ZADÁNÍ
DIPLOMOVÉ PRÁCE

Akademický rok: 2023/2024

Ústav:	Přírodovědecká fakulta
Studentka:	Bc. Alexandra Zemeková
Program:	Učitelství matematiky pro střední školy
Specializace:	Učitelství informatiky pro střední školy Učitelství matematiky pro střední školy

Ředitel ústavu PřF MU Vám ve smyslu Studijního a zkušebního řádu MU určuje diplomovou práci s názvem:

Název práce:	Připravenost žiaků středních škol na štúdium matematiky na VŠ
Název práce anglicky:	Readiness of high school students to study mathematics at university
Jazyk závěrečné práce:	slovenština

Oficiální zadání:

Práce by měla mít tři hlavní části a cíle. Za prvé, popsat soubor znalostí, které by měl žák umět, pokud se bude věnovat studiu matematiky na vysoké škole. Je možné zohlednit typ a zaměření vysoké školy (matematika jako hlavní obor, učitelství matematiky, matematika jako součást kurikula). Za druhé, vytvořit vhodné testy, které budou moci ověřit dané znalosti (jak do šíře, tak i případně do hloubky). A za třetí, pomocí těchto testů ověřit znalosti žáků různých škol v posledním ročníku, případně nastupujících studentů na vysoké školy a tyto výsledky zpracovat.

Vedoucí práce:	Mgr. Petr Liška, Ph.D.
Datum zadání práce:	26. 9. 2022
V Brně dne:	22. 4. 2024

Zadání bylo schváleno prostřednictvím IS MU.

Bc. Alexandra Zemeková, 17. 10. 2022

Mgr. Petr Liška, Ph.D., 26. 10. 2022

RNDr. Jan Vondra, Ph.D., 27. 10. 2022

Pod'akovanie

Na tomto mieste by som sa chcela poďakovať všetkým zúčastneným respondentom, bez ktorých by táto práca nemohla vzniknúť a zároveň aj môjmu vedúcemu diplomovej práce, pánovi Mgr. Petrovi Liškovi, Ph.D., za jeho trpezlivosť, čas a cenné rady, ktoré mi venoval.

Prohlášení

Prehlasujem, že som svoju diplomovú prácu vypracovala samostatne pod vedením vedúceho práce s využitím informačných zdrojov, ktoré sú v práci citované.

Brno 22. apríla 2024

.....
Alexandra Zemeková

Obsah

Úvod	1
Kapitola 1. Čo by mali študenti ovládať v oblasti matematiky pred nástupom na VŠ	3
1.1 Okruhy matematiky	3
1.2 Ukážka prerekvizít vysokých škôl	7
1.2.1 Postrehy, zaujímavosti a odporúčania	9
Kapitola 2. Testy	11
2.1 Intuitívny test	12
2.2 Počítací test	17
Kapitola 3. Analýza výsledkov	27
3.1 Čo bude predmetom analýzy	27
3.2 Respondenti	27
3.3 Analýza príkladov	29
3.3.1 Celkový prehľad príkladov	29
3.3.2 Zhrnutie analýzy	30
3.3.3 Analýza jednotlivých príkladov	30
Záver	55
Zoznam použitej literatúry	57

Úvod

Témou mojej diplomovej práce je pripravenosť študentov stredných škôl na štúdium matematiky na vysokej škole. Nad touto problematikou už dlho premýšľam a som veľmi rada, že sa mi ju podarilo zrealizovať. Mojou motiváciou pri výbere bol za prvé fakt, že už na strednej škole a aj v súčasnosti sa často stretávam s problémom, že študenti majú veľké obavy z matematiky na vysokej škole. Mojou druhou motiváciou sú očakávania znalostí z matematiky zo strany vysokých škôl, ktoré sa často nestretajú s realitou. Mojou inšpiráciou pri tvorbe diplomovej práce bola aj publikácia pani Vondorvej, ktorá sa zaoberala podobnou témou, ale pre základné školy [1].

Cieľom bolo, teda vytvoriť niečo, čo dokáže vytvoriť reálny obraz obom stranám. Mojou snahou v práci je poskytnúť záujemcom o vysokoškolské štúdium aspoň približnú predstavu o tom, čo ich bude na vysokej škole čakať a čo sa bude od nich očakávať. Zároveň im poskytnúť prostriedok, na ktorom by mohli svoje vedomosti otestovať a utvrdiť sa vo svojich znalostiach, prípadne zistiť slabšie miesta a zapracovať na nich. To môžu urobiť za pomoci testov, ktoré sú súčasťou práce a ktoré som tvorila na základe prerekvizít a rôznych zameraní vysokých škôl. Taktiež práca môže byť nápomocná aj vyučujúcim na vysokej škole, pretože im môže poskytnúť predstavu o tom, ako na tom študenti v určitých okruhoch matematiky sú a podľa toho prispôbiť svoju výučbu. V neposlednom rade, môže byť práca prínosná aj pre vyučujúcich na stredných školách a taktiež im môže poskytnúť lepšiu predstavu o problematikejších či menej problematikejších témach. Celkovo práca pozostáva z troch kapitol.

V prvej kapitole sa venujem okruhom stredoškolskej matematiky a pojmom, ktoré s daným okruhom súvisia. V kapitole sa nachádza aj prehľad vybraných programov rôznych vysokých škôl, na ktorých sa s matematikou študenti určite stretnú. V prehľade je možné nájsť, aký kurz matematiky je povinnou súčasťou daného programu, prípadne doplnený o požadujúce prerekvizity. V závere kapitoly som v krátkosti zhrnula moje postrehy či zaujímavosti, na ktoré som počas prieskumu škôl narazila.

V druhej kapitole sa venujem už popisu testov, intuitívneho aj počítačieho. Vytvorila som tri varianty testov podľa zamerania vysokej školy (matematické/ekonomické, technické, učiteľstvo matematiky) vo formáte PDF, v slovenskom aj českom jazyku. Slovenskú verziu je možné nájsť aj v online podobe. Najskôr sa venujem predstaveniu príkladov z intuitívnych testov, s krátkym popisom, čo má daný príklad za úlohu otestovať. Následne sa venujem počítačím testom, spolu s popisom dôvodu výberu jednotlivých odpovedí vyskytujúcich sa v online podobe testu.

V poslednej, tretej kapitole, sa venujem už samotnej analýze a vyhodnoteniu získaných dát. Úlohou respondenta bolo vyplniť najskôr intuitívny a následne potom počítačový test, avšak nie všetkým sa to podarilo a väčšina vyplnila čisto iba intuitívny test. Rozoberám

každý príklad samostatne a snažím sa príklad rozobrať z rôznych uhlov (celková úspešnosť, podľa strednej školy, podľa zamerania vysokej školy).

Práca je písaná v systéme $\text{\LaTeX}$, obrázky sú tvorené pomocou programov Geogebra [2], Matcha [3] a MS Excel [4]. Online verzie testov sú vytvorené v programe MS Forms [5].

Kapitola 1

Čo by mali študenti ovládať v oblasti matematiky pred nástupom na VŠ

S matematikou sa stretne počas školského života každý jeden z nás. Niektorí sa rozhodnú pokračovať v štúdiu matematiky aj na vysokej škole, naopak niektorí musia na ich oboroch povinne absolvovať kurz matematiky v jednom či dvoch semestroch, aj keď matematika nie je ich študijným oborom. Myslím si, že veľa študentov si nie je istých či sú ich znalosti v matematike dostačujúce a taktiež sa podľa môjho názoru nájdu aj študenti, ktorí žijú v presvedčení, že im matematika na vysokej škole nebude potrebná, a tak jej počas strednej školy nevenujú až takú pozornosť, ako by mali. Preto si v tejto kapitole postupne predstavíme jednotlivé okruhy matematiky a pojmy s nimi súvisiace, v ktorých je potrebné sa vedieť orientovať, aby v nástupe na rôzne obory vysokoškolského štúdia nebola matematika prekážkou. Chcem poukázať na to, že v dnešnej dobe veľa vysokých škôl má zverejnený zoznam povinných predmetov a prerekvizít, teda oblastí, v ktorých očakávajú znalosti ich budúcich študentov. Každý záujemca si môže dohľadať, čo ho vo zvolenom nadchádzajúcom štúdiu bude čakať a čomu by mal prípadne venovať väčšiu pozornosť.

1.1 Okruhy matematiky

V tejto časti kapitoly sa už bližšie pozrieme na konkrétne okruhy matematiky spolu s popisom, ktorý zahŕňa pojmy súvisiace s danou témou. Jedná sa o zhrnutie okruhov celej stredoškolskej matematiky, ktoré som tvorila na základe Štátneho vzdelávacieho programu [6] (v Českej republike Rámcový vzdelávací program [7]) a osnov pre štvorročné gymnáziá [8, 9, 10]. Obsahovo sa vzdelávacie programy oboch krajín vzhľadom na matematiku príliš nelíšia, ale príde mi, že české RVP poskytuje väčšiu voľnosť.

Určite môže byť veľkou výhodou znalosť všetkých oblastí, ale ak náhodou daná oblasť nie je súčasťou prerekvizít vybraného vysokoškolského oboru, je možné ju brať len informačne. Okruhy komplexných čísel, diferenciálny či integrálny počet nie sú súčasťou povinných osnov, a teda nie je úplnou nutnosťou ich ovládať. Určite to však môže byť pre študentov veľkým prínosom, ak sa s danou problematikou už stretli a vedia prevádzať aspoň základné výpočty.

Základné pojmy, číselné obory, mocniny a odmocniny, početové výkony s číslami

Študent by mal ovládať základne pravidlá týkajúce sa sčítania, odčítania, násobenia, delenia. Definovať, čo je to prvočíslo, zložené číslo a previesť prvočíselný rozklad. Vymenovať číselné obory, vzťahy a operácie medzi nimi. Mal by ovládať mocniny s prirodzeným, celým a racionálnym exponentom a taktiež pravidlá a operácie týkajúce sa mocnín a odmocnín. Vedieť pracovať s percentami, mierkou mapy a ovládať elementárnu finančnú matematiku.

Množiny, výroková logika

Študent by mal ovládať množinové pojmy, vzťahy a operácie medzi nimi (množina, podmnožina, rovnosť množín, veľkosť množiny, prázdna množina, prienik, zjednotenie, rozdiel, doplnok). Prácu s intervalmi a orientovať sa v matematickom značení a symboloch. Definovať výrok a priradiť mu pravdivostnú hodnotu. Pracovať so všeobecným a existenčným kvantifikátorom, s logickými spojkami (negácia, konjunkcia, disjunkcia, implikácia, ekvivalencia), ovládať zložené výroky a tabuľku pravdivostných hodnôt. Riešiť príklady za pomoci Vennových diagramov.

Dôkazy, definície, vety

Študent by mal ovládať základné princípy a myšlienky priameho dôkazu, dôkazu sporom, dôkazu obmenou či dôkazu matematickou indukciou. Vedieť rozlíšiť definíciu a vetu.

Algebra

Študent by mal ovládať prácu s premennými, výrazmi a úpravu výrazov (mnohočleny, lomené výrazy, výrazy s mocninami a odmocninami). Rozklad mnohočleny na súčin pomocou vyňatia alebo s využitím vzorcov

$$(a \pm b)^2, a^2 - b^2, (a \pm b)^3.$$

Ďalej vyjadrovanie neznámej zo vzorca. Riešenie rôznych typov rovníc, nerovníc (lineárne, s absolútnou hodnotou, v súčinovom a podielovom tvare, kvadratické (diskriminant, vzťahy medzi koreňmi a koeficientami), s neznámou v menovateli, s neznámou pod odmocninou, exponenciálne, logaritmické, goniometrické). Riešenie sústav rovníc a nerovníc s dvomi a tromi neznámymi.

Funkcie

Študent by mal vedieť definovať pojem funkcia. Vedieť vysvetliť a pracovať s pojmami ako definičný obor, obor hodnôt, vlastnosti funkcie (prostosť, monotónnosť, ohraničenosť,

extrémy, periodickosť, párnosť a nepárnosť), inverzná funkcia a skladanie funkcií. Ovládať všeobecný predpis aspoň základných funkcií a vedieť určiť ich vlastnosti. Vedieť zakresliť graf funkcie v kartézskej sústave súradníc a zároveň z grafu vedieť čítať informácie. Vedieť pracovať s funkciami: lineárna, kvadratická, s absolútnou hodnotou, lineárne lomená, mocninové, exponenciálne, logaritmické, s neznámou pod druhou odmocninou, goniometrické. Princípy jednoduchého a zloženého úrokovania.

Goniometria a trigonometria

Študent by mal ovládať aspoň základnú teóriu a vzťahy medzi goniometrickými funkciami, ako sú sínus, kosínus, tangens a kotangens. Vedieť zakresliť ich grafy. Pracovať s veľkosťou uhlu v stupňovej aj oblúkovej miere. Vedieť upravovať goniometrické výrazy a riešiť základné goniometrické rovnice a nerovnice. Znalosť sínusovej a kosínusovej vety, taktiež aj trigonometrických vzorcov a ich aplikácia v riešení úloh s trojuholníkom. Veľkou výhodou bude aj znalosť cyklometrických funkcií, ako napríklad arkus sínus, arkus kosínus, arkus tangens či arkus kotangens.

Kombinatorika, pravdepodobnosť a štatistika

Študent by mal ovládať kombinácie, kombinácie s opakovaním, variácie, variácie s opakovaním, permutácie a permutácie s opakovaním. Zápis a vlastnosti kombinačného čísla a faktoriálu. Binomickú vetu a Pascalov trojuholník. Vypočítať pravdepodobnosť náhodného javu, pravdepodobnosť zjednotenia či prieniku viacerých javov, nezávislosť javov. Vysvetliť pojem štatistický súbor. Aritmetický, geometrický a vážený priemer. Taktiež, čo je to modus, medián, rozptyl a smerodajná odchýlka. Vedieť sa orientovať v tabuľkách a základných diagramoch (stĺpcový, kruhový).

Postupnosti, rady a limity

Študent by mal vedieť definovať postupnosti a rady, ich vlastnosti, ako ich určujeme a taktiež vzorce týkajúce sa napríklad aritmetickej a geometrickej postupnosti (výpočet n -tého členu postupnosti alebo súčet prvých n členov). Taktiež by nemal byť cudzí pojem limita postupnosti, vety týkajúce sa limít, význam slov vlastná a nevlastná limita a taktiež, čo to znamená ak postupnosť konverguje či diverguje.

Planimetria

Študent by mal vedieť definovať a pracovať s pojmi ako bod, priamka, polpriamka, úsečka, polovina, uhol. Definovať a vypočítať odchýlku dvoch priamok a taktiež vzájomné polohy a vzdialenosti. Ovládať teóriu k n -uholníkom, ich výpočet obvodov a obsahov a zároveň aj konštrukčné úlohy s nimi. Pri trojuholníku ovládať pojmy ako ťažisko, ortocentrum, vedieť určiť jeho typy a vlastnosti. Vety o zhodnosti či podobnosti, Euklidove vety, Pytagorova veta. K ďalším dôležitým n -uholníkom patria štvoruholníky (štvorec, obdĺžnik,

lichobežník, rovnobežník). Potrebná je aj znalosť pojmov ako kruh, kružnica, dotyčnica, tetiva a sečnica. Cudzí by nemal byť ani pojem množina bodov danej vlastnosti a skonštruovanie základných útvarov (kružnica, os úsečky, os uhla, os pása, ekvidištanta priamky, ekvigonála). Práca s rovnouhlostou a zhodnými zobrazeniami, ako je osová či stredová súmernosť, posunutie a otočenie. Schopnosť riešiť konštrukčné úlohy a ovládať matematické zápisy a symboly.

Stereometria

Študent by mal vedieť zdefinovať rovinu. Mal by sa orientovať v polohových vlastnostiach bodov, priamok a rovín. Určiť vzájomnú polohu dvoch priamok, priamky a roviny, dvoch či troch rovín. Ovládať princípy konštrukcie útvarov vo voľnom rovnobežnom premietaní, rezy telesom (kocka, hranol, ihlan) a prienik priamky s telesom. Ovládať metrické vzťahy súvisiace s priestorom, ako napríklad vzdialenosti či odchýlky, objemy a povrchy telies (hranol, ihlan, valec, kužeľ, zrezaný ihlan a kužeľ, guľa).

Analytická geometria

V rovine:

Študent by mal ovládať sústavu súradníc. Určiť vzdialenosti bodov, bodu a priamky. Vedieť pracovať s pojmami ako orientovaná úsečka, vektor, súradnice vektoru, veľkosť vektora, skalárny súčin vektorov, sčítanie vektorov, násobenie vektoru reálnym číslom, lineárne závislé či lineárne nezávislé vektory. Vedieť pracovať s parametrickým a všeobecným vyjadrením priamky. Vyjadriť smernicový tvar priamky, vzájomnú polohu dvoch priamok či ich odchýlku. Ovládať analytické vyjadrenie kužeľosečiek (kružnica, elipsa, parabola a hyperbola) a ich vlastnosti.

V priestore:

Študent by mal ovládať sústavu súradníc v priestore, určiť súradnice bodov a vektora. Vypočítať vzdialenosti bodov a veľkosti vektorov. Ovládať prácu s vektormi, ako napríklad ich lineárne kombinácie či súčin. Ovládať parametrické a všeobecné vyjadrenie priamky a roviny. Taktiež aj vzájomnú polohu bodov, priamok a rovín, ich vzdialenosti a odchýlky.

Komplexné čísla

Študent by mal mať základné poznatky o obore komplexných čísel a Gaussovej rovine. Mal by vedieť pracovať s algebraickým a goniometrickým tvarom, aj s operáciami na komplexných číslach. Riešiť základné lineárne a kvadratické rovnice v obore komplexných čísel, a taktiež binomické rovnice.

Diferenciálny počet

Študent by mal vedieť zderivovať za pomoci vzorcov elementárne funkcie. Vedieť zderivovať súčet, súčin a podiel funkcií. Taktiež aj zložené funkcie a ovládať aj druhé derivácie, spolu s ich využitím (priebeh funkcie). Ovládať geometrický a fyzikálny význam a využitie diferenciálneho počtu.

Integrálny počet

Študent by mal vedieť zintegrovávať za pomoci vzorcov elementárne funkcie a taktiež ovládať substitučnú metódu a metódu per partes. Spolu s tým vedieť vysvetliť základné pojmy ako primitívna funkcia, určitý a neurčitý integrál. Vedieť fyzikálnu aplikáciu a spolu s ňou ovládať aj príslušné vzorce.

1.2 Ukážka prerekvizít vysokých škôl

Pre lepšiu predstavu si ukážeme zopár príkladov rôznych oborov z rôznych druhov vysokých škôl, kde sa s matematikou študenti určite stretnú. Pri niektorých oboroch je absolvovanie kurzu matematiky samozrejmosťou, no pri niektorých oboroch môže byť matematika nečakané prekvapenie.

OBOR	ŠKOLA	POPIS
<i>ekonómia, financie, cestovný ruch</i>	Ekonomicko-správní fakulta, Masarykova univerzita	Pri nástupe na ľubovoľný bakalársky obor fakulty je potrebné v prvom semestri zložiť vstupný test z matematiky, ktorého cieľom je preverenie znalostí stredoškolskej matematiky v rozsahu potrebnom pre úspešné zvládnutie nadväzujúceho predmetu <i>Matematika</i> , s ktorým sa študenti stretnú v druhom semestri. V teste sa môžu nachádzať príklady na poznatky z logiky a teórie množín, číselné obory, algebra, funkcie, rovnice a nerovnice, postupnosti a rady, kombinatorika, pravdepodobnosť, štatistika, matematická analýza (limity, diferenciálny a integrálny počet), analytická geometria. [11]
<i>informatika</i>	Fakulta informačných technológií, Vysoké učení technické	Pri štúdiu informatiky sa študenti v prvom semestri stretnú s predmetmi ako je <i>Lineárna algebra</i> [12] a <i>Diskrétna matematika</i> [13]. V oboch predmetoch sa predpokladá znalosť učiva stredoškolskej matematiky.

OBOR	ŠKOLA	POPIS
<i>architektúra</i>	Fakulta architektury; Vysoké učení technické	Pri štúdiu architektúry sa študenti v prvom semestri sa študenti stretnú s predmetom <i>Matematika a geometrie</i> [14], ktorého obsahom je matematická analýza, limity, integrálny a diferenciálny počet a deskriptívna geometria.
<i>matematika</i>	Přírodovědecká fakulta, Masarykova univerzita; Přírodovědecká fakulta, Univerzita Karlova; Přírodovědecká fakulta, Univerzita Komenského	Pri štúdiu matematiky sa študenti v prvom semestri sa študenti stretnú s predmetmi ako je <i>Matematická analýza</i> [15], <i>Lineárna algebra a geometria</i> [16], <i>Diskrétna matematika</i> [17]. Predpokladá sa znalosť učiva stredoškolskej matematiky.
<i>chémia</i>	Přírodovědecká fakulta, Masarykova univerzita; Přírodovědecká fakulta, Univerzita Karlova; Přírodovědecká fakulta, Univerzita Komenského	Pri štúdiu chémie sa študenti stretnú s matematikou v dvoch semestroch a za prerekvizitu sa predpokladá znalosť učiva stredoškolskej matematiky. V prvom semestri štúdia sa podľa osnov študenti stretnú s učivom ako je lineárna algebra, funkcie, limity, diferenciálny a integrálny počet. [18]
<i>klinická a toxikologická analýza, demografia, ochrana životného prostredia, aplikovaná geografia, geotechnológia, geológia,...</i>	Přírodovědecká fakulta Univerzita Karlova	Pri štúdiu ktoréhokoľvek spomenutého programu fakulty, je počas štúdia povinný minimálne jeden kurz matematiky. Fakulta ponúka prípravný predmet <i>Repetitorium stredoškolské matematiky</i> [19]. V tomto predmete budú zopakované potrebné znalosti na nadchádzajúce povinné kurzy matematiky. Konkrétne, základné vlastnosti reálnych čísel, úprava výrazov, elementárne funkcie (definičný obor, vlastnosti, grafy), riešenie rôznych typov rovníc a nerovíc, analytická geometria, obor komplexných čísel, výroková logika a dôkazy [20].
<i>arboristika, lesníctvo, polovníctvo, výroba nábytku</i>	Lesnická a dřevařská fakulta, Mendelova univerzita	Pri štúdiu takmer každého programu spomínanej fakulty sa študenti stretnú s matematikou minimálne v prvom semestri, a to v kurze <i>Matematika</i> . Obsahom tohto kurzu je diferenciálny a integrálny počet, lineárna algebra a diferenciálne rovnice. [21]
<i>regionálny rozvoj, mezinárodní teritoriální studia</i>	Fakulta regionálního rozvoje a mezinárodních studií, Mendelova univerzita	Pri štúdiu každého programu spomínanej fakulty sa študenti stretnú s matematikou v prvom semestri (resp. druhom) semestri, a to v kurze <i>Matematika</i> (resp. <i>Matematika pro mezinárodní teritoriální studia</i>). Obsahom tohto kurzu je diferenciálny a integrálny počet, lineárna algebra a diferenciálne rovnice. [22]

OBOR	ŠKOLA	POPIS
<i>psychológia</i>	Filozofická fakulta, Univerzita Komenského; Filozofická fakulta, Masarykova univerzita	Pri štúdiu programu sa študenti stretnú s matematikou v priebehu bakalárskeho štúdia dvakrát, a to v kurzoch zameraných na štatistiku v psychológií [23].
<i>informačné technológie</i>	Fakulta informačných technológií, České vysoké učení technické	Pri štúdiu ľubovoľného programu fakulty, majú študenti možnosť zapísať si predmet <i>Přípravný kurz matematiky</i> , ktorý ich má pripraviť na nadchádzajúce povinné kurzy z matematiky. Obsahom kurzu sú okruhy ako úprava algebraických výrazov, funkcie, polynómy a algeb. rovnice, trigonometrické funkcie a rovnice, exponen. funkcie a logaritmus, analytická geometria, matematická logika, kombinatorika, množiny [24].
<i>Matematika se zaměřením na vzdělávání</i>	Přírodovědecká fakulta, Masarykova univerzita;	Pri spomínanou štúdiu sa študenti stretnú v prvom semestri so štyrmi matematickými predmetmi. Konkrétne <i>Funkce a rovnice sa SŠ</i> , <i>Matematická analýza I</i> , <i>Repetitorium školské matematiky</i> a <i>Základy matematiky</i> , kde sa za predpoklady požaduje znalosť stredoškolskej matematiky. Obor ponúka aj prípravný predmet <i>Letní škola</i> [25].

Určite pri študijných programoch, ako matematika či informačné technológie asi nikoho prítomnosť kurzu zameraného na matematiku nezaskočila. Čo určite, aspoň vo mne, zanechalo prekvapenie, sú študijné programy zamerané na cestovný ruch, medzinárodné vzťahy, lesníctvo či psychológia.

1.2.1 Postrehy, zaujímavosti a odporúčania

Väčšina spomenutých programov má uvedené prerekvizity opierajúce sa o znalosti stredoškolskej matematiky. Keď sa však bližšie pozrieme na obsah vysokoškolských predmetov, ktoré je potrebné počas štúdia absolvovať, tak niektoré okruhy matematiky, ktoré sú súčasťou stredoškolskej matematiky, v daných predmetoch nie sú vôbec zastúpené. Príkladom sú okruhy ako *planimetria* či *stereometria*, kde sú znalosti z týchto okruhov využívané len v programoch zameraných na učiteľstvo matematiky či architektúru.

Pri mojom prieskume som si všimla, že takmer vždy medzi prvými kurzami zameranými na matematiku sú kurzy, ktorých obsahom je diferenciálny a integrálny počet. Tieto okruhy nie sú súčasťou povinných osnov a môže sa jednať o úplne nové učivo z pohľadu študentov. Pre bezproblémové absolvovanie kurzu, za mňa určite odporúčam dobrú pripravenosť v okruhoch, ako sú funkcie, algebra či limity. Taktiež znalosť základných vzťahov v diferenciálnom a integrálnom počte môže byť určite veľkým prínosom. Ak vysoká škola ponúka prípravné kurzy matematiky, určite odporúčam túto možnosť v prípade

váhania ohľadom znalostí využiť. Vnímam to ako veľmi dobrú príležitosť na zopakovanie či dobranie potrebného učiva pre budúce štúdium.

Prezrela som si aj prijímacie konanie spomenutých obrov a zamerala som sa na výskyt matematiky v prijímacích skúškach. Pre lepšiu predstavu prikladám ich stručný popis. Spomenuté obory Univerzity Komenského v Bratislave a Českého učení technického v Brne, vykonávajú prijímaciu skúšku na základe testov v rámci Národných porovnávacích skúšok organizovaných spoločnosťou Scio. Jedná sa o testy zo Všeobecných študijných predpokladov (VŠP)/Obecných študijných predpokladov (OSP). Spomenuté obory Masarykovej univerzity vykonávajú prijímaciu skúšku na základe Testu študijných predpokladů (TSP), v prípade *psychológie* sa prijímacia skúška skladá ešte aj z písomnej oborovej skúšky. Ďalej prijímacia skúška na *architektúru* pozostáva zo štyroch častí – Scio test, priestorová predstavivosť, domáca úloha, pohovor. Spomenuté obory z Univerzity Karlovi v Prahe vykonávajú prijímaciu skúšku na základe vlastného písomného testu. Vlastné testy má aj Vysoká škola ekonomická v Prahe (konkrétne Fakulta mezinárodních vzťahů, Fakulta podnikohospodářská, Fakulta financí a účetnictví), kde je prijímacia skúška tvorená z testov so zameraním na matematiku, angličtinu. V matematickom teste [26], ktorý je rozdelený na dve časti, sa môžu v prvej časti vyskytnúť okruhy stredoškolskej matematiky ako rovnice a nerovnice, postupnosti a rady, exponenciálne a logaritmické funkcie, goniometrické funkcie, komplexné čísla, kombinatorika, analytická geometria. Druhá časť testu je zameraná na slovné úlohy obsahujúce témy rovníc a nerovníc, geometrie v rovine aj priestore, výroky a množiny, úmera a percentá. Na Lesníckej a drevárskej fakulte Mendelovej univerzity v Brne, je prijímacie riadenie na základe prospechu na strednej škole a na Fakulte regionálneho rozvoja a medzinárodných vzťahov je prijímacia skúška tvorená testom z predpokladov na konkrétny študijný program alebo testom Scio.

Kapitola 2

Testy

V diplomovej práci sa snažím skúmať pripravenosť respondentov pomocou dvoch typov testov, intuitívny a počítačový. V doporučenom postupe by mal respondent vypracovať najskôr intuitívny test a následne počítačový, avšak nie všetkým respondentom sa podarilo vypracovať oba testy, ale tomu sa podrobnejšie venujem v tretej kapitole 3.2.

Cieľom pri vypracovávaní testov nie je nikoho dostať pod tlak, preto som zvolila prevedenie testov v anonymnej verzii. Aby som vedela dvojicu testov vypracovanú jedným človekom priradiť k sebe, zvolila som cestu prezývky, ktorú si každý respondent samostatne zvolí a napíše ju na oba testy. Snažila som sa o to, aby testy mali čo najviac vypovedajúcu hodnotu, preto existujú tri varianty testov, v závislosti od zamerania vysokej školy. Zamerania testov podľa zamerania školy sú nasledovné: technické zameranie, ekonomické/matematické zameranie (MAT/EKO) či učiteľstvo matematiky. V prípade, že má respondent záujem podať prihlášky na vysoké školy s rôznym zameraním, vyberie si zameranie testu podľa jeho prvej preferencie.

Testy som sa snažila tvoriť na základe zverejnených informácií a prerekvizít, ktoré majú vysoké školy uvedené na ich stránkach (viz. 1.2). Príklady v testoch sú buď z rady matematických učebníc Prometheus alebo moje vlastné. Väčšina príkladov je rovnaká pre každý typ zamerania, no nájdu sa aj nejaké rozličnosti. V každej variante testu sú najskôr príklady, ktoré majú všetky testy rovnaké, a za spoločnou časťou sa nachádzajú príklady špecifické pre dané zameranie. Poradie predstavenia príkladov v práci je totožné s poradím daných príkladov v samotných testoch.

Na moje prekvapenie matematika a ekonomické zameranie majú takmer totožné prerekvizity, z toho dôvodu tieto dve zamerania zdieľajú spoločný intuitívny aj počítačový test. Testy majú za cieľ otestovať pripravenosť respondentov v rôznych okruhoch matematiky, ale taktiež môžu slúžiť ako odrazový mostík pre vyučujúcich na strednej či vysokej škole. Často sa stretávam s tým, že na vysokej škole je očakávaná znalosť učiva, s ktorým nie všetci respondenti prišli do kontaktu na strednej škole. Snažila som sa o to, aby testy mali pre vyučujúcich čo najviac výpovednú hodnotu a vedeli im ponúknuť čo najlepší obraz o pripravenosti študentov, preto som zaradila do testov aj príklady z okruhov, ktoré nie sú súčasťou povinných školských osnov (diferenciálny a integrálny počet, komplexné čísla).

Všetky testy sú k dispozícii v prílohách práce vo verzii PDF súboru, v slovenskom aj českom jazyku. Slovenskú verziu je možné nájsť aj v online formáte.

2.1 Intuitívny test

Intuitívny test je prvý test, ktorý by mali respondenti ”vyriešiť”. Už ako aj názov napovedá, respondenti by v ňom mali zapojiť prevažne ich intuíciu, zamyslieť sa a nemali by nič počítať. V každej otázke majú na výber zo štyroch možností:

- ☐ jednoduchá, hneď viem, čo mám robiť,
- ☐ myslím, že viem, čo mám robiť, ale nie som si úplne istý/á,
- ☐ už som to počul/a, ale neviem ako ďalej,
- ☐ ešte som o tom nepočul/a.

Cieľom tohto testu je vytvorenie si predstavy o tom, ako na tom respondenti so znalosťami sú, a či sa už so spomínanými pojmi alebo úlohami stretli. Intuitívny test obsahuje viacej úloh (v priemere 15 úloh) ako počítací test. Snažila som sa ho poskladať tak, aby tam bol za každý matematický okruh zastúpený aspoň jeden príklad. Z toho dôvodu tento test obsahuje viacej príkladov ako počítací, ale na druhú stranu respondentom zaberie podstatne menej času (priemerný čas vypracovania sa podľa mojich štatistík a štatistík z aplikácie MS Forms pohybuje okolo siedmich minút). Výber príkladov som volila náhodne s prihliadnutím na náročnosť, ktorú som sa snažila voliť priemernú. Postupne si ukážeme jednotlivé príklady z intuitívnych testov. Ako som už spomenula, ako prvé budú príklady, ktoré majú testy spoločné a potom budú nasledovať príklady, v ktorých sa testy líšia. Pre zaujímavosť prikladám QR kódy prislúchajúce k jednotlivým testom v online podobe v slovenskej verzii tvorených pomocou platformy MS Forms, ale taktiež je možné kompletne testy spolu s ďalšími odkazmi nájsť aj v prílohách.



TECHNIKA



MAT/EKO



UČITEĽSTVO

SPOLOČNÁ ČASŤ:

Príklad 1: Prvočíselný rozklad

ZADANIE: *Preveď prvočíselný rozklad čísla 1257.*

Tento príklad má za úlohu preskúmať znalosť respondentov v oblasti terminológie a operáciách ohľadom čísel. Konkrétne znalosť pojmu prvočíslo a prvočíselný rozklad.

Príklad 2: Úprava výrazov a podmienky

ZADANIE: Zjednoduš výraz a urči podmienky $\frac{\frac{a+b}{a-b}}{\frac{(a+b)^2}{a^2-b^2}}$.

Úlohou tohoto príkladu je preskúmať znalosť respondentov v oblasti základných vzorcov a vzťahov medzi výrazmi, ako napríklad

$$(a+b)^2 = (a+b)(a+b),$$

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b).$$

Taktiež znalosť matematických pravidiel či nedefinovaných situácií.

Príklad 3: Výroky

ZADANIE: Zneguj výrok **Každé prirodzené číslo, ktoré je deliteľné desiatimi, je deliteľné piatimi.**

Pri tomto príklade je úlohu preskúmať znalosť respondentov v oblasti výrokov. Konkrétne znalosť pojmu negácie a prácu s pravidlami pre negovanie výrokov. Ďalej identifikovanie kvantifikátorov a zložených výrokov.

Príklad 4: Geometrická dôkazová úloha

ZADANIE: V rovine je daná úsečka AB. Dokáž, že pre ľubovoľný bod X tejto roviny platí: Bod X leží na ose úsečky AB práve vtedy, ak sa jeho vzdialenosti od bodov A, B rovnajú.

Zámerom tejto úlohy je overiť znalosť respondentov v oblasti geometrických pojmov a ich vlastností. Taktiež zistiť či sa stretli už s dôkazovou úlohou, ďalej, či vedia rozoznať o aké tvrdenie sa jedná a aký typ dôkazu bude najlepším pre riešenie.

Príklad 5: Graf funkcie a jeho vlastnosti

ZADANIE: Zostroj graf funkcie $m : y = 15 - |2 - x| - 3|1 + x|, x \in \langle -3; 5 \rangle$, urči obor hodnôt, extrém a vlastnosti.

Úlohou tohoto príkladu je overenie znalostí respondentov v oblasti pojmov týkajúcich sa funkcií. Taktiež schopnosť zostrojiť graf zložitejších funkcií a znalosť počítania rovníc obsahujúcich absolútnu hodnotu. Zároveň aj overenie znalostí týkajúcich sa práce s intervalmi.

Príklad 6: Definičný obor funkcie

ZADANIE: Urči definičný obor funkcie $f(x) = \sqrt{\frac{2x-5}{13-4x}} - \frac{x^2-5}{x}$.

Prostredníctvom tohto príkladu je zámerom overenie znalostí týkajúcich sa pojmu definičný obor. Ďalej správne určenie podmienok, pri ktorých má zadaná funkcia zmysel a ich výpočet. Taktiež znalosť riešenia nerovnice v podielom tvare.

Príklad 7: Grafy funkcií

ZADANIE: Načrtni grafy funkcií $f(x) = e^{-x+2} - 6$, $f(x) = |\log_2(x-3)| - 1$, $f(x) = \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$.

Tento príklad má za úlohu preskúmať znalosť respondentov v oblasti funkcií, konkrétne znalosti grafov. Respondenti by si v príkladoch mali poradiť s rôznymi pridanými parametrami a ich vplyvom na celkový vzhľad a umiestnenie grafu.

Príklad 8: Kombinatorika

ZADANIE: Urči, koľkými spôsobmi je možné premiestniť písmená slova Mississippi; koľko z nich nezačína na M?

Tento príklad ma za úlohu otestovať znalosť respondentov v oblasti kombinatoriky. Respondenti by mali byť schopní identifikovať, že sa jedná o permutáciu s opakovaním a na základe toho zvoliť príslušný postup výpočtu.

Príklad 9: Postupnosti a limity

ZADANIE: Je postupnosť $\left(\frac{3n^2+4n+5}{4n^3+2n^2}\right)_{n=1}^{\infty}$ konvergentná? V kladnom prípade urči jej limitu.

Pri tomto príklade je úlohu overiť znalosti respondentov v oblasti postupností. Respondenti by mali rozumieť pojmu *konvergentná postupnosť* a vedieť zistiť, o akú postupnosť sa jedná. Taktiež príklad overuje znalosti týkajúce sa limit a práce s nimi.

Príklad 10: Derivácie

ZADANIE: Vypočítaj deriváciu funkcie $y = x^2\sqrt{1+x^2}$.

Úlohou tohto príkladu je otestovať znalosť respondentov v oblasti derivácií. Konkrétne znalosť základných derivačných vzorcov, vzorca na deriváciu zloženej funkcie či súčinu funkcií a ich správnu aplikáciu.

Príklad 11: Integrálny počet

ZADANIE: Vypočítaj obsah útvaru, ktorý je ohraničený krivkami $y = -x^2 + 2x - 3$, $x = 0$, $x = 3$, $y = 0$.

Tento príklad má za úlohu otestovať znalosť respondentov v oblasti integrálneho počtu. Konkrétne znalosť správne rozpoznať a vyjadriť daný útvar na základe predpísaných kriviek. Taktiež znalosť riešenia určitého integrálu a aplikácie základných integračných vzorcov a metód.

Teraz budú nasledovať príklady, ktoré sa v jednotlivých testoch líšia. Očíslovanie príkladov je identické s očíslovaním príkladov v teste.

TECHNIKA:**Príklad 12: Algebraická úprava**

ZADANIE: Uprav daný trojčlen na štvorec: $2x^2 - 8x + 5$.

Úlohou tohoto príkladu je otestovať znalosť respondentov v oblasti algebraických úprav. Konkrétne znalosť úpravy trojčlenu na štvorec, ktorý má pri kvadratickom člene koeficient rôzny od jednej.

Príklad 13: Goniometrické funkcie

ZADANIE: Rieš rovnicu v $\mathbb{R}$: $\frac{1}{\cos^2 y} - \operatorname{tg}^2 y = 1$.

Pri tomto príklade je úlohu otestovať znalosť respondentov v oblasti riešenia goniometrických rovníc. Konkrétne znalosť vzorcov a vzťahov medzi goniometrickými funkciami ako napríklad

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1,$$

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x},$$

ich následnú aplikáciu a úpravu danej rovnice.

MATEMATIKA, EKONÓMIA a UČITEĽSTVO MATEMATIKY:**Príklad 12: Analytická geometria**

ZADANIE: Sú dané body $A[1; -4]$, $B[4; 5]$, $C[-3; 4]$. Napíš všeobecné rovnice os strán trojuholníka ABC a vypočítaj stred opísanej kružnice tomuto trojuholníku ako priesečník dvoch z nich a over či stredom prechádza tretia z nich.

Tento príklad má za úlohu otestovať znalosť respondentov v oblasti analytickej geometrie, konkrétne znalosť pojmu a výpočet všeobecnej rovnice, osí strán či opísanej kružnice. Taktiež schopnosť analyzovania a riešenia sústav rovníc.

Príklad 13: Vennove diagramy

ZADANIE: Z 825 oslovených osôb 380 uviedlo, že používa počítač doma alebo v zamestnaní. Počet osôb, ktoré používajú počítač doma je dvakrát väčší ako počet tých, ktorí používajú počítač doma aj v zamestnaní, a je o 40 menej ako počet tých, ktorí používajú počítač iba v zamestnaní. Koľko oslovených osôb používa počítač iba v zamestnaní?

Tento príklad má za úlohu otestovať znalosť respondentov v oblasti slovných úloh vedúcich na riešenie pomocou Vennových diagramov. Konkrétne správne pochopenie údajov zo zadania a určenie vzťahov medzi nimi.

Príklad 14: Komplexné čísla

ZADANIE: V $\mathbb{C}$ rieš rovnicu $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^2 + \frac{1}{x} = 1 + i$.

Úlohou tohto príkladu je otestovať znalosť respondentov v oblasti komplexných čísel, konkrétne znalosť riešenia rovnice v obore komplexných čísel a prácu s imaginárnou zložkou.

MATEMATIKA a EKONÓMIA:**Príklad 15: Štatistika**

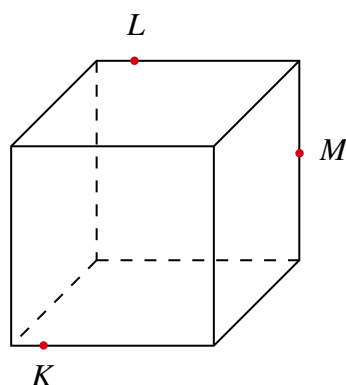
ZADANIE: Istý autor opakoval 4096krát hod 12 kockami. V každom hode zaznamenal počet šestiek. Rozdelenie početností tohto znaku udáva tabuľka. Urči aritmetický priemer, modus, medián, smerodajnú odchýlku.

počet šestiek	0	1	2	3	4	5	6	7 a viac
početnosť	447	1145	1181	796	380	115	24	8

Pri tomto príklade je úlohu otestovať znalosť respondentov v oblasti štatistiky. Konkrétne schopnosť správneho zorientovania sa pri práci s dátami či tabuľkou. Taktiež znalosť pojmov súvisiacich so štatistikou či správnosť výberu údajov na výpočet priemeru, modusu, mediánu alebo smerodajnej odchýlky.

UČITEĽSTVO MATEMATIKY:**Príklad 15: Rez**

ZADANIE: Ved' rez rovinou KLM.



Tento príklad má za úlohu otestovať znalosť respondentov v oblasti rezov telesom. Konkrétne znalosť základných pravidiel pri rezoch kocky rovinou, zadanou pomocou troch rôznych bodov.

Príklad 16: Množina bodov danej vlastnosti

ZADANIE: *Nájdí množinu všetkých bodov, z ktorých vidíme danú úsečku AB pod uhlom väčším ako 45° a menším ako 60° .*

Prostredníctvom tohoto príkladu je cieľom otestovať znalosť respondentov v oblasti geometrie, konkrétnejšie v látke týkajúcej sa množín daných vlastností. Respondent by mal identifikovať, že sa jedná o konštrukčnú geometrickú úlohu a že je potrebné skonštruovať ekvigonálu (množina všetkých bodov, z ktorých vidíme danú úsečku pod daným uhlom), presnejšie potrebné budú dve.

2.2 Počítací test

Cieľom tohto testu je už overenie správneho vyriešenia príkladu. Počítací test je druhý test v poradí, mal by sa vypracovať až po odovzdaní intuitívneho testu. Úlohou respondentov v tomto teste je matematické vyriešenie daných príkladov. Riešiť by mali dané príklady samostatne len za pomoci kalkulačky či rysovacích pomôcok.

Ako som už spomínala, príklady sú vybrané z intuitívneho testu. Konkrétne, v každom teste nájdeme výber piatich príkladov z prislúchajúcich intuitívnych testov. Taktiež ako aj v intuitívnom teste, väčšina príkladov je v testoch spoločných. V online verzii počítacieho testu majú respondenti na výber z ôsmich (v jednom prípade siedmich) odpovedí.

Možnosti odpovedí nie sú náhodné, ale snažila som sa ich zostaviť podľa predpokladaných najčastejších chýb, aby to malo čo najväčšiu vypovedajúcu hodnotu a nedal sa výsledok ľahko odtipovať. Každý príklad obsahuje aj odpoveď v znení *neviem* a *iné*, aby respondenti v prípade, že nevedia prísť na odpoveď, neodpovedali náhodne, čím by sa mohla znížiť výpovedná hodnota prieskumu. Nižšie sú uvedené konkrétne príklady z počítacích testov spolu aj s možnými odpoveďami a krátkym popisom, ktorý obsahuje zdôvodnenie zaradenia odpovede do testu s možným predpokladom, kde mohla nastať pri výpočte chyba. Pre zaujímavosť opäť príkladám QR kódy prislúchajúce k daným počítacím testom v on-

line podobe v slovenskom jazyku tvorených pomocou platformy MS Forms, ale taktiež je možné nájsť všetky testy aj v prílohách.



TECHNIKA



MAT/EKO



UČITEĽSTVO

SPOLOČNÁ ČASŤ:

ZADANIE: Zjednoduš výraz, a urči podmienky $\frac{a+b}{a-b} \cdot \frac{(a+b)^2}{a^2-b^2}$.

$$\times = a + b; a \neq -b$$

V tejto možnosti sa predpokladá nedostatočné určenie podmienky, konkrétne zabudnutie určenia podmienky

$$a - b \neq 0,$$

z výrazu v menovateli zlomku, z čoho dostaneme, že $a \neq b$. Taktiež zahŕňa predpoklad chybnnej úpravy výrazu, kde chyba nastane zabudnutím umocnenia výrazu na druhú a počítanie len s prvou mocninou výrazu, konkrétne

$$(a + b)^2 = a + b.$$

$$\times = a - b; a \neq \pm b$$

Predpoklad pre túto možnosť je v chybnnej úprave výrazu, ktorá nastane zabudnutím umocnenia výrazu na druhú a počítanie len s prvou mocninou výrazu, konkrétne

$$(a + b)^2 = a + b.$$

Ďalej táto možnosť predpokladá zamenenie vzorca

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

za nesprávny vzťah

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a - b).$$

$$\checkmark = 1; a \neq \pm b$$

$$\times = 1; a \neq -b$$

V tejto možnosti sa predpokladá nedostatočné určenie podmienky. Konkrétne zabudnutie určenia podmienky pre výraz v menovateli zlomku, a teda že

$$a - b \neq 0,$$

z čoho dostaneme, že $a \neq b$.

$$\times = \frac{a-b}{a+b}; a \neq \pm b$$

Táto možnosť predpokladá zamenenie vzorca

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

za nesprávny vzťah

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a - b).$$

$$\times = \frac{a-b}{a+b}; a \neq -b$$

V rámci tejto možnosti sa vychádza z predpokladu výskytu chyby z predchádzajúcej možnosti a taktiež nedostatočného určenia podmienky.

ZADANIE: Urči definičný obor funkcie $f(x) = \sqrt{\frac{2x-5}{13-4x}} - \frac{x^2-5}{x}$.

$$\checkmark x \in \left\langle \frac{5}{2}; \frac{13}{4} \right\rangle$$

$$\times x \in \left\langle \frac{5}{2}; \frac{13}{4} \right\rangle$$

V tejto variante výsledku sa očakáva nesprávne určenie podmienok pri podielovom výraze pod odmocninou. Konkrétne pri riešení nerovnice

$$\frac{2x-5}{13-4x} \geq 0$$

sa zabudlo na zohľadnenie podmienky pre menovateľ zlomku.

$$\times \emptyset$$

V tejto odpovedi je zahrnutý predpoklad nesprávneho pochopenia určenia podmienok, kedy namiesto prieniku vyhovujúcich intervalov sa berie do úvahy prienik nulových bodov.

$$\times x \in \left\langle \frac{2}{5}; \frac{13}{4} \right\rangle \cup \{0\}$$

Táto možnosť predpokladá nesprávne pochopenie určenia podmienok, kedy namiesto prieniku vyhovujúcich intervalov sa berie do úvahy zjednotenie čiastočne vyhovujúcej podmienky s nevyhovujúcou.

$$\times x \in \mathbb{R} - \{0\}$$

Táto možnosť vychádza z predpokladu neznalosti podmienok pre výrazy pod odmocninou. Konkrétne nevyriešenie podmienky

$$\frac{2x-5}{13-4x} \geq 0.$$

✗ $x \in \mathbb{R} - \{0, \frac{13}{4}\}$

V rámci tejto možnosti sa predpokladá neznalosť podmienok pre výrazy pod odmocninou, konkrétne pri riešení podmienky nestačí vylúčiť iba nulový bod z menovateľa výrazu v podielovom tvare, ale je nutné určiť podmienku na základe vyriešenia nerovnice

$$\frac{2x-5}{13-4x} \geq 0.$$

ZADANIE: Vypočítaj deriváciu funkcie $y = x^2\sqrt{1+x^2}$.

✗ $\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$

Táto varianta je založená na predpoklade neznalosti derivačného vzorca pre súčin funkcií a použitie nasledovného chybného vzťahu

$$(x^2\sqrt{1+x^2})' = (x^2)'(\sqrt{1+x^2})',$$

taktiež aj na nesprávnom zderivovaní zloženej funkcie ako

$$(\sqrt{1+x^2})' = \frac{1}{2\sqrt{1+x^2}}.$$

✗ $\frac{2x^2}{\sqrt{1+x^2}}$

V tejto možnosti sa predpokladá neznalosť derivačného vzorca pre súčin funkcií a použitie nasledovného chybného vzťahu

$$(x^2\sqrt{1+x^2})' = (x^2)'(\sqrt{1+x^2})'.$$

✗ $\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$

V tomto prípade sa predpokladá neznalosť správneho derivačného vzorca pre súčin funkcií a použitie nasledovného chybného vzťahu

$$(x^2\sqrt{1+x^2})' = (x^2)'(\sqrt{1+x^2})',$$

zároveň nesprávne zderivovanie funkcie s odmocninou (zabudnutie na roznásobenie hodnotou $\frac{1}{2}$) spolu s nesprávnym umiestnením derivácie vnútornej funkcie (umiestnenie do menovateľa zlomku namiesto do čitateľa),

$$(\sqrt{1+x^2})' = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}2x}.$$

✓ $\frac{2x+3x^3}{\sqrt{1+x^2}}$

✗ $\frac{2x+4x^3}{\sqrt{1+x^2}}$

Táto možnosť predpokladá nesprávne zderivovanie výrazu s odmocninou ako

$$(\sqrt{1+x^2})' = \frac{2x}{\sqrt{1+x^2}}.$$

$$\times 2x\sqrt{1+x^2}(2x+x^2)$$

V tejto možnosti sa predpokladá neznalosť vzorcov pre derivácie.

TECHNIKA:

ZADANIE: Uprav daný trojčlen na štvorec: $2x^2 - 8x + 5$.

$$\times 2(x-2)^2 + 13$$

Táto odpoveď predpokladá pričítanie čísla 8, ktoré sme si tam umelo doplnili aby nám vznikol štvorec, namiesto odčítania.

$$2(x-2)^2 + 8 + 5$$

$$\times 2(x-2)^2 + 1$$

V tomto prípade je zahrnutý predpoklad odčítania čísla 4 namiesto čísla 8, ktoré sme si umelo doplnili aby nám vznikol štvorec.

$$2(x-2)^2 - 4 + 5$$

Zabudlo sa na to, že sme vyňali pred zátvorku číslo 2, takže aj hodnotu, ktorú chceme odčítať je potrebné vynásobiť číslom 2.

$$\checkmark 2(x-2)^2 - 3$$

$$\times 2(x-2)^2 + 9$$

V tejto možnosti sa predpokladá pričítanie čísla 4 namiesto odčítania čísla 8, ktoré sme si umelo doplnili aby nám vznikol štvorec.

$$2(x-2)^2 + 4 + 5$$

$$\times 2(x-2)^2 + 3$$

V rámci tejto možnosti sa predpokladá odčítanie čísla 2, miesto odčítania čísla 8, ktoré sme si umelo doplnili aby nám vznikol štvorec.

$$2(x-2)^2 - 2 + 5$$

Je potrebné si uvedomiť že sme umelo pripočítali hodnotu $2^2 = 4$ a nie len číslo 2. Zároveň, že sa to nachádza v zátvorke ktorá je násobená číslom 2.

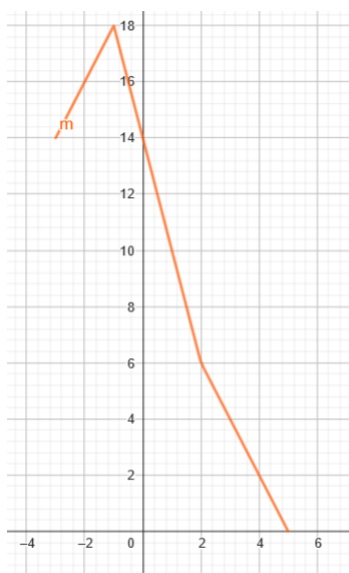
$$\times 2(x-2)^2 + 7$$

Táto odpoveď predpokladá pričítanie čísla 2 namiesto odčítania čísla 8, ktoré sme si umelo doplnili aby nám vznikol štvorec.

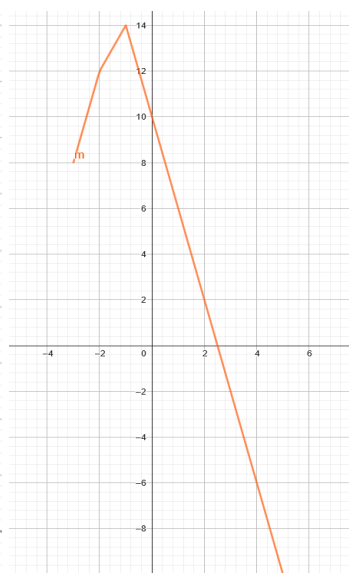
$$2(x-2)^2 + 2 + 5$$

ZADANIE: Zostroj graf funkcie $m : y = 15 - |2 - x| - 3|1 + x|, x \in \langle -3; 5 \rangle$.

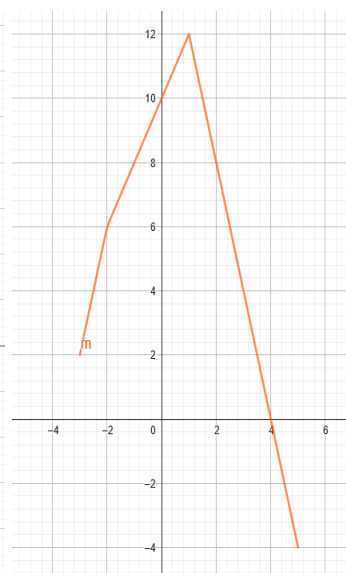
V týchto možnostiach je predpoklad nesprávneho určenia nulového bodu absolútnej hodnoty či chybná práca so znamienkami. Z toho dôvodu som sa snažila tvoriť obrázky grafov v nesprávnych možnostiach na základe zmeny znamienka nulových bodov absolútnych hodnôt alebo hodnôt, ktoré sú pred absolútnou hodnotou.



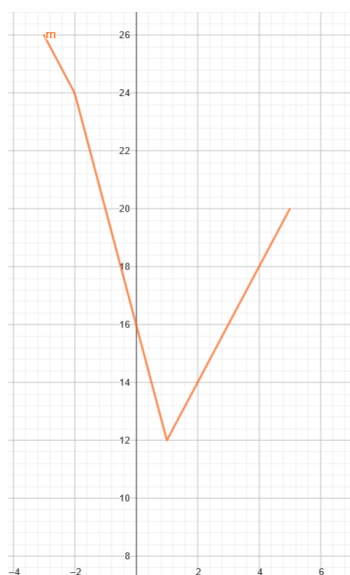
✗ Možnosť 1



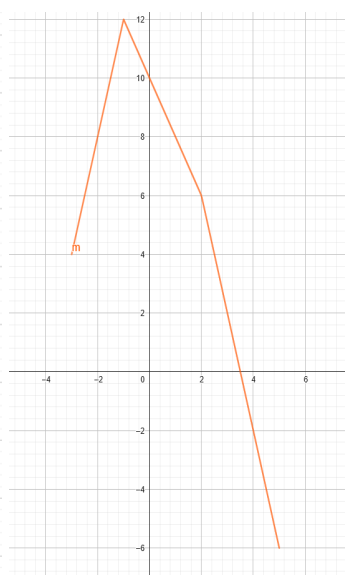
✗ Možnosť 2



✗ Možnosť 3



✗ Možnosť 4



✓ Možnosť 5

MATEMATIKA a EKONÓMIA:

ZADANIE: Istý autor opakoval 4096krát hod 12 kockami. V každom hode zaznamenal počet šestiek. Rozdelenie početností tohto znaku udáva tabuľka. Urči aritmetický priemer, modus, medián, smerodajnú odchýlku.

počet šestiek	0	1	2	3	4	5	6	7 a viac
početnosť	447	1145	1181	796	380	115	24	8

✗ $p \doteq 1368$; $m = 8$; $me = 5$; $s \doteq 3,3$

V tejto možnosti sa predpokladá nesprávny výber a analýza hodnôt pre výpočet priemeru (priemer je počítaný z hodnôt, ktoré určujú početnosť) spolu s chybným určením menovateľa. Konkrétne nesprávny výpočet priemeru ako

$$p \doteq \frac{1145 + 2 \cdot 1181 + 3 \cdot 796 + 4 \cdot 380 + 5 \cdot 115 + 6 \cdot 24 + 9,5 \cdot 8}{6}.$$

Ďalej nesprávne určenie modusu ako početnosť najväčšej hodnoty, nesprávne určenie mediánu ako blízku hodnotu priemeru hodnôt od 0 po 12. Taktiež aj nesprávne dosadenie do vzorca pre výpočet smerodajnej odchýlky.

✗ $p \doteq 2$; $m = me = 1181$; $s \doteq 1,3$

Pri tejto odpovedi sa predpokladá nesprávne určenie modusu a mediánu, kde sa za výsledok považuje ich početnosť.

✓ $p \doteq 2$; $m = 2$; $me = 2$; $s \doteq 1,3$

✗ $p \doteq 409$; $m = 8$; $me = 5$; $s \doteq 1,3$

Táto možnosť je založená na predpoklade nesprávneho výberu hodnôt pre určenie priemeru

$$p \doteq \frac{447 + 1145 + \dots + 6 \cdot 24}{1 + 2 + \dots + 6},$$

kde je priemer počítaný z hodnôt pre početnosť bez poslednej položky tabuľky. Ďalej nesprávne určenie modusu, kde sa za výsledok považuje početnosť najväčšej hodnoty a taktiež nesprávne určenie mediánu ako blízku hodnotu priemeru hodnôt od 0 po 12.

✗ $p \doteq 409$; $m = 2$; $me = 2$; $s \doteq 1,3$

V tejto možnosti sa predpokladá nesprávny výber hodnôt pre určenie priemeru

$$p \doteq \frac{447 + 1145 + \dots + 6 \cdot 24}{1 + 2 + \dots + 6},$$

kde je priemer počítaný z hodnôt pre početnosť bez poslednej položky tabuľky.

✗ $p \doteq 2$; $m = 8$; $me = 5$; $s \doteq 3,3$

V tejto odpovedi sa predpokladá nesprávne určenie modusu, kde sa za výsledok považuje početnosť najväčšej hodnoty a taktiež nesprávne určenie mediánu ako blízku hodnotu priemeru hodnôt od 0 po 12. Taktiež aj nesprávne dosadenie do vzorca pre výpočet smerodajnej odchýlky.

MATEMATIKA, EKONÓMIA a UČITEĽSTVO MATEMATIKY:

ZADANIE: Urči, koľkými spôsobmi je možné premiestniť písmená slova Mississippi?

✗ 52680

Táto odpoveď nepredpokladá nejakú konkrétnu chybu, odpoveďou je náhodné číslo, pretože pri kombinatorike vie byť kreativita výpočtu a výsledok niekedy veľmi zaujímavý.

✗ 38210

V tejto možnosti sa nepredpokladá nejaká konkrétna chyba, odpoveď je náhodné číslo "pomerne" blízke správnej odpovedi.

✗ 3991680

V rámci tejto možnosti sa predpokladá nesprávny výpočet pomocou $11!$ spojený s nepozornosťou.

✗ 1247400

Pri tejto odpovedi sa predpokladá neznalosť správneho výpočtu pre permutácie s opakovaním. Namiesto podelenia súčinom faktoriálov, kde každý faktoriál odpovedá počtu opakovaní každého písmena, sa podelí počtom rôznych písmen nachádzajúcich sa v slove. Teda nesprávny výpočet má tvar

$$\frac{11!}{4}.$$

✓ 34650

✗ 39916800

Táto možnosť sa predpokladá použitie výpočtu $11!$ a teda použitie výpočtu pre permutácie bez opakovania namiesto permutácií s opakovaním.

UČITEĽSTVO MATEMATIKY:

ZADANIE: Sú dané body $A[1; -4]$, $B[4; 5]$, $C[-3; 4]$. Napíš všeobecné rovnice os strán trojuholníka ABC a vypočítaj stred opísanej kružnice tomuto trojuholníku ako priesečník dvoch z nich a over či stredom prechádza tretia z nich.

V možnostiach sa z kapacitných dôvodov nenachádzajú všetky všeobecné predpisy osí strán ale iba predpis osi o_{AB} spolu so stredom opísanej kružnice.

✗ $o_{AB} = 3x - y - 7 = 0; S = [1, -4]$

V rámci tejto možnosti sa predpokladá nesprávne určenie všeobecného predpisu priamky, kedy namiesto normálového vektora priamky sa v predpise využije smerový vektor. Súradnice stredu opísanej kružnice sú hodnoty, ktoré sú prienikom chybného všeobecného predpisu osi o_{AB} s chybným predpisom osi o_{AC} . Predpokladá sa rovnaká chyba ako pri osi o_{AB} , z čoho dostaneme súradnice prieniku osí totožné s bodom A.

✗ $o_{AB} = 3x - y - 7 = 0; S = [\frac{2}{3}; \frac{5}{3}]$

Táto možnosť vychádza z predpokladu nesprávneho určenia všeobecného predpisu priamky, kedy namiesto normálového vektora priamky sa v predpise využije smerový vektor. Ďalej sa predpokladá nesprávny výpočet stredu opísanej kružnice. Konkrétne za stred opísanej kružnice trojuholníka je považované ťažisko tohoto trojuholníka.

✗ $o_{AB} = x + 3y + 11 = 0; S = [\frac{7}{5}, -\frac{16}{5}]$

V tomto prípade sa predpokladá nesprávne určenie všeobecného predpisu priamky, kedy pri počítaní predpisu sa nevyužije bod ležiaci na o_{AB} ale bod A. Rovnako chybným postupom vzniknú aj zvyšné predpisy, na základne čoho budú aj výsledné súradnice stredu opísanej kružnice chybné.

✓ $o_{AB} = x + 3y - 4 = 0; S = [1, 1]$

✗ $o_{AB} = 3x + y + 8 = 0; S = [-1; -5]$

V tejto možnosti sa predpokladá nesprávne určenie všeobecného predpisu priamky, kedy pri počítaní vektora $\vec{AB}$ nastane nasledovná chyba:

$$\vec{AB} = (4 - 1; 5 - (-4)) = (3; 1).$$

Rovnako aj pri výpočte zvyšných všeobecných rovníc, na základne čoho budú aj výsledné súradnice stredu opísanej kružnice chybné.

✗ $o_{AB} = x + 3y - 4 = 0; S = [\frac{2}{3}; \frac{5}{3}]$

V tomto prípade sa predpokladá nesprávny výpočet stredu opísanej kružnice, konkrétne za stred opísanej kružnice trojuholníka je považované ťažisko tohoto trojuholníka.

Kapitola 3

Analýza výsledkov

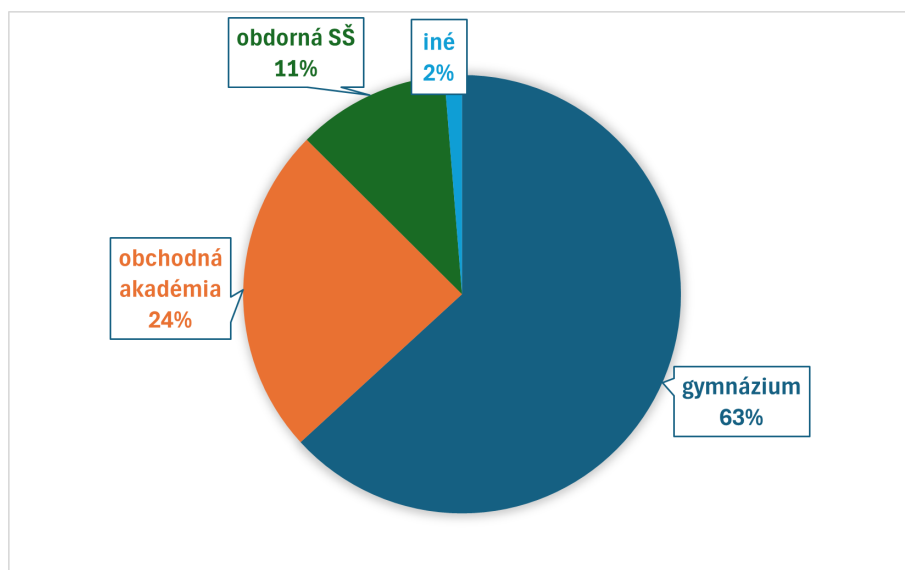
V tejto kapitole sa budem venovať už samotnej analýze zo získaných dát a vyhodnocovaniu jednotlivých príkladov. Zároveň si predstavíme, čo bude predmetom skúmania a akí respondenti sa do prieskumu zapojili.

3.1 Čo bude predmetom analýzy

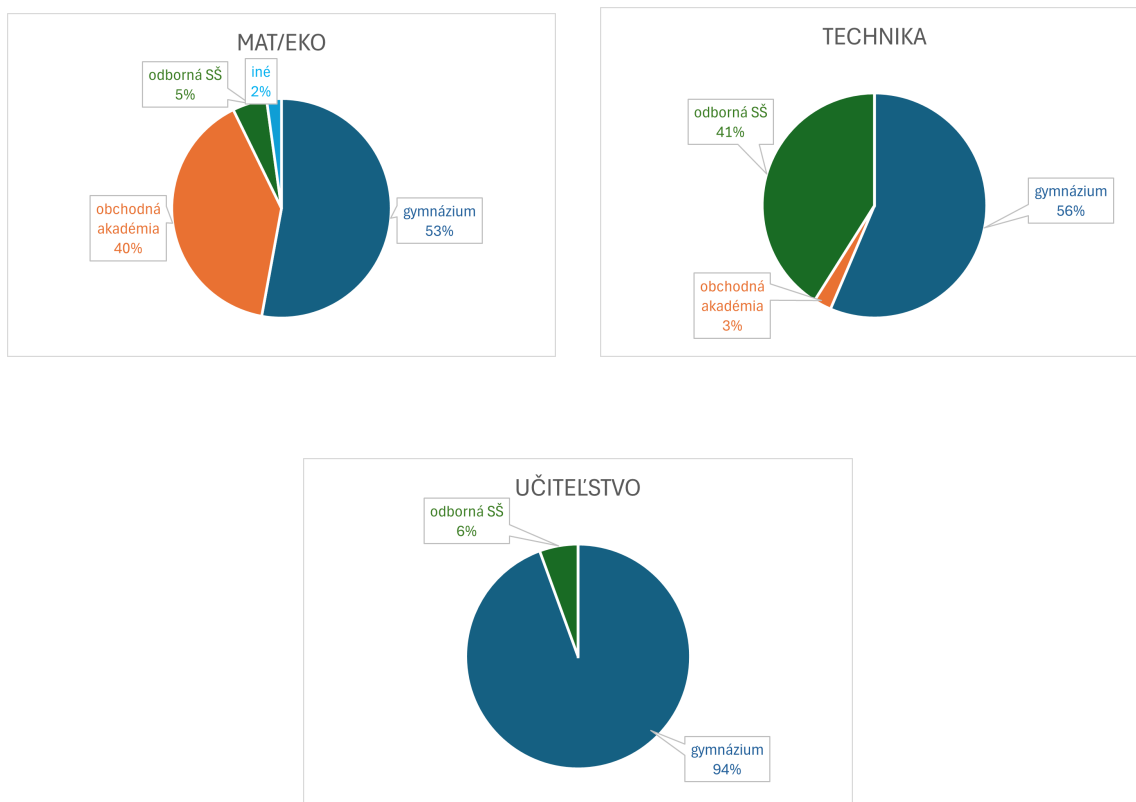
Pri analýze výsledkov sa budem zameriavať pri intuitívnom teste na "respondentský pohľad" na príklad. Konkrétne či je daný typ príkladu pre väčšinu respondentov jednoducho riešiteľný, či majú pri príklade pochybnosti alebo či je príklad pre nich neznámy. Pri počítacom teste sa zameriam na správnosť výpočtu. Od takmer všetkých respondentov, ktorí vypracovali aj počítačový test mám k dispozícii papier so zápiskami, na ktorom prevádzali svoje výpočty, takže sa zameriam, aj na analýzu najčastejších chýb, ku ktorým počas výpočtu dochádzalo. Súčasne ma bude zaujímať spojenie intuitívneho a počítačového testu.

3.2 Respondenti

Do prieskumu sa zapojilo 231 respondentov. Celkové percentuálne zastúpenie respondentov podľa zamerania ich strednej školy je nasledovné. Študenti gymnázia tvoria 63 %, študenti obchodnej akadémie 24 %, študenti odborných škôl 11 % a študenti iných stredných škôl 2 %. Na vysokú školu s matematickým alebo ekonomickým zameraním by chcelo ísť 138 respondentov, na školu s technickým zameraním 39 respondentov a na učiteľstvo matematiky 54 respondentov. Školy, z ktorých sa zúčastnilo najviac respondentov sú Gymnázium L. Štúra a Obchodná akadémia Milana Hodžu v Trenčíne, Súkromné gymnázium Futurum v Trenčíne, SOŠ informačných technológií sv. Jána Bosca v Novej Dubnici a Obchodní akademie a vyšší odborná škola v Brne.



Obr. 3.1: Percentuálne rozloženie respondentov podľa zamerania SŠ



Obr. 3.2: Percentuálne rozloženie respondentov podľa zamerania SŠ na konkrétnom zameraní VŠ

Bohužiaľ, nie všetkým respondentom sa podarilo vypracovať aj počítačový test, z toho dôvodu plne vypracovaných počítačových testov, ktoré sú zaradené do analýzy, je iba 88. Z toho je 40 s technickým zameraním (predpokladám, že niekto si vybral jeden test s nesprávnym zameraním, a preto je o jeden počítačový test navyše oproti intuitívnemu). Z matematického/ekonomického zamerania je vyplnených počítačových testov 48, z toho je 43 respondentov z obchodnej akadémie a 5 z gymnázia. Bohužiaľ, z učiteľského zamerania sa mi podarilo získať iba intuitívne testy. Väčšia polovica respondentov vypracovávala testy v poslednom ročníku štúdia na strednej škole v období pred maturitnou skúškou, zvyšok v prvých dňoch nástupu na vysokoškolské štúdium.

3.3 Analýza príkladov

V tejto podkapitole si ukážeme celkový prehľad výsledkov a rozoberieme si aj jednotlivé príklady samostatne.

3.3.1 Celkový prehľad príkladov

Pre jednoduchší vzhľad tabuľky si zavedieme preznačenie odpovedí:

1. – jednoduchá, hneď viem, čo mám robiť,
2. – myslím, že viem, čo mám robiť, ale nie som si úplne istý/á,
3. – už som to počul/a, ale neviem, ako ďalej,
4. – ešte som o tom nepočul/a

PT – úspešnosť v počítačom teste.

príklad	1.	2.	3.	4.	PT
Prvočíselný rozklad	54%	30%	14%	2%	-
Úprava výrazov a podmienky	69%	24%	7%	0%	59%
Výroky	57%	35%	8%	0%	-
Geometrická dôkazová úloha	30%	42%	26%	2%	-
Graf funkcie a jeho vlastnosti	29%	43%	25%	3%	40%
Definičný obor funkcie	56%	20%	24%	0%	24%
Grafy funkcií	22%	29%	40%	9%	-
Kombinatorika	49%	35%	13%	3%	17%
Postupnosti a limity	18%	26%	31%	25%	-
Derivácie	32%	24%	22%	22%	22%
Integrálny počet	24%	31%	23%	22%	-
Algebraická úprava	46%	23%	26%	5%	48%
Goniometrické funkcie	23%	44%	33%	0%	-
Analytická geometria	35%	37%	22%	6%	-
Vennove diagramy	59%	34%	7%	0%	-
Komplexné čísla	29%	26%	26%	19%	-
Štatistika	43%	32%	20%	5%	13%
Rez	69%	20%	9%	2%	-
Množina bodov danej vlastnosti	13%	42%	30%	15%	-

3.3.2 Zhrnutie analýzy

Keď sa pozriem na výsledky príkladov, tak určite v každom okruhu sa nájdu študenti, ktorí majú s danou problematikou problém a nie sú si príkladom úplne istí. Ale vo všeobecnosti okruhy ako úprava výrazov, výroky, Vennove diagramy a rezy kockou vnímam na základe výsledkov ako menej problémové. Medzi problémové by som zaradila tie, pri ktorých je pravdepodobnosť nevypočítania (súčet posledných dvoch možností) približne 50 % a viac. Sú to okruhy ako grafy funkcií, postupnosti a limity, integrály a derivácie či množiny bodov danej vlastnosti. Čo môže pôsobiť negatívne prekvapivým dojmom je, že pri príklade týkajúci sa grafov funkcií, až 40 % z respondentov uviedlo, že sa s danou problematikou už strelo, ale nevedia daný príklad vyriešiť. Tento okruh je dôležitým prvkom vysokoškolskej matematiky, pretože znalosti z neho sú využívané v matematickej analýze a zároveň aj v diferenciálnom aj integrálnom počte. Na druhú stranu, čo môže pôsobiť pozitívnym dojmom, je fakt, že pri deriváciách a integráloch iba 22 % respondentov označilo, že sa s danými okruhmi ešte nestretlo a pri okruhu komplexných čísel je to iba 19 %. Pripomínam, že spomenuté okruhy nie sú súčasťou povinných osnov na stredných školách. Ďalej ako problematickejší okruh vnímam ten, kde medzi výsledkami z intuitívneho testu a počítacieho vznikol pomerne veľký rozdiel. Príkladom toho je napríklad určenie definičného oboru, kde 56 % respondentov označilo príklad za jednoduchý, a zároveň nikto neoznačil, že by sa s danou problematikou ešte nestretol. Avšak reálna úspešnosť príkladu je podstatne nižšia ako boli moje očakávania na základe výsledkov z intuitívneho testu a pohybuje sa iba okolo 24 %. Do tejto skupiny by som zaradila aj kombinatoriku a štatistiku.

3.3.3 Analýza jednotlivých príkladov

V tejto časti si rozoberieme jednotlivé príklady samostatne a podrobnejšie. Poradie príkladov je totožné ako v druhej kapitole. V prípade, že sa príklad nachádzal aj v počítacom teste, tak si rozoberieme výsledky príkladu z oboch testov.

SPOLOČNÁ ČASŤ

Príklad 1: Prvočíselný rozklad

ZADANIE: Preved' prvočíselný rozklad čísla 1257.

škola	jednoduchá, hneď viem, čo mám robiť	myslím, že viem, čo mám robiť, ale nie som si úplne istý/á	už som to počul/a, ale neviem ako ďalej	ešte som o tom nepočul/a
gymnázium	75%	18%	6%	1%
OA	46%	36%	13%	5%
OŠ	27%	58%	11%	4%
učiteľstvo	65%	26%	9%	0%
technika	56%	33%	8%	3%
mat/eko	49%	31%	17%	3%
celkovo	54%	30%	14%	2%

Tento príklad hodnotím na základe výsledkov z intuitívneho testu ako jeden z menej problémových, pretože viac ako polovica respondentov, konkrétne 54 %, vedela, čo má robiť a úloha im príde jednoduchá. Ďalších 30 % si taktiež myslí, že vedia, ako by sa mala daná úloha riešiť, ale nemajú v správnosti riešenia úplnú istotu. Pre 14 % respondentov je úloha daného typu známa, avšak nevadia, ako ju vyriešiť. Iba 5 respondentov tvrdí, že o úlohe tohto typu ešte nepočulo, čo predstavuje 2 %.

Respondenti z gymnázia sú si v tomto príklade najistejší, kde až 75 % z nich tvrdí, že im úloha príde jednoduchá a len 7 % by ju pravdepodobne nevyriešilo. Najmenšiu istotu majú v príklade respondenti z odborných škôl, kde len 27 % príde úloha jednoduchá a 58 % si myslí, že vie čo má robiť, avšak majú určité pochybnosti.

Čo sa týka analýzy z pohľadu zamerania vysokej školy, tak najväčší problém robil príklad respondentom, ktorí vypracovávali test so zameraním na matematiku a ekonómiu. Približne 20 % respondentov v tomto zameraní odpovedalo, že by daný príklad nevedeli vyriešiť, prípadne sa s ničím podobným nestretli.

Príklad 2: Úprava výrazov a podmienky

ZADANIE: Zjednoduš výraz a a urči podmienky $\frac{\frac{a+b}{a-b}}{\frac{(a+b)^2}{a^2-b^2}}$.

Intuitívny test

škola	jednoduchá, hneď viem, čo mám robiť	myslím, že viem, čo mám robiť, ale nie som si úplne istý/á	už som to počul/a, ale neviem ako ďalej	ešte som o tom nepočul/a
gymnázium	89%	10%	1%	0%
OA	18%	61%	21%	0%
OŠ	65%	31%	4%	0%
učiteľstvo	100%	0%	0%	0%
technika	72%	28%	0%	0%
mat/eko	56%	33%	11%	0%
celkovo	69%	24%	7%	0%

Tento príklad hodnotím na základe výsledkov z intuitívneho testu najlepšie, pretože pri príklade až 69 % respondentov uviedlo, že vedia, čo majú robiť a úloha im príde jednoduchá. Ďalších 24 % si tiež myslí, že vedia, ako by sa mala daná úloha riešiť, ale nemajú v správnosti riešenia úplnú istotu. Zároveň pri tomto príklade nikto neuviedol, že by sa s daným typom príkladu ešte nestretol.

Až 89 % gymnazistov si je v tomto príklade istých, naopak najväčšie pochybnosti majú respondenti z obchodnej akadémie, kde až 21 % z nich nevie, ako vyriešiť daný príklad, aj keď o ňom už počulo. Podľa intuitívneho testu by v tomto príklade dobre obstáli aj respondenti z odborných škôl, kde takmer všetci uvideli, že je pre nich príklad jednoduchý alebo si myslia, že by ho vedeli vyriešiť.

Čo sa týka analýzy z pohľadu zamerania vysokej školy, tak najväčší problém robil príklad respondentom, ktorí vypracovávali test so zameraním na matematiku a ekonómiu. Všetci respondenti, ktorí uviedli možnosť, že sa s daným príkladom stretli, ale nevedia, ako ďalej vypracovávali práve test pre toto zameranie. Naopak, všetci respondenti, ktorí si zvolili učiteľské zameranie, by si s týmto príkladom jednoducho poradili.

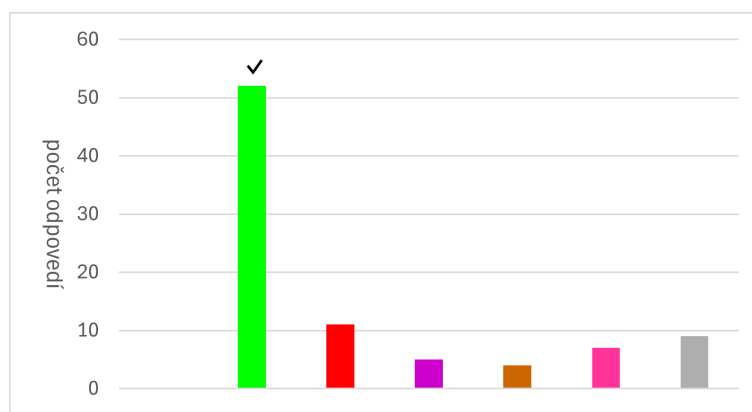
Počítací test

V tomto príklade sa respondentom celkom darilo aj v počítacom teste, kde viac ako polovica odpovedala správne, konkrétne 52 respondentov, čo predstavuje úspešnosť 59 %. Druhou najčastejšou odpoveďou, v počte 11, bola odpoveď so správnym výsledkom úpravy výrazu, avšak s nesprávnym určením podmienok. Z hľadiska čisto iba úpravy výrazu, správne výraz upravilo 72 % respondentov počítacieho testu. Pre porovnanie, v intuitívnom teste celkovo 69 % označilo, že im úloha príde jednoduchá a 24 %, že si myslia, že by danú úlohu vedeli vypočítať, ale majú mierne pochybnosti. V ideálnom prípade (súčet prvej a druhej možnosti), by teda malo byť 93 % správnych odpovedí.

Keď sa na to pozrieme bližšie z hľadiska konkrétneho zamerania, tak v technickom zameraní sa vyskytlo 29 správnych odpovedí, čo predstavuje úspešnosť necelých 73 %. Pri porovnaní s výsledkom z intuitívneho testu, je reálny výsledok blízky. Respondenti vedeli v tomto príklade dobre odhadnúť svoje schopnosti, pretože len 2 z 23, ktorí označili úlohu za jednoduchú, ju nevyriešili správne.

V prípade matematického/ekonomického zamerania sa vyskytlo 23 správnych odpovedí, čo predstavuje úspešnosť približne 48 %. V porovnaní s intuitívnym testom, reálny výsledok je taktiež o niečo nižší ako predpoveď. Čo sa týka intuície respondentov, tak tu to bolo nepresnejšie v porovnaní s technickým zameraním, pretože len 9 respondentov zo 16, ktorí označili úlohu za jednoduchú, ju vyriešili správne.

- = $a + b$; $a \neq -b$
- = $a - b$; $a \neq \pm b$
- = 1; $a \neq \pm b$
- = 1; $a \neq -b$
- = $\frac{a-b}{a+b}$; $a \neq \pm b$
- = $\frac{a-b}{a+b}$; $a \neq -b$
- *neviem*
- *iné*



Obr. 3.3: Zobrazenie počtu jednotlivých odpovedí

Najčastejšie chyby

V tomto príklade sa najčastejšie objavovala chyba pri určení podmienok. Najčastejšie dochádzalo k neurčeniu podmienky, určeniu iba jednej z podmienok alebo nesprávnemu určeniu podmienok (obr. 3.4). Čo sa týka už samotnej úpravy výrazu, tak tam najčastejšie dochádzalo k nesprávnej úprave zloženého zlomku, zlej interpretácií vzorcov alebo nesprávnemu kráteniu členov (obr. 3.5, 3.6, 3.7).

$$\frac{\frac{a+b}{a-b}}{\frac{a^2+2ab+b^2}{(a-b) \cdot (a+b)}} = \frac{a+b}{a-b} \cdot \frac{(a-b) \cdot (a+b)}{a^2+2ab+b^2}$$

podmienky: $a \neq 0$
 $b \neq 0$

Obr. 3.4: nesprávne určená podmienka, $a, b \neq 0$ a nedoupravovaný výraz

$$\frac{\frac{a+b}{a-b}}{\frac{(a+b)^* \cdot (a-b)^*}{(a+b) \cdot (a-b)}} = \frac{\frac{a+b}{a-b}}{1} = \frac{a+b}{a-b}$$

Obr. 3.5: využitý chybný vzťah $(a+b)^2 = (a-b)(a+b)$

$$\frac{\frac{a+b}{a-b}}{\frac{a^2+2ab+b^2}{a^2-b^2}} = \frac{1}{2ab}$$

Obr. 3.6: nesprávne vykrátenie členov

$$\frac{\frac{a+b}{a-b}}{\frac{(a+b)^2}{a^2-b^2}} = \frac{\frac{a+b}{a-b}}{\frac{a^2+2ab+b^2}{(a-b) \cdot (a+b)}} = \frac{a+b}{a-b} \cdot \frac{(a-b) \cdot (a+b)}{a^2+2ab+b^2} = \frac{(a-b) \cdot (a+b)}{a^2+2ab+b^2} = \frac{a^2-b^2}{a^2+2ab+b^2}$$

Obr. 3.7: využitý chybný vzťah $a^2 - b^2 = (a-b)(a-b)$

Príklad 3: Výroky

ZADANIE: Zneguj výrok Každé prirodzené číslo, ktoré je deliteľné desiatimi, je deliteľné piatimi.

škola	jednoduchá, hneď viem, čo mám robiť	myslím, že viem, čo mám robiť, ale nie som si úplne istý/á	už som to počul/a, ale neviem ako ďalej	ešte som o tom nepočul/a
celkovo	57%	35%	8%	0%
gymnázium	62%	33%	5%	0%
OA	48%	34%	18%	0%
OŠ	33%	31%	33%	3%
učiteľstvo	39%	52%	9%	0%
technika	69%	28%	3%	0%
mat/eko	60%	30%	9%	1%
celkovo	57%	35%	8%	0%

Na základe výsledkov z intuitívneho testu hodnotím tento príklad ako jeden z najmenej problémových, pretože 57 % respondentov uviedlo, že by vedeli, čo majú robiť a príklad je pre nich jednoduchý. Ďalších 35 % si tiež myslí, že vedia, ako by sa mala daná úloha riešiť, ale nemajú v správnosti riešenia úplnú istotu. Iba jeden respondent uviedol, že sa s takýmto typom príkladu nikdy nestretol.

Aj v tomto prípade sú si najistejší gymnazisti, kde približne 62% respondentom, je príklad jasný a len 8 % z nich, by pravdepodobne príklad nevyriešilo. Naopak najväčší problém robí príklad respondentom z odborných škôl, kde viac ako tretina, by daný príklad pravdepodobne nevyriešila.

Čo sa týka analýzy z pohľadu zamerania vysokej školy, tak v tomto príklade sú si najistejší záujemci o technickú vysokú školu, konkrétne až 69 % z nich. Naopak najmenej, sú záujemci o učiteľské štúdium, kde len 39 % z nich si je príkladom úplne istých.

Príklad 4: Geometrická dôkazová úloha

ZADANIE: V rovine je daná úsečka AB . Dokáž, že pre ľubovoľný bod X tejto roviny platí: Bod X leží na ose úsečky AB práve vtedy, ak sa jeho vzdialenosti od bodov A, B rovnajú.

škola	jednoduchá, hneď viem, čo mám robiť	myslím, že viem, čo mám robiť, ale nie som si úplne istý/á	už som to počul/a, ale neviem ako ďalej	ešte som o tom nepočul/a
gymnázium	27%	49%	21%	3%
OA	38%	30%	32%	0%
OŠ	31%	34,5%	34,5%	0%
učiteľstvo	22%	44%	30%	4%
technika	33%	44%	23%	0%
mat/eko	32%	41%	25%	2%
celkovo	30%	42%	26%	2%

Geometrická dôkazová úloha by väčšinu respondentov na základe výsledkov z intuitívneho testu pravdepodobne potrápila, pretože iba 30 % respondentov uviedlo, že by vedeli, čo majú robiť a príklad je pre nich jednoduchý. Ďalších 42 % si tiež myslí, že vedia, ako by sa mala daná úloha riešiť, ale nemajú v správnosti riešenia úplnú istotu. Pre 26 % je úloha daného typu známa, avšak nevedia, ako ju vyriešiť a iba štyria respondenti uviedli, že sa s takýmto typom príkladu nikdy nestretli.

V tomto príklade sú si najistejší respondenti z obchodnej akadémie, naopak najmenšiu istotu majú respondenti z gymnázií. Všetci štyria respondenti, ktorí uviedli, že sa s daným typom príkladu ešte nestretli, navštevujú/navštevovali práve gymnázium. Ak sa na príklad pozrieme z iného uhlu, tak najväčší problém s výpočtom by mali respondenti z odborných škôl, kde pravdepodobne minimálne 34,5 % z nich, by daný príklad nevypočítalo.

Čo sa týka analýzy z pohľadu zamerania vysokej školy, tak v tomto príklade sú si najistejší záujemci o technickú školu. V tomto príklade si je 33 % z nich istých výpočtom a dokopy až 77 % z nich by príklad pravdepodobne vypočítalo. Naopak najväčší problém robí príklad záujemcom o učiteľské štúdium, kde dokopy 34 % z respondentov by príklad nevypočítalo a len 22 % si je príkladom úplne istých.

Príklad 5: Graf funkcie a jeho vlastnosti

ZADANIE: Zostroj graf funkcie $m : y = 15 - |2 - x| - 3|1 + x|, x \in \langle -3; 5 \rangle$, urči obor hodnôt, extrém a vlastnosti.

Intuitívny test

škola	jednoduchá, hneď viem, čo mám robiť	myslím, že viem, čo mám robiť, ale nie som si úplne istý/á	už som to počul/a, ale neviem ako ďalej	ešte som o tom nepočul/a
gymnázium	40%	49%	10%	1%
OA	9%	27%	57%	7%
OŠ	19%	42%	39%	0%
učiteľstvo	31%	56%	9%	4%
technika	27%	41%	27%	5%
mat/eko	30%	39%	31%	0%
celkovo	29%	43%	25%	3%

Máme tu na základe výsledkov ďalší, z môjho pohľadu jeden z problémovnejších príkladov, pretože iba iba 29 % respondentov uviedlo, že by vedeli, čo majú robiť a príklad je pre nich jednoduchý. Ďalších 43 % si tiež myslí, že vedia, ako by sa mala daná úloha riešiť, ale nemajú v správnosti riešenia úplnú istotu. Štvrtina respondentov sa už s takýmto príkladom stretla, avšak nevie, ako daný príklad vyriešiť a šiesti respondenti, čo predstavuje 3 %, uviedli, že sa s takýmto typom príkladu nikdy nestretli.

V tomto príklade sú si najistejší študenti gymnázia, kde až 40 % z nich, si je príkladom istých a ďalších 49 % si myslí, že pravdepodobne by príklad zvládli vyriešiť. Iba 11 % gymnazistov by príklad pravdepodobne nevyriešilo. Pri tomto príklade sa prvý krát vyskytol priepastnejší rozdiel, kde len 19 % študentov odbornej školy a len 9 % študentov obchodnej akadémie si je príkladom istých. Celkovo ale najväčší problém robil príklad študentom obchodnej akadémie, kde až 64 % by pravdepodobne príklad nevyriešilo.

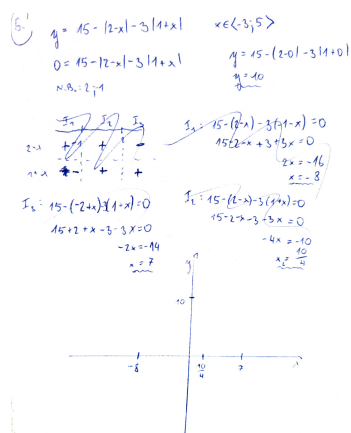
Čo sa týka analýzy z pohľadu zamerania vysokej školy, tak v tomto príklade sú si najistejší záujemci o učiteľské štúdium. V tomto príklade si je 31 % z nich istých výpočtom a dokopy až 87 % z nich by príklad pravdepodobne vypočítalo. Technický a matematický/ekonomický smer sú v tomto príklade pomerne vyrovnané.

Počítací test

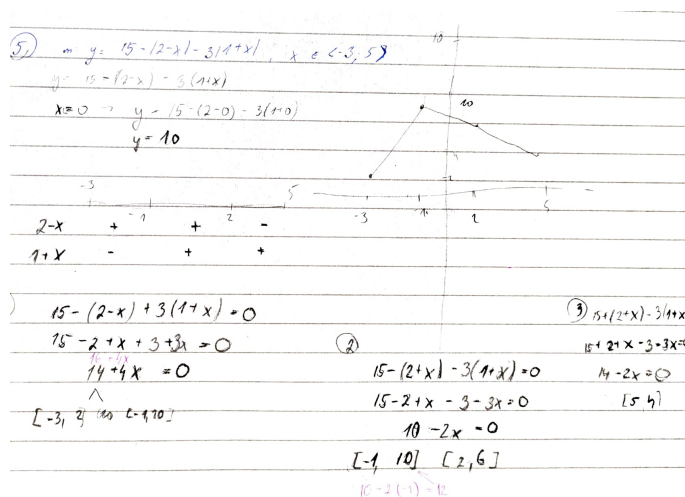
Tento príklad je súčasťou intuitívneho testu vo všetkých troch zameraniach, ale je súčasťou počítacieho testu iba v technickom zameraní.

Pri tomto príklade odpovedalo správne 16 respondentov, čo predstavuje úspešnosť 40 %. Druhou najčastejšou odpoveďou bola možnosť *neviem*, ktorú zaškrtnulo 14 respondentov, čo je necelých 35 %. Treťou najpočetnejšou odpoveďou bola možnosť *iné*, ktorú zvolilo 8 respondentov. Pre porovnanie, v intuitívnom teste s technickým zameraním 27 % označilo, že im úloha príde jednoduchá a 41 %, že si myslia, že by danú úlohu vedeli vypočítať, ale majú mierne pochybnosti. V ideálnom prípade by teda malo byť 68 % správnych odpovedí.

Keď si porovnáme intuíciu respondentov s reálnym výsledkom, tak približne 73 % z tých, ktorí odpovedali, že im úloha príde jednoduchá, ju dokázali skutočne správne vyriešiť. Z respondentov, ktorí odpovedali, že si myslia, že by úlohu vedeli vyriešiť, ju správne vyriešilo 29 %.



Obr. 3.11: neznalosť správneho postupu



Obr. 3.12: numerické chyby

Príklad 6: Definičný obor funkcie

ZADANIE: Urči definičný obor funkcie $f(x) = \sqrt{\frac{2x-5}{13-4x}} - \frac{x^2-5}{x}$.

Intuitívny test

škola	jednoduchá, hneď viem, čo mám robiť	myslím, že viem, čo mám robiť, ale nie som si úplne istý/á	už som to počul/a, ale neviem ako ďalej	ešte som o tom nepočul/a
gymnázium	78%	13%	9%	0%
OA	5%	30%	63%	2%
OŠ	35%	38%	27%	0%
učiteľstvo	80%	9%	11%	0%
technika	54%	36%	10%	0%
mat/eko	46%	20%	33%	1%
celkovo	56%	20%	24%	0%

Z hľadiska výsledkov intuitívneho testu, tento príklad patrí do lepšej polovice, pretože 56 % respondentov uviedlo, že im úloha príde jednoduchá a vedia, ako daný príklad vyriešiť. Ďalších 20 % si tiež myslí, že vedia, ako by sa mala daná úloha riešiť, ale nemajú v správnosti riešenia úplnú istotu. Takmer štvrtina respondentov sa s príkladom daného typu už stretla, avšak nevie, ako príklad vyriešiť. Iba jeden respondent uviedol, že sa s daným typom úlohy ešte nestretol.

V tomto prípade sú si najistejší respondenti z gymnázia, kde až 78 % z nich uviedlo, že im úloha príde jednoduchá. Iba 9 % z gymnazistov by úlohu pravdepodobne nevyriešilo. Respondenti z odborných škôl o viac ako polovicu zaostávajú, pretože úlohou je si istých 35 % z nich. V tomto prípade sa nám priepasť ešte prehĺbila, pretože iba 5 % z respon-

dentov obchodnej akadémie príde úloha jednoduchá a až 65 % by úlohu pravdepodobne nevyriešilo.

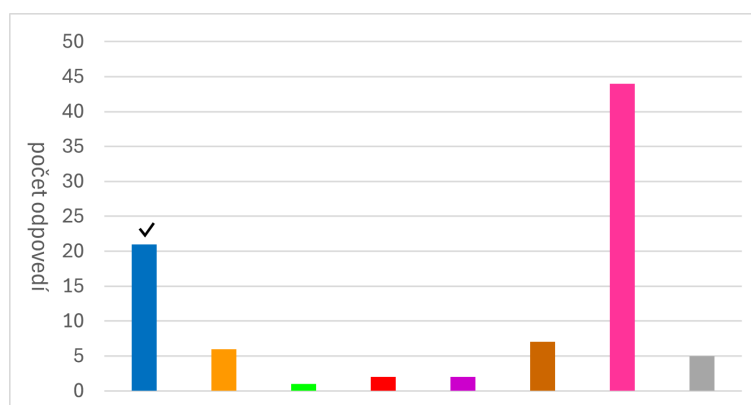
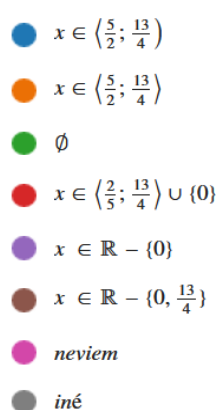
Čo sa týka analýzy z pohľadu zamerania vysokej školy, tak v tomto prípade sú si najistejší záujemci o učiteľstvo matematiky, kde až 80 % z nich, príde úloha jednoduchá a len 11 % by úlohu pravdepodobne nevyriešilo. Naopak najväčší problém robí príklad záujemcom o matematické/ekonomické zameranie, kde si je príkladom istých 46 % a úlohu by pravdepodobne nevyriešila viac ako tretina z nich.

Počítací test

Pri tomto príklade odpovedalo správne 21 respondentov, čo predstavuje úspešnosť necelých 24 %. Najčastejšou odpoveďou bola odpoveď *neviem*, ktorú zvolilo až 44 respondentov, čo predstavuje presnú polovicu. Okrem správnej odpovede sa najčastejšie objavila odpoveď, v ktorej sú vylúčené len nulové body menovateľov, a to v počte 7. Pre porovnanie, v intuitívnom teste celkovo 56 % označilo, že im úloha príde jednoduchá a 20 %, že si myslia, že by danú úlohu vedeli vypočítať, ale majú mierne pochybnosti. V ideálnom prípade by teda malo byť približne 76 % správnych odpovedí.

Keď sa na tom pozrieme z pohľadu zamerania, tak v technickom smere sa vyskytlo 19 správnych odpovedí, čiže v tomto zameraní je úspešnosť výpočtu približne 48 %. Pri porovnaní s výsledkom z intuitívneho testu, kde 54 % označilo úlohu za jednoduchú a že by ju vedeli vyriešiť, je reálny výsledok percentuálne nižší a to sa do úvahy neberú ani respondenti, ktorí mali nad príkladom pochybnosti. Ak sa pozrieme na intuíciu, tak z 21 respondentov, ktorí označili úlohu za jednoduchú, ju správne vypočítalo 13.

Avšak pri matematickom/ekonomickom zameraní, správne odpovedali len dvaja respondenti, čo predstavuje úspešnosť 4 %. Obaja respondenti, ktorí odpovedali správne, sú z gymnázia, takže nikto z obchodnej akadémie príklad nevypočítal správne. Len jeden zo správnych riešiteľov úlohy, ju označil za jednoduchú.



Obr. 3.13: Zobrazenie počtu jednotlivých odpovedí

Najčastejšie chyby

V tomto príklade je najpočetnejšia odpoveď možnosť *neviem*, takže sa mi vrátilo veľa

papierov, ktoré pri tomto príklade nemali ani čiarku. Čo som ale vypožorovala z tých zvyšných, tak najčastejšie dochádzalo k určeniu zlej podmienky výrazu pod odmocninou (obr. 3.14), k nesprávnemu riešeniu nerovnice v podielovom tvare (obr. 3.15) či k roznásobeniu nerovnice neznámou (obr. 3.17).

Handwritten student work for Obr. 3.14. The student is solving the inequality $\sqrt{\frac{2x-5}{13-4x}} > 0$. They incorrectly determine the domain by setting $2x-5 > 0$ and $13-4x > 0$, leading to $x > \frac{5}{2}$ and $x < \frac{13}{4}$. They then incorrectly combine these into $x \in (\frac{5}{2}, \frac{13}{4})$. The final answer is boxed as $x \in (\frac{5}{2}, \frac{13}{4})$.

Obr. 3.14: nesprávne určenie podmienky výrazu pod odmocninou a nesprávny postup riešenia nerovnice v podielovom tvare

Handwritten student work for Obr. 3.15. The student is solving the inequality $f(x) = \sqrt{\frac{2x-5}{13-4x}} - \frac{x^2-5}{x} \geq 0$. They incorrectly simplify the inequality to $\frac{2x-5}{13-4x} \geq 0$ and then solve it by finding the domain $x \in (\frac{5}{2}, \frac{13}{4})$. The final answer is boxed as $x \in (\frac{5}{2}, \frac{13}{4})$.

Obr. 3.15: nesprávny postup riešenia nerovnice v podielovom tvare

Handwritten student work for Obr. 3.16. The student is solving the inequality $f(x) = \sqrt{\frac{2x-5}{13-4x}} - \frac{x^2-5}{x} \geq 0$. They incorrectly simplify the inequality to $\frac{2x-5}{13-4x} \geq 0$ and then solve it by finding the domain $x \in (\frac{5}{2}, \frac{13}{4})$. The final answer is boxed as $x \in (\frac{5}{2}, \frac{13}{4})$.

Obr. 3.16: neznalosť správneho postupu, umocnenie pravej strany funkcie

Handwritten student work for Obr. 3.17. The student is solving the inequality $f(x) = \sqrt{\frac{2x-5}{13-4x}} - \frac{x^2-5}{x} \geq 0$. They incorrectly multiply both sides by x to get $x \sqrt{\frac{2x-5}{13-4x}} - (x^2-5) \geq 0$. They then solve the inequality by finding the domain $x \in (\frac{5}{2}, \frac{13}{4})$. The final answer is boxed as $x \in (\frac{5}{2}, \frac{13}{4})$.

Obr. 3.17: vynásobenie nerovnice neznámou a numerická chyba

Príklad 7: Grafy funkcií

ZADANIE: Načrtni grafy funkcií $f(x) = e^{-x+2} - 6$, $f(x) = |\log_2(x-3)| - 1$, $f(x) = \cos(2x + \frac{\pi}{4})$.

škola	jednoduchá, hneď viem, čo mám robiť	myslím, že viem, čo mám robiť, ale nie som si úplne istý/á	už som to počul/a, ale neviem ako ďalej	ešte som o tom nepočul/a
celkovo	22%	29%	40%	9%
gymnázium	31%	35%	29%	5%
OA	6%	14%	64%	16%
OŠ	16%	19%	50%	15%
učiteľstvo	32%	35%	24%	9%
technika	20%	31%	44%	5%
mat/eko	20%	25%	45%	10%
celkovo	22%	29%	40%	9%

A následne sa zas presúvame do problémovejšej sekcie, pretože pri tomto príklade len 22 % z respondentov uviedlo, že im úloha príde jednoduchá a vedia ako daný príklad vyriešiť. Ďalších 29 % si tiež myslí, že vedia, ako by sa mala daná úloha riešiť, ale nemajú v správnosti riešenia úplnú istotu. Ďalších 40 % z respondentov sa s príkladom daného typu už stretlo, avšak nevie, ako príklad vyriešiť a 21 respondentov uviedlo, že sa s daným typom úlohy ešte nestretlo.

V tomto príklade sú si najistejší respondenti z gymnázia, kde 31 % z nich uviedlo, že im úloha príde jednoduchá. Na druhú stranu, pravdepodobne viac ako tretina z gymnazistov by úlohu nevyriešila. Najväčší problém by robil príklad respondentom z obchodných akadémií, kde len 6 % z nich si je istých a naopak až 16 % uviedlo, že sa s úlohou daného typu ešte nestretli.

Čo sa týka analýzy z pohľadu zamerania vysokej školy, tak v tomto príklade sú si najistejší záujemci o učiteľstvo matematiky, kde 32 % z nich, príde úloha jednoduchá a len "tretina" by úlohu pravdepodobne nevyriešila. Matematické/ekonomické a technické zameranie je v tomto príklade pomerne na rovnakej úrovni, v oboch prípadoch by pravdepodobne úlohu nevyriešila približne polovica z nich.

Príklad 8: Kombinatorika

ZADANIE: *Urči, koľkými spôsobmi je možné premiestniť písmená slova Mississippi.*

Intuitívny test

škola	jednoduchá, hneď viem, čo mám robiť	myslím, že viem, čo mám robiť, ale nie som si úplne istý/á	už som to počul/a, ale neviem ako ďalej	ešte som o tom nepočul/a
gymnázium	56%	30%	12%	2%
OA	32%	45%	14%	9%
OŠ	46%	38%	12%	4%
učiteľstvo	44%	37%	17%	2%
technika	49%	33%	15%	3%
mat/eko	50%	34%	12%	4%
celkovo	49%	35%	13%	3%

Pri tomto príklade takmer polovica, konkrétne 49 % z respondentov uviedlo, že im úloha príde jednoduchá a vedia, ako daný príklad vyriešiť. Ďalších 35 % si tiež myslí,

že vedia, ako by sa mala daná úloha riešiť, ale nemajú v správnosti riešenia úplnú istotu. Iba 13 % z respondentov sa s príkladom daného typu už stretlo, avšak nevie, ako príklad vyriešiť a 8 respondentov uviedlo, že sa s daným typom úlohy ešte nestretlo.

V tomto príklade sú si najistejší respondenti z gymnázia, kde 56 % z nich uviedlo, že im úloha príde jednoduchá. Ak by sme predpokladali ideálnu situáciu, kde by správne príklad vyriešili všetci, ktorí označili jednu z prvých dvoch možností, respondenti z gymnázia a odbornej školy by boli na tom v tomto príklade pomerne vyrovnaní. Najväčší problém by robil príklad respondentom z obchodných akadémií, kde 32 % z nich, si je istých a naopak až 9 % uviedlo, že sa s úlohou daného typu ešte nestretli.

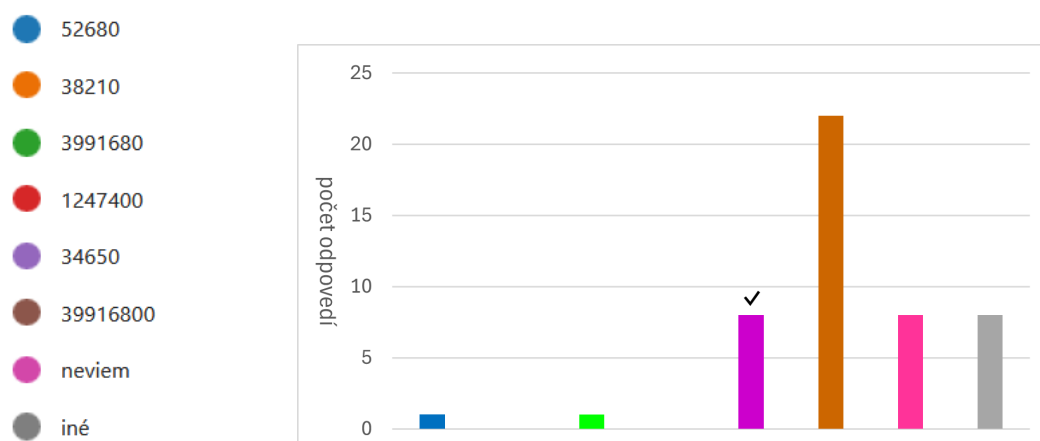
Čo sa týka analýzy z pohľadu zamerania vysokej školy, tak v tomto príklade sú zamerania pomerne vyrovnané. Ale predsa len o 1 % sú si najistejší študenti, ktorí chcú ísť na matematické alebo ekonomické zameranie, kde 50 % z nich, príde úloha jednoduchá.

Počítací test

Tento príklad je súčasťou počítacieho testu len zameraní na matematiku, ekonomiku a učiteľstvo. Ale tým, že z učiteľského zamerania sa mi nepodarilo získať žiadny počítací test, tak do analýzy budú využité len zdroje z matematického/ekonomického zamerania.

Pri tomto príklade správne odpovedalo 8 respondentov, čo znamená, že úspešnosť je necelých 17 %. Najčastejšou odpoveďou v tomto príklade bola možnosť $11! = 39916800$, ktorú označilo 22 respondentov. Druhou najčastejšou odpoveďou bola správna možnosť, spolu s možnosťami *neviem* a *iné*. Pre porovnanie s intuitívnym testom pre matematické/ekonomické zameranie, 50 % respondentov označilo, že im úloha príde jednoduchá a 34 %, že si myslia, že by danú úlohu vedeli vypočítať, ale majú mierne pochybnosti. V ideálnom prípade, by teda malo byť približne 76 % správnych odpovedí.

Keď si to porovnáme s reálnym výsledkom spolu s faktom, že v počítacom teste prevažujú respondenti z obchodných akadémií, tak aj tak nám vyšla pomerne nízka úspešnosť v porovnaní s predpokladmi z intuitívneho testu. Len traja respondenti, ktorí označili možnosť, že je pre nich úloha jednoduchá, ju skutočne správne vypočítali.



Obr. 3.18: Zobrazenie počtu jednotlivých odpovedí

Najčastejšie chyby

Ako je badaťné z odpovedí, tak najčastejšie sa objavoval nesprávny výpočet v podobe $11!$ (obr. 3.33). Zopár krát sa objavil aj výpočet, za ktorým som myšlienku konkrétneho zmysluplného odôvodnenia výpočtu nenašla (obr. 3.34, 3.35, 3.36).

$$11! = 39\ 916\ 800$$

Obr. 3.19: nesprávny výpočet

$$4! \cdot 4! \cdot 2!$$

Obr. 3.20: nesprávny výpočet

3) Mississippi
~~10~~ 11 11 11 5535
 11 11 11 5535
 3628800

Obr. 3.21: nesprávny výpočet

$$\binom{11}{4} = 330$$

Obr. 3.22: nesprávny výpočet

Príklad 9: Postupnosti a limity

ZADANIE: Je postupnosť $\left(\frac{3n^2+4n+5}{4n^3+2n^2}\right)_{n=1}^{\infty}$ konvergentná? V kladnom prípade urči jej limitu.

škola	jednoduchá, hneď viem, čo mám robiť	myslím, že viem, čo mám robiť, ale nie som si úplne istý/á	už som to počul/a, ale neviem ako ďalej	ešte som o tom nepočul/a
gymnázium	26%	29%	31%	14%
OA	2%	18%	25%	55%
OŠ	15%	23%	39%	23%
učiteľstvo	13%	22%	50%	15%
technika	33%	41%	21%	5%
mat/eko	17%	23%	26%	34%
celkovo	18%	26%	31%	25%

Tento príklad je z môjho pohľadu na základe výsledkov z intuitívneho testu jeden z najproblémovnejších, pretože iba 18 % z respondentov uviedlo, že im úloha príde jednoduchá a vedia, ako daný príklad vyriešiť. Ďalších 26 % si tiež myslí, že vedia, ako by sa mala daná úloha riešiť, ale nemajú v správnosti riešenia úplnú istotu. Takmer tretina, čiže 31 % z respondentov sa s príkladom daného typu už stretla, avšak nevie, ako príklad vyriešiť a takmer štvrtina, čo predstavuje 57 respondentov, uviedla, že sa s daným typom úlohy ešte nestretla. V porovnaní s ostatnými príkladmi, dosiahol tento príklad najvyššiu percentuálnu hodnotu v súčte posledných dvoch možností, a to, že pravdepodobne minimálne 56 %

z respondentov by daný príklad nevyriešilo a zároveň má aj prvenstvo v kolónke *ešte som o tom nepočul/la*.

V tomto prípade sú si najistejší respondenti z gymnázia, kde 26 % z nich uviedlo, že im úloha príde jednoduchá. Na druhú stranu, až 45 % gymnazistov by túto úlohu pravdepodobne nevyriešilo. Najväčší problém by robil príklad respondentom z obchodných akadémií, kde len 2 % z nich, si je istých a naopak až 55 % uviedlo, že sa s úlohou daného typu ešte nestretli.

Čo sa týka analýzy z pohľadu zamerania vysokej školy, tak v tomto prípade sú si najistejší záujemci o technické zameranie, kde 33 % si je úlohou istých a pravdepodobne minimálne 26 % by úlohu nevyriešilo, čo je v porovnaní s ostatnými zameraniami takmer o $\frac{2}{3}$ menšia hodnota. Najhoršie by podľa výsledkov obstáli záujemci o učiteľské štúdium, kde len 13 % si je istých a pravdepodobne až 65 % by úlohu nevyriešilo.

Príklad 10: Derivácie

ZADANIE: Vypočítaj deriváciu funkcie $y = x^2\sqrt{1+x^2}$.

škola	jednoduchá, hneď viem, čo mám robiť	myslím, že viem, čo mám robiť, ale nie som si úplne istý/á	už som to počul/a, ale neviem ako ďalej	ešte som o tom nepočul/a
gymnázium	38%	32%	17%	13%
OA	5%	12%	29%	54%
OŠ	46%	4%	35%	15%
učiteľstvo	35%	30%	20%	15%
technika	51%	31%	13%	5%
mat/eko	24%	19%	25%	32%
celkovo	32%	24%	22%	22%

Tento príklad patrí z môjho pohľadu na základe celkového výsledku intuitívneho testu medzi priemerné, pretože takmer štvrtina, presnejšie 32 % z respondentov, uviedlo, že im úloha príde jednoduchá a vedia, ako daný príklad vyriešiť. Takmer štvrtina, presnejšie 24 % si tiež myslí, že vedia, ako by sa mala daná úloha riešiť, ale nemajú v správnosti riešenia úplnú istotu. Ďalších 22 % z respondentov sa s príkladom daného typu už stretlo, avšak nevie, ako príklad vyriešiť a 22 % , čo predstavuje 54 respondentov, uviedlo, že sa s daným typom úlohy ešte nestretlo.

V tomto prípade sú si najistejší respondenti z odborných škôl, kde 46 % z nich uviedlo, že im úloha príde jednoduchá. Iba 4 % nemajú úplnú istotu v riešení príkladu a približne polovica by túto úlohu pravdepodobne nevyriešila. Keď sa pozrieme na respondentov z gymnázia, tak sú si síce menej istí príkladom, ale na druhú stranu percento tých, ktorí vôbec nevedia, ako príklad riešiť alebo o tejto problematike ešte nepočuli, je menšie. Spolu to pre gymnazistov predstavuje 30 %. Najväčší problém by robil príklad respondentom z obchodných akadémií, kde len 5 % z nich, si je istých a naopak až 54 % uviedlo, že sa s úlohou daného typu ešte nestretlo.

Čo sa týka analýzy z pohľadu zamerania vysokej školy, tak v tomto prípade sú si najistejší záujemci o technické zameranie, kde 51 % si je úlohou istých a pravdepodobne

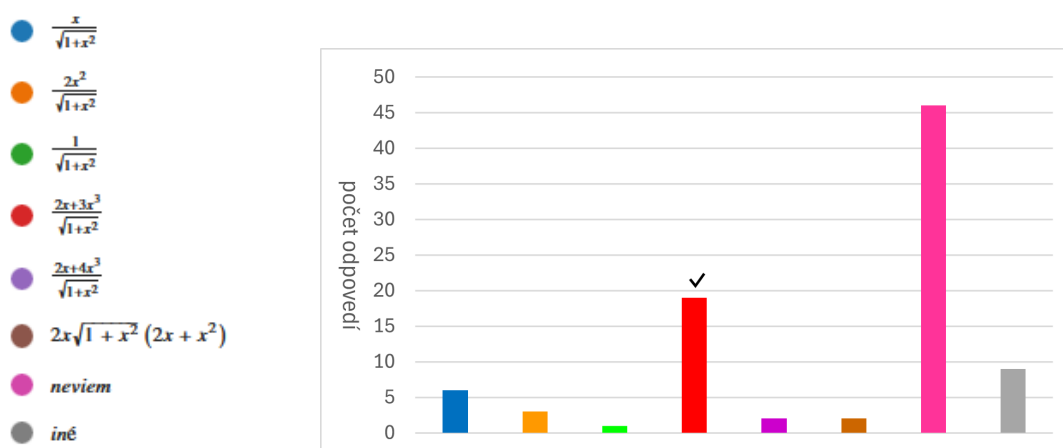
minimálne 18 % by úlohu nevyriešilo, čo je v porovnaní s ostatnými zameraniami o dosť nižšia hodnota. Najhoršie by podľa výsledkov obstáli zúčastnení o matematické/ekonomické zameranie, kde pravdepodobne minimálne 57 % by úlohu nevyriešilo.

Počítací test

Pri tomto príklade správne odpovedalo 19 respondentov, čo znamená, že úspešnosť je necelých 22 %. Najčastejšou odpoveďou v tomto príklade bola možnosť *neviem*, ktorú označila viac ako polovica respondentov, konkrétne 46. Druhou najčastejšou odpoveďou bola správna možnosť. Pre porovnanie, celkovo v intuitívnom teste 32 % respondentov označilo, že im úloha príde jednoduchá a 24 %, že si myslia, že by danú úlohu vedeli vypočítať, ale majú mierne pochybnosti. V ideálnom prípade, by teda malo byť približne 56 % správnych odpovedí.

Keď sa na to pozrieme bližšie z hľadiska konkrétneho zamerania, tak v technickom zameraní sa vyskytlo 15 správnych odpovedí, čo predstavuje úspešnosť necelých 38 %. Pri porovnaní s výsledkom z intuitívneho testu, je reálny výsledok o 13 % nižší a to len v porovnaní s tými, čo označili úlohu za jednoduchú a že by ju vedeli vyriešiť. Ak sa pozrieme na intuíciu, tak z 20 respondentov, ktorí označili úlohu za jednoduchú, ju správne vypočítalo 11.

V prípade matematického/ekonomického zamerania sa vyskytli 4 správne odpovede, čo predstavuje úspešnosť približne 8 %. Keď si ale uvedomíme, že v počítacom teste pre toto zameranie dominujú respondenti z odchodných akadémií, tak reálny výsledok je blízky tomu z intuitívneho testu. Ak sa pozrieme na intuíciu respondentov, tak v tomto prípade nebola moc vypovedajúca, pretože z ôsmich, ktorí odpovedali, že im úloha príde jednoduchá, ju dokázali správne vypočítať len dvaja. Zvyšní úspešní riešitelia označili možnosť, že si myslia, že by danú úlohu vedeli vypočítať, ale majú mierne pochybnosti.



Obr. 3.23: Zobrazenie počtu jednotlivých odpovedí

Najčastejšie chyby

Najčastejšou odpoveďou príkladu je možnosť *neviem*, takže aj pri tomto príklade sa mi vrátilo veľa papierov prázdnych. Ale aj cez túto situáciu som spozorovala chyby, ktoré

mali opakujúcu tendenciu. Najčastejšie opakujúcou sa chybou bolo s veľkou prevahou nezderivovanie zloženej funkcie 3.26 a neznalosť derivačného vzorca pre súčin funkcií 3.25. Objavila sa zopár krát aj chyba v úprave výrazu.

Obr. 3.24: neznalosť derivačného vzorca pre súčin funkcií a zložených funkcií

Obr. 3.25: neznalosť derivačného vzorca pre súčin funkcií

Obr. 3.26: nezderivovanie zloženej funkcie

Príklad 11: Integroálny počet

ZADANIE: Vypočítaj obsah útvaru, ktorý je ohraničený krivkami $y = -x^2 + 2x - 3$, $x = 0$, $x = 3$, $y = 0$.

škola	jednoduchá, hneď viem, čo mám robiť	myslím, že viem, čo mám robiť, ale nie som si úplne istý/á	už som to počul/a, ale neviem ako ďalej	ešte som o tom nepočul/a
gymnázium	30%	35%	21%	14%
OA	7%	20%	34%	39%
OŠ	27%	31%	19%	23%
učiteľstvo	30%	30%	22%	18%
technika	37%	37%	14%	12%
mat/eko	20%	28%	26%	26%
celkovo	24%	31%	23%	22%

Tento príklad má jednotlivé kategórie pomerne vyrovnané, pretože takmer štvrtina, presnejšie 24 % z respondentov uviedlo, že im úloha príde jednoduchá a vedľa, ako daný príklad vyriešiť. Ďalších 31 % si tiež myslí, že vedľa, ako by sa mala daná úloha riešiť, ale nemajú v správnosti riešenia úplnú istotu. Taktiež 23 % z respondentov sa s príkladom daného typu už stretlo, avšak nevie, ako príklad vyriešiť a 22 %, čo predstavuje 51 respondentov, uviedlo, že sa s daným typom úlohy ešte nestretlo. Celkovo na základe výsledkov z intuitívneho testu, by som tento príklad zaradila medzi podpriemerné z hľadiska očakávanej úspešnosti.

V tomto príklade sú gymnazisti a študenti odborných škôl pomerne vyrovnaní, ale predsa len o pár percent sú si istejší respondenti z gymnázia, kde 30 % z nich uviedlo, uviedlo, že im úloha príde jednoduchá a vedia, ako daný príklad vyriešiť. U respondentov z odborných škôl to je 27 %. Najväčší problém by príklad robil respondentom z obchodných akadémií, kde len 7 % z nich, si je príkladom istých a naopak, až 34 % sa už s problematikou stretlo, ale nevedia, ako príklad riešiť a až 39 % sa s príkladom daného typu ešte nestretlo.

Čo sa týka analýzy s pohľadu zamerania vysokej školy, tak v tomto príklade sú si najistejší záujemci o technickú vysokú školu, kde 37 % si je príkladom istých a príde im jednoduchý a 12 % sa s príkladom daného typu ešte nestretlo. Najväčší problém by robil príklad záujemcom o matematické/ekonomické zameranie, kde 20 % si je príkladom istých a pravdepodobne viac ako polovica by príklad nevyriešila.

TECHNIKA:

Príklad 12: Algebraická úprava

ZADANIE: Uprav daný trojčlen na štvorec: $2x^2 - 8x + 5$.

Intuitívny test

škola	jednoduchá, hneď viem, čo mám robiť	myslím, že viem, čo mám robiť, ale nie som si úplne istý/á	už som to počul/a, ale neviem ako ďalej	ešte som o tom nepočul/a
gymnázium	82%	18%	0%	0%
OA	0%	100%	0%	0%
OŠ	0%	25%	62%	13%
celkovo	46%	23%	26%	5%

Tento príklad by som taktiež zaradila do kategórie priemerných z hľadiska očakávanej úspešnosti, pretože len 46 % z respondentov, uviedlo, že im úloha príde jednoduchá a vedia, ako daný príklad vyriešiť. Takmer štvrtina, presnejšie 23 % si tiež myslí, že vedia ako by sa mala daná úloha riešiť, ale nemajú v správnosti riešenia úplnú istotu. Ďalších 26 % z respondentov sa s príkladom daného typu už stretlo, avšak nevie ako príklad vyriešiť a 5 % , čo predstavuje 2 respondentov, uviedlo, že sa s daným typom úlohy ešte nestretlo.

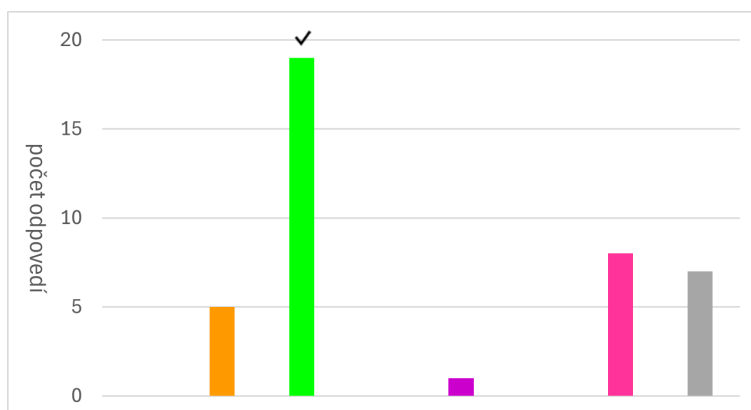
Najväčšiu istotu v príklade majú gymnazisti, kde až 82 % si je príkladom istých a zvyšných 18 % má mierne pochybnosti. Všetci gymnazisti sa s daným typom príkladu už stretli. Nikto z respondentov obchodnej akadémie ani odbornej školy, nemá v príklade istotu. Dokonca až 75 % respondentov z odbornej školy by príklad pravdepodobne nevyriešilo.

Počítací test

Takmer polovica respondentov zvládla príklad vyriešiť správne, konkrétne 19 respondentov, čo predstavuje úspešnosť necelých 48 %. V porovnaní s intuitívnym testom po prvý krát vyšla úspešnosť vyššia ako percento respondentov, ktorí sú si príkladom istí. Druhou a treťou najčastejšou odpoveďou bola možnosť *neviem* a *iné*.

Čo sa týka intuície záujemcov o technickú vysokú školu, tak aj v tomto prípade ich moc neklamala. Z 18 respondentov, ktorí odpovedali, že im úloha príde jednoduchá, ju dokázalo skutočne správne vyriešiť až 16 z nich.

- $2(x-2)^2 + 13$
- $2(x-2)^2 + 1$
- $2(x-2)^2 - 3$
- $2(x-2)^2 + 9$
- $2(x-2)^2 + 3$
- $2(x-2)^2 + 7$
- *neviem*
- *iné*



Obr. 3.27: Zobrazenie počtu jednotlivých odpovedí

Najčastejšie chyby

V tomto príklade, vzhľadom k ostatným bola pomerne vysoká úspešnosť, ale aj tak sa tam nejaké chyby vyskytli opakovane. Najčastejšie som spozorovala zabudnutie odčítania pridanej hodnoty (obr. 3.28), nevynásobenie pridanej hodnoty pri odčítaní (obr. 3.30) alebo podelenie výrazu číselnou hodnotou (obr. 3.29).

Handwritten work for Obr. 3.28 showing errors in subtraction:

$$2x^2 - 8x + 5 \quad 2(x^2 - 4x) + 5$$
~~$$2x^2 - 8x + 5 = 2x^2 - 8x + 13$$~~

$$2(x^2 - 4x) + 5 = 2x^2 - 8x + 13$$

Handwritten formula: $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$, $a = \sqrt{2}x$

Handwritten note: $2(x-2)^2 + 5$

Handwritten note: $2x^2 - 8x + 8 + 5 = 2x^2 - 8x + 13$

Handwritten note: $Neviem čo som malo robiť :)$

Obr. 3.28: neodčítanie pridanej hodnoty

Handwritten work for Obr. 3.29 showing errors in division:

~~$$2(x^2 - 4x + 2.5) = 2(x^2 - 4x) = 2x^2 - 8x$$~~

$$2(x^2 - 4x) = -5$$

$$(x^2 - 4x) = -2.5$$

$$(x^2 - 4x + 2.5) = -0.5$$

$$(x-2)^2 = -0.5$$

$$(x-2)^2 + 0.5 = 0$$

Obr. 3.29: podelenie výrazu hodnotou a odčítanie zlej hodnoty

dvoch z nich a over či stredom prechádza tretia z nich.

škola	jednoduchá, hneď viem, čo mám robiť	myslím, že viem, čo mám robiť, ale nie som si úplne istý/á	už som to počul/a, ale neviem ako ďalej	ešte som o tom nepočul/a
gymnázium	45%	37%	16%	2%
OA	13%	33%	38%	16%
OŠ	50%	30%	20%	0%
učiteľstvo	44%	39%	17%	0%
mat/eko	32%	35%	25%	8%
celkovo	35%	37%	22%	6%

Tento príklad by som zaradila základe výsledkov z intuitívneho testu medzi priemerné až podpriemerné, pretože iba 35 % z respondentov uviedlo, že im úloha príde jednoduchá a vedia, ako daný príklad vyriešiť. Ďalších 37 % si tiež myslí, že vedia, ako by sa mala daná úloha riešiť, ale nemajú v správnosti riešenia úplnú istotu. Pre 22 % je úloha daného typu známa, avšak nevedia, ako ju vyriešiť a 11 respondentov, čo predstavuje 6 %, uviedlo, že sa s príkladom daného typu ešte nestretlo.

Najväčšiu istotu v príklade na základe intuitívneho testu majú respondenti z odborných škôl, kde pre polovicu z nich, je daná úloha jednoduchá a vedia, ako by ju mali riešiť. Všetci respondenti z odborných škôl sa s danou problematikou už stretli. O pár percent za nimi zaostávajú respondenti z gymnázií, kde 45 % si je výpočtom príkladu istých. Najväčší problém by robil príklad respondentom z obchodných akadémií, kde len 13 % si je príkladom istých a minimálne 54 % by daný príklad nevyriešilo.

Čo sa týka analýzy z pohľadu zameria vysokej školy, tak záujemci o učiteľské štúdium sú na tom na základe výsledkov z intuitívneho testu lepšie. Všetci respondenti, ktorí odpovedali, že sa s daným typom príkladu ešte nestretli, majú záujem o matematické/ekonomické zameranie vysokej školy.

Príklad 13: Vennove diagramy

ZADANIE: Z 825 oslovených osôb 380 uviedlo, že používa počítač doma alebo v zamestnaní. Počet osôb, ktoré používajú počítač doma je dvakrát väčší ako počet tých, ktorí používajú počítač doma aj v zamestnaní, a je o 40 menej ako počet tých, ktorí používajú počítač iba v zamestnaní. Koľko oslovených osôb používa počítač iba v zamestnaní?

škola	jednoduchá, hneď viem, čo mám robiť	myslím, že viem, čo mám robiť, ale nie som si úplne istý/á	už som to počul/a, ale neviem ako ďalej	ešte som o tom nepočul/a
gymnázium	70%	27%	3%	0%
OA	38%	47%	15%	0%
OŠ	50%	40%	10%	0%
učiteľstvo	59%	35%	6%	0%
mat/eko	59%	33%	7%	1%
celkovo	59%	34%	7%	0%

Tento príklad by som sa základe výsledkov z intuitívneho testu zaradila medzi tie najúspešnejšie. Iba jeden príklad dosiahol vyššie celkové percento vzhľadom na kategóriu jednoduchosti príkladu a istotu respondentov v jeho výpočte. V tomto príklade si je celkovo istých a príklad im príde jednoduchý, až 59 % z respondentov. Ďalších 34 % si tiež myslí, že vedia, ako by sa mala daná úloha riešiť, ale nemajú v správnosti riešenia úplnú istotu. V najideálnejšom prípade iba 7 % by príklad pravdepodobne nevyriešilo. Iba jeden respondent tvrdí, že sa s daným typom príkladu ešte nestretol.

Najväčšiu istotu v príklade majú respondenti z gymnázií, kde si je istých 70 %. Ďalších 27 % si myslí, že vie, ako príklad vypočítať, ale nemajú vo výpočte úplnú istotu a iba 3 % už o danej problematike počuli, ale nevedeli by príklad vyriešiť. Najväčší problém by robil príklad respondentom z obchodných akadémií, kde si je príkladom istých 38 % a 15 % už o danej problematike počulo, ale nevedeli by príklad vyriešiť.

Čo sa týka analýzy z pohľadu zamerania vysokej školy, tak v tomto prípade je to takmer vyrovnané.

Príklad 14: Komplexné čísla

ZADANIE: V $\mathbb{C}$ rieš rovnicu $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^2 + \frac{1}{x} = 1 + i$.

škola	jednoduchá, hneď viem, čo mám robiť	myslím, že viem, čo mám robiť, ale nie som si úplne istý/á	už som to počul/a, ale neviem ako ďalej	ešte som o tom nepočul/a
gymnázium	36%	28%	22%	14%
OA	11%	28%	36%	26%
OŠ	30%	10%	30%	30%
učiteľstvo	41%	28%	18%	13%
mat/eko	24%	26%	29%	21%
celkovo	29%	26%	26%	19%

Tento príklad by som na základe celkových výsledkov z intuitívneho testu zaradila medzi podpriemerné z hľadiska očakávanej úspešnosti, pretože iba 29 % z respondentov uviedlo, že im úloha príde jednoduchá a vedia, ako daný príklad vyriešiť. Ďalších 27 % si tiež myslí, že vedia, ako by sa mala daná úloha riešiť, ale nemajú v správnosti riešenia úplnú istotu. Pre 26 % je úloha daného typu známa, avšak nevedia, ako ju vyriešiť a 36 respondentov, čo predstavuje približne 19 %, uviedlo, že sa s príkladom daného typu ešte nestretlo.

Najlepšie by si s príkladom poradili respondenti z gymnázia, ale ani pri nich istota príkladom nie je jedna z najvyšších. Konkrétne 36 % z nich, si je príkladom istých a dokopy minimálne 36 % by pravdepodobne daný príklad nevyriešilo. Najväčší problém by robil príklad respondentom z obchodných akadémií, kde iba 11 % si je príkladom istých a dokopy minimálne 62 % by príklad pravdepodobne nevyriešilo.

Čo sa týka analýzy z pohľadu zamerania vysokej školy, záujemcom o učiteľské štúdium by sa v tomto príklade darilo pravdepodobne viacej. Konkrétne 41 % zo záujemcov o učiteľské štúdium si je príkladom istých a pri matematickom/ekonomickom zameraní je to 24 %.

MATEMATIKA a EKONÓMIA:**Príklad 15: Štatistika**

ZADANIE: Istý autor opakoval 4096krát hod 12 kockami. V každom hode zaznamenal počet šestiek. Rozdelenie početností tohto znaku udáva tabuľka. Urči aritmetický priemer, modus, medián, smerodajnú odchýlku.

počet šestiek	0	1	2	3	4	5	6	7 a viac
početnosť	447	1145	1181	796	380	115	24	8

Intuitívny test

škola	jednoduchá, hneď viem, čo mám robiť	myslím, že viem, čo mám robiť, ale nie som si úplne istý/á	už som to počul/a, ale neviem ako ďalej	ešte som o tom nepočul/a
gymnázium	52%	37%	10%	1%
OA	24%	31%	34%	11%
OŠ	86%	0%	14%	0%
celkovo	43%	32%	20%	5%

Tento príklad by som na základe výsledkov z intuitívneho testu zaradila z hľadiska istoty medzi priemerné, pretože celkovo 43 % z respondentov uviedlo, že im úloha príde jednoduchá a vedia, ako daný príklad vyriešiť. Ďalších 32 % si tiež myslí, že vedia, ako by sa mala daná úloha riešiť, ale nemajú v správnosti riešenia úplnú istotu. Pre 20 % je úloha daného typu známa, avšak nevedia, ako ju vyriešiť a 7 respondentov, čo predstavuje približne 5 %, uviedlo, že sa s príkladom daného typu ešte nestretlo.

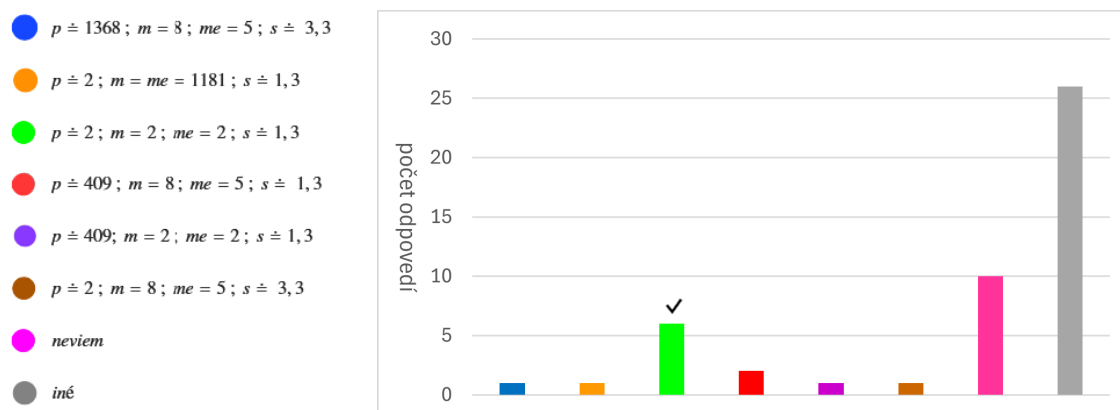
Najväčšiu istotu v príklade na základe výsledkov z intuitívneho testu majú respondenti z odborných škôl, kde až 86 % z nich, príde úloha jednoduchá a vedia, ako ju vyriešiť a zároveň všetci sa s príkladom daného typu už stretli. Najmenšiu istotu v príklade majú respondenti z obchodných akadémií, kde si je príkladom istých 24 % a približne 11 % tvrdí, že sa s danou problematikou ešte nestretli.

Počítací test

Tento príklad dokázalo správne vyriešiť 6 respondentov, čo predstavuje úspešnosť necelých 13 %. V porovnaní s intuitívnym testom, kde celkovo 43 % z respondentov označilo, že im príde príklad jednoduchý, je reálne percento správnych vyriešení podstatne menšie. Aj keď sa na výsledok budeme pozeráť z pohľadu, že v počítacom teste sú zastúpení prevažne respondenti z obchodných akadémií, aj tak je reálny výsledok o dosť nižší, ako by som na základe výsledkov intuitívneho testu očakávala. Správna odpoveď bola až trefou najpočetnejšou odpoveďou. Najviac krát padla odpoveď *iné*, v počte 26, a druhou najčastejšou odpoveďou bola možnosť *neviem*.

Keď sa pozrieme na intuíciu respondentov v tomto príklade, tak traja úspešní riešitelia príkladu úlohu označili v intuitívnom teste úlohu za jednoduchú. Dokonca dvaja úspešní riešitelia úlohy, označili v intuitívnom teste možnosť, že sa už s danou problematikou stretli,

ale nevedia ako ďalej. Medzi úspešnými riešiteľmi príkladu je 5 respondentov z obchodnej akadémie a 1 z gymnázia.



Obr. 3.32: Zobrazenie počtu jednotlivých odpovedí

Najčastejšie chyby

V tomto príklade bola úspešnosť pomerne nízka a chýb som tu spozorovala asi najviac zo všetkých príkladov. Jednoznačné prvenstvo získava smerodajná odchýlka, ktorá takmer vo všetkých testoch zostala nevyplnená. Druhým najčastejším problémom bolo zlé pochopenie/spracovanie údajov z tabuľky, kde pre výpočet použili nesprávne hodnoty. Napríklad 18krát sa objavila hodnota 512 pri aritmetickom priemere, hodnota mediánu 413,5 sa objavila 4krát alebo sa objavovalo nepochopenie pojmu modusu, kedy respondenti za modus označili množinu všetkých početností.

PRŮMĚR = 512
 MODUS = 1181
 MEDIÁN = 413,5
 NEVÍM CO JE SMĚRODĚJNÁ ODCHÝLKA

8,24, 115, 380 | 447, 716, 1145, 1181

Obr. 3.33: nesprávny výpočet všetkých prvkov a neznalosť smerodajnej odchýlky

$\bar{x} = 512$
 modus = 2
 medián = 413,5
 odchýlka = ?

Obr. 3.34: nesprávny výpočet aritmetického priemeru, mediánu a neznalosť smerodajnej odchýlky

modus - hod se 2 šestkami $\frac{1181}{2}$
 medián - 8, 29, 113, 380, 447, 796, 1145, 1181 $\text{Medián} = \frac{380 + 447}{2} = 413,5$
 průměr - ~~1063~~ $\frac{4116}{12} = 343,8\bar{3}$

Obr. 3.35: nesprávny výpočet všetkých prvkov a neznalosť smerodajnej odchýlky

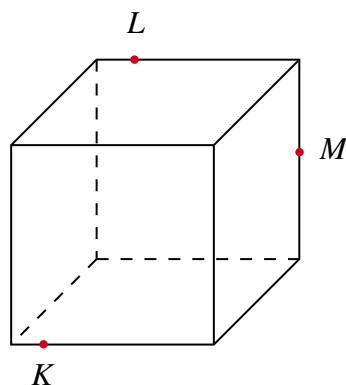
modus = 2 šestky
 medián = 6 šestek
 průměr = $\frac{8190}{4096} = 1,99$

Obr. 3.36: nesprávny výpočet mediánu a neznalosť smerodajnej odchýlky

UČITEĽSTVO MATEMATIKY:

Príklad 15: Rez

ZADANIE: Ved' rez rovinou KLM.



škola	jednoduchá, hneď viem, čo mám robiť	myslím, že viem, čo mám robiť, ale nie som si úplne istý/á	už som to počul/a, ale neviem ako ďalej	ešte som o tom nepočul/a
gymnázium	70%	20%	8%	2%
OŠ	33,3%	33,3%	33,3%	0%
celkovo	69%	20%	9%	2%

Tento príklad by som na základe výsledkov z intuitívneho testu zaradila medzi najlepšie, pretože spolu s príkladom na úpravu výrazu dosiahol najvyššiu percentuálnu hodnotu v istote výpočtu. Konkrétne až 69 % z respondentov uviedlo, že im úloha príde jednoduchá a vedia, ako daný príklad vyriešiť. Ďalších 20 % si tiež myslí, že vedia, ako by sa mala daná úloha riešiť, ale nemajú v správnosti riešenia úplnú istotu. Pre 9 % je úloha daného typu známa, avšak nevedia, ako ju vyriešiť a iba 1 respondent, že sa s príkladom daného typu ešte nestretol.

Príklad 16: Množina bodov danej vlastnosti

ZADANIE: *Nájdí množinu všetkých bodov, z ktorých vidíme danú úsečku AB pod uhlom väčším ako 45° a menším ako 60° .*

škola	jednoduchá, hneď viem, čo mám robiť	myslím, že viem, čo mám robiť, ale nie som si úplne istý/á	už som to počul/a, ale neviem ako ďalej	ešte som o tom nepočul/a
gymnázium	14%	41%	29%	16%
OŠ	0%	66,3%	33,3%	0%
celkovo	13%	42%	30%	15%

Tento príklad by som na základe výsledkov z intuitívneho testu zaradila medzi tie najproblematickejšie, pretože dosiahol percentuálne najmenšiu hodnotu v istote výpočtu. Konkrétne iba 13 % z respondentov uviedlo, že im úloha príde jednoduchá a vedia, ako daný príklad vyriešiť. Ďalších 42 % si tiež myslí, že vedia, ako by sa mala daná úloha riešiť, ale nemajú v správnosti riešenia úplnú istotu. Pre 30 % je úloha daného typu známa, avšak nevedia, ako ju vyriešiť a 8 respondentov, čo predstavuje 15 % označilo, že sa s príkladom daného typu ešte nestretlo.

Záver

V tejto diplomovej práci som sa snažila venovať téme pripravenosti žiakov stredných škôl na štúdium matematiky na vysokej škole. Konkrétnejšie, práca mala za úlohu tri hlavné ciele.

V prvom rade to bolo popísanie súboru znalostí, ktoré by mal študent ovládať v oblasti matematiky, pri nástupe na vysokoškolské štúdium. V prvej kapitole je možné nájsť okruhy stredoškolskej matematiky spolu s pojmi, ktoré k danému okruhu prislúchajú. Ďalej je tam možné nájsť aj prehľad rôznych programov vysokých škôl, kde sa s matematikou študenti určite stretnú, spolu so stručným popisom nadchádzajúcich predmetov či prerekvizít.

Druhým cieľom práce bolo vytvorenie vhodných testov, na základe ktorých bude možné overenie znalostí. Testovanie pozostáva z dvoch druhov testov, prvý v poradí by mal byť intuitívny a druhý počítačový test. V intuitívnom teste sa nachádza viacej príkladov, ale úlohou respondenta nie je nič počítať, iba sa zamyslieť, či by respondent daný príklad vyriešil. Počítačový test obsahuje výber piatich príkladov z intuitívneho testu, ktoré už je potrebné vypočítať. Vytvorila som rôzne varianty testov, podľa zamerania vysokej školy (technické, matematické, ekonomické, učiteľstvo matematiky). Úlohy do testov boli zvolené na základne predmetov a prerekvizít, ktoré mali vysoké školy zverejnené.

Posledným cieľom bolo overenie znalostí študentov a záujemcov o vysokoškolské štúdium a následné spracovanie získaných dát. V tretej kapitole sa venujem práve vyhodnocovaniu získaných dát od respondentov. Analýzu som sa snažila previesť z viacerých pohľadov. V práci je možné nájsť, okrem celkového výsledku, aj ako jednotlivé príklady vnímajú študenti z rôznych stredných škôl či záujemci o konkrétne zameranie vysokej školy. Ak sa príklad nachádzal aj v intuitívnom aj v počítačovom teste, tak ma zaujímala aj intuícia respondentov a teda, ak označili príklad za jednoduchý či sa im ho aj podarilo skutočne správne vypočítať.

Počas tvorby diplomovej práce som ani raz nezapochybovala o výbere témy. Táto téma mi príde ako aktuálna a prínosná do vzdelávacej sféry a taktiež aj ja sama sa rada zaujímam o túto problematiku. Určite mi výsledky práce pomôžu utvoriť lepší pohľad a prístup k jednotlivým témam pri výučbe matematiky. Dúfam, že práca nájde svoje naplnenie a bude prínosná ako pre študentov, tak aj pre pedagógov.

Zoznam použitej literatúry

- [1] VONDROVÁ, Naďa a RENDL, Miroslav. *Kritická místa matematiky základní školy v řešeních žáků*. V Praze: Univerzita Karlova, nakladatelství Karolinum, 2015. ISBN 978-80-246-3234-6.
- [2] *Geogebra.org* [online]. [cit. 2024-03-19].
Dostupné na <https://www.geogebra.org/classic?lang=cs>
- [3] *Mathcha.io* [online]. [cit. 2024-03-19].
Dostupné na <https://www.mathcha.io/>
- [4] *Microsoft Excel* [online]. [cit. 2024-03-19].
Dostupné na <https://www.microsoft.com/cs-cz/microsoft-365/exce>
- [5] *Microsoft Forms* [online]. [cit. 2024-03-19].
Dostupné na <https://www.microsoft.com/sk-sk/microsoft-365/online-surveys-polls-quizzes>
- [6] *Štátny vzdelávací program* [online], 2009. Štátny pedagogický ústav [cit. 2023-03-09].
Dostupné na https://www.statpedu.sk/files/articles/dokumenty/statny-vzdelavaci-program/matematika_isc3a.pdf
- [7] *Rámcové vzdelávací programy pro gymnázia* [online], 2022. Ministerstvo školství, mládeže a tělovýchovy [cit. 2023-03-09].
Dostupné na <https://www.edu.cz/rvp-ramcove-vzdelavaci-programy/ramcove-vzdelavaci-programy-pro-gymnazia-rvp-g/>
- [8] *Učebné osnovy* [online]. Gymnázium Ľudovíta Štúra v Trenčíne, [cit. 2023-03-09].
Dostupné na https://www.gymnaziumtrencin.sk/buxus/docs/dokumenty/Ucebne_osnovy/Matematika/Matematika_7902J.pdf
- [9] *Eučebnice - Osnovy pro 1. – 4. ročník čtyřletého a 5. – 8. víceletého gymnázia* [online]. Eučebnice [cit. 2023-03-09].
Dostupné na <http://www.eucebnice.cz/matematika/osnovy2.htm>
- [10] *Osnovy 4 lete studium* [online], 2011. Gymnázium, SOŠ a SZŠ Jilemnice, [cit. 2023-03-09].
Dostupné na <https://www.gymjil.cz/svp/4G/ucebni-osnovy.htm>

- [11] *Vstupný test do matematiky* [online]. Ekonomicko-správní fakulta, Masarykova univerzita [cit. 2023-03-09].
Dostupné na https://is.muni.cz/predmet/econ/BPM_VTMA
- [12] *Lineárna algebra* [online]. Fakulta informačných technológií, Vysoké učení technické [cit. 2023-03-09].
Dostupné na <https://www.fit.vut.cz/study/course/268237/>
- [13] *Diskrétna matematika* [online]. Fakulta informačných technológií, Vysoké učení technické [cit. 2023-03-09].
Dostupné na <https://www.fit.vut.cz/study/course/268223/>
- [14] *Matematika a geometrie* [online]. Fakulta architektury, Vysoké učení technické [cit. 2023-03-09].
Dostupné na <https://www.vut.cz/studenti/predmety/detail/264900>
- [15] *Matematická analýza I* [online]. Přírodovědecká fakulta, Masarykova univerzita [cit. 2023-03-09].
Dostupné na <https://is.muni.cz/predmet/1431/M1100?lang=cs>
- [16] *Lineární algebra a geometrie I* [online]. Přírodovědecká fakulta, Masarykova univerzita [cit. 2023-03-09].
Dostupné na <https://is.muni.cz/predmet/1431/M1110?lang=cs>
- [17] *Diskrétna matematika* [online]. Přírodovědecká fakulta, Masarykova univerzita [cit. 2023-03-09].
Dostupné na <https://is.muni.cz/predmet/1431/M1120?lang=cs>
- [18] *Matematika I* [online]. Přírodovědecká fakulta, Masarykova univerzita [cit. 2023-03-09].
Dostupné na <https://is.muni.cz/predmet/1431/M1010?lang=cs>
- [19] *Repetitorium stredoškolské matematiky* [online]. Přírodovědecká fakulta, Univerzita Karlova [cit. 2023-03-09].
Dostupné na <https://is.cuni.cz/studium/predmety/index.php?do=predmet&kod=MS710P57>
- [20] *Výuka matematiky* [online]. Přírodovědecká fakulta, Univerzita Karlova [cit. 2023-03-09].
Dostupné na <https://www.natur.cuni.cz/fakulta/studium/1-rocniky/vyuka-matematiky/view>
- [21] *Matematika* [online]. Lesnická a dřevařská fakulta, Mendelova univerzita [cit. 2023-03-09].
Dostupné na <https://is.mendelu.cz/katalog/syllabus.pl?predmet=143531>

- [22] *Matematika pri mezinárodní teritoriální studia* [online]. Fakulta regionálního rozvoje a mezinárodních studií, Mendelova univerzita [cit. 2023-03-09].
Dostupné na <https://is.mendelu.cz/katalog/syllabus.pl?predmet=151303>
- [23] *Štatistika v psychológii I* [online]. Filozofická fakulta, Univerzita Komenského [cit. 2023-10-19].
Dostupné na <https://fphil.uniba.sk/katedry-a-odborne-pracoviska/katedra-psychologie/studium/bakalarske-studium/informacne-listy/povinne-kurzy/statistika-v-psychologii-i/>
- [24] *Přípravný kurz matematiky* [online]. Fakulta informacních technologií, Vysoké učení technické [cit. 2023-03-09].
Dostupné na <https://bilakniha.cvut.cz/next/cs/predmet4663006.html#gsc.tab=0>
- [25] *Letní škola* [online]. Přírodovědecká fakulta, Masarykova univerzita [cit. 2023-03-09].
Dostupné na <https://is.muni.cz/predmet/1431/MUC01?lang=cs>
- [26] *Příjímací zkouška z matematiky* [online]. Vysoká škola ekonomická v Praze [cit. 2023-03-09].
Dostupné na <https://www.vse.cz/zajemci-o-studium/bakalarske-obory/prijimaci-rizeni-a-prihlaska-ke-studiu/specifikace-obsahu-prijimacich-zkousek/matematika/>

