Dialogy postav jsem ponechala černě, ostatní komentáře jsou modře.
Pro „Komiks" je potřeba **volně přeložit rozhovory (černé).**

Animace

V příběhu vystupují tyto postavy:
Profesor (značen ve scénáři písmenem **P**),
Ufon **(U)**,
Vypravěč **(V)**
Televizní moderátorka (**TV**).

5.1.1. část Seznámení

TV: Přesně o půlnoci, kdy byl odpálen 1. silvestrovský ohňostroj na oslavu nového roku, byl záhadným způsobem ukraden nejnovější model rakety L0, jejíž konstrukce trvala 10 let a jejíž start se dalších deset let odkládal kvůli řadě nejasností ohledně chování těles při velkých rychlostech. Neslýchaná drzost!

P: Spíš výborná příležitost konečně ji odstartovat!

V: Profesor je člověk středního vzrůstu, průměrného fyzikálního vzdělání a s touhou pochopit, jak funguje svět. Tajně doufá, že jednou vymění bílý plášť za skafandr. Věří v Ufony. Při prvním setkání s nimi mu vypadalo hodně vlasů a od té doby i zvláštně chodí. Jako jediný z pozemšťanů však s mimozemšťany komunikuje.

TV: …využít silvestrovského ruchu pro odpálení rakety lze považovat za geniální nápad. Ovšem 3-systémový zabezpečovací systém neindikoval v blízkosti odpalovací rampy žádného člověka! Závěrem tedy je, že trestný čin nemohl být spáchán nikým z pozemšťanů.

P: ..chmm.. vím... šel jsem mu zamávat. A předali jsme si komunikátor. Vidíte, jak je to relativní. Z pohledu médií šlo o neslýchanou krádež, mně to přišlo jako dobrá příležitost zjistit jak probíhají děje při vysokých rychlostech …a z pohledu ufona šlo o pokus navázat komunikaci s pozemšťany. Vždyť jsme je dosud ignorovali!

U: Musím splnit mezigalaktickou misi a donést zprávy o vyspělosti vaší civilizace.

V: Ufon je mírumilovný mimozemšťan humanoidní rasy. Stupeň civilizace jeho planety je na tak vysoké úrovni, že se dokáže pohybovat rychlostmi blížícími se rychlosti světla a poznatky speciální teorie relativity uplatňuje v běžné praxi. Jeho posláním je navázat kontakt s jinými civilizacemi a případně je posunout ve vývoji dál.

U: Vím už vše o vašich stravovacích návycích, způsobu komunikace a zábavy, chybí mi už jen informace o tom, jakou maximalní rychlostí jste schopni se pomocí vašich strojů pohybovat! Nashledanou!

Kapitola „Seznámení“ si klade jediný cíl. Uvést diváka do děje, seznámit jej s postavami a prostředím, kde se příběh odehrává. Profesor sedí doma u televize a sleduje zpravodajství, Ufon, který prováděl průzkum naší planety pro mezigalaktickou misi, se hlásí Profesorovi z rakety.

Komentář k jednotlivým bodům:
..předali jsme si Komunikátor
Ufon s Profesorem se spolu dorozumívají pomocí hypotetického komunikátoru, který umožňuje získávat odpovědi od druhého, bez jakéhokoli zpoždění, nezávisle na vzdálenosti obou postav od sebe. Příběh je vystavěn na dialozích, proto v těchto kapitolách tento fakt nerozvádím. K otázce
komunikace v reálném čase se vracím v části práce “Paradox dvojčat”...jak je to relativní
Pojem relativní se zde vyskytuje v kontextu běžného života. Divák tak na příkladu ze života pochopí jeho obecný význam. Věc se jeví jinak z různých pohledů. Proto i krádež rakety může znamenat pro různé osoby různou věc. Ano, krádež rakety je katastrofou pro kosmické centrum, které mnoho let
připravuje její start. Z hlediska Ufona však znamená krádež rakety pokus o navázání kontaktu s pozemšťany. A netrpělivý Profesor na čin nahlíží také po svém.

5.1.2. Co je to skutečnost

P: Leť, ale nezapomeň, cos mi slíbil. Budeš mi hlásit všechno co zažiješ! Tak rychle jako ty nikdo z nás ještě neletěl!

U: Ovšem. Zapiš si.

U: Délka rakety je L_0= 10 m. Je to tzv. vlastní délka objektu měřená ve vztažné soustavě s ním spojené

P: Haló, jsi na příjmu? Jakou rychlostí letíš? Dějí se divné věci!

U: Letím rychlostí šest desetin rychlosti světla!

P: Šmankote…Zkracuješ se! Není ti tam v kabině nějak těsno?

U: Vše mám pod kontrolou. S kabinou se nic zvláštního neděje. Mám pořád dost místa na všechny nohy. Prolétám kolem Země…a ta se mi zdá být ve směru pohybu jakási placatá chachá!

P: Cože? Placatá.? To si mysleli ve středověku. Že bychom se další stovky let mýlili? To není možný! Ne, počkej Ufone, je skutečně naše Země placatá? Tvá raketa zkrácená skutečně je!

U: Člověče, takovéto výrazy skutečně, skutečně….Je to skutečně tak? Skutečně nemají smysl! Co je to skutečnost?

To co vidíš. Potom se z tvého pohledu moje raketa skutečně smrskla….ale pro mě se nic nezměnilo.

U: Já vidím vaši Zemi skutečně placatou a ty tvrdíš, že je kulatá. Ale nikdo z nás nemá větší pravdu.

U: Jestliže se vůči sobě pohybujeme, pozorujeme stejný efekt- zkrácení délek ve směru pohybu. Je to tak spravedlivé.

Tato kapitola se snaží na příkladu relativity délek přiblížit zrádný pojem skutečnost. Vlastní délka neboli klidová délka, značená L_0, je délka objektu měřená v jeho klidové soustavě. Měření délky v každé vztažné soustavě, která koná relativní pohyb rovnoběžný s touto délkou, dává výsledek, který je vždy menší než vlastní délka.
Skutečnost= „obvykle totéž co realita, označení toho, co jest oproti pouhému zdání [15]."
Vztažná soustava je dána vztažným tělesem, na kterém se zvolí vztažný bod jako počátek soustavy souřadnic pevně spojené se vztažným tělesem při dohodnutém způsobu měření času [7]. V našem případě je tedy vztažnou soustavou Země, na které raketa před odletem stojí. Klidovou délku rakety tedy měříme od povrchu Země.

Letím rychlostí 0.6 c…
V našem případě je vhodné udávat rychlosti těles v násobcích rychlosti světla. Je na místě pochybovat o tom, že Ufon je s ukradeným modelem rakety sestrojeným pozemšťany schopen se pohybovat tak velkou rychlostí. Ano, naše rakety jsou schopny se pohybovat rychlostmi od 3000 do 30 000 m/s,
tedy maximálně 0.0001 C. Tento fakt je v této části práce opomíjen, ale vracím se k němu v kapitole Dilatace času.

Je skutečně naše Země placatá?
Realita je založená na pozorováních a měřeních; jestliže výsledky vždy vzájemně souhlasí a nelze najít žádnou chybu, pak to, co bylo pozorováno a
měřeno, je reálné. V tomto smyslu se objekt opravdu zkracuje. Přesněji bychom však mohli říci, že zkrácení objektu je opravdu změřeno – pohyb
ovlivňuje měření a tím i realitu.

..nikdo z nás nemá větší pravdu. Princip relativity nám říká: „Fyzikální zákony jsou stejné pro pozorovatele ve všech inerciálních vztažných soustavách." Žádná soustava není preferována.
Nemá smysl se tedy hádat, jaký tvar má Země, jsou-li účastníci hádky každý v jiné soustavě.

5.1.3. Synchronizace hodin

P: A mohl bych nějakým způsobem na zemi změřit, jak se tvá délka rakety v závislosti na rostoucí rychlosti zkracuje? Mám dojít pro pásmo?

U: Ne, takhle bys začátek a konec rakety nikdy nezměřil současně. Budeš potřebovat řadu synchronizovaných hodin s čidly.

P: Bezva, máme jich spoustu na půdě. Ale jak je mám zesynchronizovat?

U: Ukážu ti, jak jsme prováděli synchronizaci času v prostoru. Hodinami jsme vydláždili jednu část vesmíru, abychom se tam mohli pohybovat libovolně velkými rychlostmi a současně se orientovali v místním čase.

U: Synchronizaci hodin provádíme z jednoho místa. Na hodinách v tomto místě nastavíš čas 0 sekund a rozsvítíš světlo.

U: Světlo se šíří od zdroje všemi směry a když toto světlo zaregistrují jiné hodiny v prostoru, začnou jít. Takhle se postupně světlo dostane až k nejzazším hodinám. Výsledkem je prostor posetý hodinami, které jdou různě. Z každého místa, kde jsou umístěny hodiny, tě pak pomocník požádá: „nastav mi zrcátko“, a vyšle světelný paprsek, který se k němu zpět odrazí. Zjistí čas od vypuštění paprsku do jeho návratu, vydělí dvěma a o tolik posune své hodiny dopředu. Stejným způsobem zjistí i pomocníci na ostatních místech čas, o který musí své hodiny posunout dopředu. Výsledkem je prostor vydlážděný hodinami, které ukazují stejný čas, tedy jsou synchronizované.

Tato kapitola se věnuje záměrně jen problematice synchronizace hodin. Z vlastní zkušenosti vím, jak je důležité pochopit důvod, proč je synchronizaci hodin potřeba dělat a jak ji lze provést. A mohl bych nějakým způsobem na zemi změřit, jak se tvá délka rakety v závislosti na rostoucí rychlosti zkracuje?
Stojí-li raketa na startovací rampě, která je vůči vám v klidu, stačí pro změření její délky zaznamenat polohy jejich konců na nehybném měřítku a oba údaje odečíst. Pokud se ale raketa pohybuje, musíme zaznamenat polohy jejích koncových bodů současně (v naší vztažné soustavě). Jinak by se naše měření nedalo nazvat měřením délky. K tomu právě využijeme řadu synchronizovaných hodin.

Synchronizace hodin
Metoda komentovaná Ufonem v animaci nabízí řešení, jak zesynchronizovat hodiny jen pomocí zrcadel, bez nutnosti měření vzdáleností míst, kde jsou hodiny rozestavěny. Metoda je založena na postulátu rychlosti světla: „Rychlost světla ve vakuu má stejnou velikost C ve všech směrech a ve všech inerciálních vztažných soustavách, nezávislou na rychlosti zdroje“. Dnes je tato metoda prakticky využívána k měření vzdáleností ve sluneční soustavě (připomeňme že úlohu světla může hrát elektromagnetického záření libovolných frekvencí, v praxi například radiový signál) [14].
„Nastav mi zrcátko“
Pokřikování hlubinami vesmíru takhle samozřejmě nefunguje. Zvuk je mechanické vlnění a ke svému šíření potřebuje látkové prostředí. Pokřikování je zde použito z důvodu srozumitelnosti celé akce. Je tak jasné, ze kterého místa se paprsek vypouští. Tato metoda by mohla fungovat i tak, že by v místě uprostřed, kde Ufon sedí na hodinách, byla soustava rovinných zrcadel odrážející paprsky ke všem ostatním hodinám v prostoru.
Zjistí čas od vypuštění paprsku do jeho návratu, vydělí dvěma…Čas 2t, který pomocník naměří, odpovídá vzdálenosti 2S, kterou paprsek rychlostí C urazí k Ufonovu zrcadlu a zpět k němu. Pomocník tento bnaměřený čas 2t vydělí dvěma, aby zjistil, jakou dobu trvá paprsku cesta jen od zrcadla k němu - tedy čas, o který musí své hodiny posunout dopředu. A protože zná rychlost světla C, může jednoduše vypočítat i svoji vzdálenost S od zrcadla: S =C · □t .

5.1.4. Měření kontrakce délky

U: Abys mohl na zemi měřit kontrakci délky rakety, musíš vytvořit hustou řadu synchronizovaných hodin kolem nichž raketa prolétává. Každé hodiny mají dva displeje. Čas na horním displeji se zastaví v okamžiku průletu začátku rakety. Čas na spodním displeji se zastaví při míjení konce rakety. Experiment vyhodnotíme takto: Najdi dvojici hodin, které se vyznačují tím, že první hodiny na dolním displeji (určující čas průchodu konce rakety) ukazují stejný čas jako druhé hodiny na horním displeji (které se zastavili při průchodu začátku rakety). Vzdálenost těchto dvou hodin určuje kontrahovanou délku rakety.

Čím hustěji tedy hodiny rozmístím, tím přesněji budu měřit. Tato metoda umožňuje měřit relativistické zkrácení rakety, neříká ovšem nic o tom, jak dlouhou bych raketu viděl z jednoho místa ze Země.

P:

U: Abychom se nezdržovali, budou výsledky následujícího měření rakety ukazovány hned. My však ale víme, že je lze získat až zpětně po pokusu. Tak jdeme měřit!

P: Čím se raketa pohybuje rychleji, tím více se ve směru pohybu zkracuje. Zkuste pravou šipkou na klávesnici zvýšit rychlost. Levou šipkou můžete raketu zpomalit a mezerníkem si dát „pauzu" a prostudovat čísla na displejích. 1. displej zobrazuje aktuální rychlost rakety vzhledem k rychlosti světla. Na druhém vidíte podíl aktuální délky rakety ku klidové délce, kterou jsme změřili před startem. A co by se stalo, kdybys dosáhl rychlosti světla?

Tato kapitola podává návod, jak by bylo možné změřit kontrakci délky.
Musíš vytvořit hustou řadu synchronizovaných hodin…
Aby bylo možné určit délku pohybující se rakety na Zemi, je třeba zaznamenat oba jeho konce současně (v naší vztažné soustavě spojené se Zemí). Využíváme k tomu řadu synchronizovaných hodin (např. dle návodu v minulé kapitole) s čidly. Čidla pracují tak, že zastavují čas na displejích hodin, když nad sebou zaregistrují začátek či konec rakety.

Relativistické zkrácení rakety
Animace nezahrnuje všechny vlivy vzniklé v důsledku konečné rychlosti světla. Zkrácení, o kterém se v práci hovoří, je dáno pouze relativistickými jevy:

$$L = L_0\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$$

Jev kontrakce délek nevypovídá nic o tom, jak by pozorovatel viděl pohybující se těleso z jednoho místa ve své vztažné soustavě. Pozorovatel obecně vzato nevidí tyč této délky L, protože pozoruje její přední a zadní konec v různých časech. Skutečnou (kontrahovanou) délku pohybující se tyče v naší vztažné soustavě můžeme pozorovat pouze v okamžiku, kdy vidíme oba její konce ve stejné vzdálenosti, tj. když nás právě míjí její střed. Pro dostatečně vzdálenou tyč je vliv konečné rychlosti světla na její pozorovanou délku vždy významnější než relativistická kontrakce. Pro více informací ohledně Pozorovaného tvaru rychle se pohybujících těles se vás dovoluji odkázat na Elektronickou učebnici „základy teorie relativity", kde je problematika dopodrobna objasněna[14].
Čím se raketa pohybuje rychleji, tím více se ve směru pohybu zkracuje. Kontrakce se samozřejmě začne projevovat výrazněji až při rychlostech blížících se rychlosti světla. Zájemce může zjistit hodnoty zkrácení při libovolných rychlostech pomocí interaktivní animace. (Lze samostatně spustit soubor 28.swf.) Oranžově rozsvícené hodiny vyznačují aktuální délku rakety změřenou naZemi.

5.1.5. Skládání rychlostí

U: To prakticky není možné. Nic hmotného nelze urychlit na rychlost světla. Moje délka by se zkrátila na nulu, čas by mi přestal plynout a vůbec bych nebyl vidět.

U: Dám ti úkol. Díváš se ze země. Letím kolem tebe raketou rychlostí 0.5c a z mé rakety vystartuje druhá raketa letící také rychlostí 0.5c vzhledem k první. Jakou rychlostí poletí 2. raketa vůči tobě?

P:
Selský galileovský rozum říká že 0.5c + 0.5c je C. Ale c přece nemůžeme dosáhnout. Takže je to zřejmě jinak. Ano, galileovsky můžeš sčítat rychlosti selat, ale ne rychlosti srovnatelné s rychlostmi světla! Takto velké rychlosti nelze vektorově skládat.

U:

U: Jestliže vyletí raketa rychlostí 0.5c a z ní druhá raketa toutéž rychlostí 0.5c vůči první, bude se druhá raketa vzhledem k tobě pohybovat rychlostí 0.8c. Vystartuje-li z druhé rakety stejnou rychlostí 0.8c třetí raketa, bude se ta třetí vzhledem k tobě pohybovat rychlostí 0.98c. Když budeme stejným způsobem vypouštět další rakety, čtvrtá se bude pohybovat rychlostí 0.99c a další a další vystřelené rakety se stále budou blížit rychlosti světla, ale nikdy jí nedosáhnou. Víš co Profesore, vezmu tě sebou do vesmíru, ať na sebe pořád nemusíme hulákat.

………………..

Tato kapitola pojednává o jedné z nejdůležitějších věcí, kterými se teorie relativity liší od klasické fyziky: Skládání rychlostí. Jakou rychlostí poletí 2. raketa vůči tobě? Klasické skládání rychlostí pro velké rychlosti musí fungovat jinak. Při klasickém skládání rychlostí by totiž rychlost světla nemohla zůstat stejná ve všech inerciálních soustavách.

Selský galileovský rozum říká…Vysvětlíme si nyní, jak jsme spočítali velikosti rychlostí raket. Proveďme výpočet nejdříve klasicky:
Počítáme-li skládání rychlostí klasicky, považujeme raketu pilotovanou Ufonem za vztažnou soustavu K', Profesora za vztažnou soustavu K.
Soustava K' se pohybuje vůči soustavě K rychlostí V=(V,0,0), raketa vypuštěná z ufonovy rakety se pohybuje v témže směru rychlostí o velikosti v'_x, průměty této rychlosti do směrů os y' a z' jsou nulové.

$$v_x = v'_x + V = 0.5c + 0.5c = c \qquad v_y = v'_y = 0 \quad a \quad v_z = v'_z = 0.$$

Profesor by tedy naměřil, že raketa dosáhla rychlosti světla! Pokud nyní bereme tuto raketu pohybující se vůči profesorovi rychlostí c za vztažnou soustavu K' a má-li raketa z ní vyletující rychlost stejnou, tj. c, získá podle předchozího vztahu vůči profesorovi rychlost 2c ! Každá další raketa vyletující z předchozí rakety rychlost světla mnohonásobně překračuje. Raketa ale rychlost světla překročit nemůže a klasické (galileovské) skládání rychlostí zde tedy selhává [14]. Galileovsky můžeš sčítat rychlosti selat, ale ne rychlosti srovnatelné s rychlostmi světla!

Počítejme tedy rychlosti raket podle vztahu pro relativistické skládání rychlostí.

$$v = \frac{v' + V}{1 + \frac{v'V}{c^2}}$$

Raketu pilotovanou ufonem považujme nadále za vztažnou soustavu K' a Profesora za vztažnou soustavu K. Po dosazení číselných hodnot ze zadání dostáváme pro složky rychlosti naměřené profesorem.vx

$$v_x = \frac{0.5c + 0.5c}{1 + \frac{0.5c \cdot 0.5c}{c^2}} = 0.8c \qquad v_y = 0 \qquad v_z = 0$$

Pokud nyní bereme tuto raketu pohybující se vůči profesorovi rychlostí 0.8c za vztažnou soustavu K0, a má-li raketa z ní vyletující rychlost stejnou, tj. 0.8c, získá podle předchozího vztahu vůči Profesorovi rychlost:

$$v_x = \frac{0.8c + 0.8c}{1 + \frac{0.8c \cdot 0.8c}{c^2}} = 0.9756c$$

$$v_y = 0$$

$$v_z = 0$$

Další rakety vypuštěné stejným způsobem by pak získaly rychlosti 0.9996c, 0.99999c, ..., čili by se jejich rychlost neustále blížila rychlosti světla, ale nikdy by jí nemohla dosáhnout ani překročit. Relativistický zákon skládání rychlostí tedy splývá s klasickým v situaci, kdy je rychlost pohybu tělesa v 0 = (v 0 x , v 0 y , v 0 z) malá ve srovnání s velikostí rychlosti světla c, a pokud táž podmínka platí i pro rychlost V = (V, 0, 0)].

5.1.6. Současnost událostí

P: V televizi říkali, že Raketa odstartovala přesně o půlnoci, současně se zábleskem prvního ohňostroje. Já jsem však nejdřív zahlédl plameny rakety a až potom záblesk z ohňostroje. To mi nehraje…

U: Uvědom si, odkud si obě události pozoroval. A jakou rychlostí se šíří světlo?

P: Ve vakuu se světlo pohybuje rychlostí 300 tisíc kilometrů za sekundu, tedy 3* 10^8 m/s

U: Hmmm… to je rychlost obrovská, ale ne nekonečná. A protože raketa byla k tobě blíž než ohňostroj, i světlo z ní k tobě přišlo dřív než ze vzdáleného města. A proto jsi obě události nezaznamenal jako současné, ač současné byly. Povím ti jeden zajímavý případ, kvůli kterému mě vyhodili od dráhy a musel jsem přejít k misionářství.

U: Tehdy jsem dostal za úkol vymyslet systém současného otevírání dveří vlaku za jízdy pro případ evakuace. V nebezpečí se uprostřed vlaku na střeše rozsvítí světlo, které zachytí detektory u dveří na koncích vlaku a zajistí otevření dveří.

P: Hm… to´s vymyslel chytře… ale proč tě teda vyhodili…?

U: Můj nápad se potom testoval. Vylezl jsem na střechu ke světlu, abych mohl experiment sledovat. Dopravní inspektor stál na nástupišti a kontroloval, zdali se dveře otevřou současně.

U: Projížděli jsme stanicí rychlostí blížící se rychlosti světla. S úspěchem jsem zaznamenal, že se dveře otevřely současně. Inspektor však přísahal, že viděl, jak se zadní dveře otevřely dřív než přední.

P: No, inspektor totiž viděl, jak konec vlaku šel paprsku naproti, zatímco přední část paprsek musel dohánět. To je jasný.

U: Pohádali jsme se. A jelikož byl inspektor ve funkci, která mu zajišťuje, že má vždycky pravdu, vyhodili mě.

P: A vymyslel někdo lepší systém než ty?

U: Ne současnost událostí je totiž relativní. Systém zůstal stejný, jen se vydal předpis, že před evakuací je třeba vlak zastavit. Pak byl i inspektor stojící na nástupišti uprostřed zastaveného vlaku spokojen.

P: No, u nás na Zemi stejný problém s neshodou současnosti vyřešili chytřeji. U každých dveří je vyvěšena cedulka: Zákaz otvírání dveří během jízdy…ale vždy jsem si myslel, že je to spíš proto, aby nikdo z vlaku za jízdy nevypadl.

U: Ach jo, snad nebyl Einstein jediný, kdo s námi dokázal komunikovat na úrovni! Vaše vlaky jezdí natolik pomalu, že by se takováto neshoda současnosti sotva projevila. Profesore, nemáte náhodou doma kozu s konstantní bobkovací frekvencí?

V této kapitole se nejdřív přesvědčíme o tom, že rychlost světla není nekonečná, a poté s tímto poznatkem budeme pracovat dále. Princip konstantní rychlosti světla totiž zcela jasně vede k relativitě současnosti Hmmm… to je rychlost obrovská
Uvedená animace demonstruje, že rychlost světla je velká, ale konečná. Profesor i televizní hlasatelka se nacházejí ve stejné inerciální soustavě (neboť se vůči sobě nepohybují) a pozorují události, které jsou v této soustavě současné. Současně je však vidí jen hlasatelka, která stojí uprostřed mezi místy, v nichž se události odehrávají, zatímco profesor stojí blíže místu startu rakety, a proto k němu dorazí informace o startu rakety dříve než informace o výbuchu ohňostroje[14].
Vylezl jsem na střechu ke světlu, abych mohl experiment sledovat.
Ufon má naštěstí oči dostatečně daleko od sebe a je schopen pozorovat oba konce vlaku zároveň. Sedí uprostřed na střeše vagónu a vidí současně otevření dveří na obou jeho koncích. Právem z toho vyvozuje, že dveře se otevřely současně.
Současnost událostí je totiž relativní
Pokud se dva pozorovatelé vzájemně pohybují, pak se nebudou obecně shodovat v tom, které události jsou současné. Když je jeden pozorovatel označí za současné, pro druhého obecně současné nebudou, a opačně.
Současnost není absolutním pojmem, ale pojmem relativním, který závisí na vztažné soustavě, v níž pozorovatel stojí [8].Vaše vlaky jezdí natolik pomalu, že by se takováto neshoda současnosti sotva projevila.
Je-li relativní rychlost pozorovatele mnohem menší než rychlost světla, pak měřené rozdíly současnosti pro různé pozorovatele jsou příliš malé, než abychom je zaznamenali. Tak je tomu ve všech zkušenostech z našeho běžného života, a proto působí relativita současnosti tak neobvykle [14].

5.1.7. Dilatace času

U: Profesore, nemáte náhodou doma kozu s konstantní bobkovací frekvencí?

P: Ale jistě, stačí ji nakrmit. Je bobkovací frekvence 1bobek za sekundu vhodná?

U: To se přesně hodí!

P: Moje koza je odolná, nebojácná, s úžasně harmonickým trávením. Produkuje 1 bobek za sekundu za jakékoli situace.

U: Tvá koza se bude pohybovat různými dopravními prostředky a bude bobkovat. Ty, profesore, budeš mít za úkol vždy změřit vzdálenosti bobků. Sežeň vozík, fáro a letadlo. Já pak svezu kozu raketou a seženu snad ještě něco rychlejšího. Vystupovat!

P: Pro představu o rychlostech zkusme každým ze jmenovaných prostředků urazit vzdálenost 1 km. Ufufuf.. tak s vozíkem rychlostí 1m/s by mi to trvalo 1000 sekund, tedy necelých 17minut. Tak na to čekat nebudem.

P: Rychlým autem pohybujícím 180 km/h, což je 50 m/s, vzdálenost 1km urazíme za 20 sekund…to je taky doba…

P: Letadlem letícím rychlostí 300m/s to máme za 3,33 sekundy,

P: A pozor, raketa se jen kolem mihne. 1/30 sekundy…to sotva okem zahlédneme.

P: A rychlejší kosmická plavidla a talíře už vůbec nepostřehnem. (Hm…, s kozou na vozíku jsme zatím nedošli ještě ani do desetiny vzdálenosti.)

U: Nakrm kozu a můžeme začít!

P: Abychom mohli v klidu sledovat každý experiment, vyhradíme si na něj 10 sekund. Koza na vozíčku pak ujede 10m a v kosmické hyperlodi urazíme 2 400 000 km. Těmto vzdálenostem bude vždy odpovídat vzdálenost mezi startem a cílem. Pak se bude koza ve všech dopravních prostředcích na našem monitoru pohybovat zdánlivě stejnou rychlostí, ale my víme, že rychlosti jsou diametrálně odlišné.

Zvuk: Start! Rychlost kozy = 1m/s, vzdálenost start cíl je 10m.. Bob…bob…píp…píp…Cíl!

P: Vezmu si měřící tyč, jejíž délka 1m je číselně rovna rychlosti kozy 1m/s.

P: 1.2.3….10 úseků oddělených bobky, nádhera, jak jsem předpokládal. Vzdálenost mezi bobky je skutečně přesně 1m. Kozo, nastup si do auta.

P: Auto s kozou se pohybuje rychlostí 50m/s a za 10s urazí vzdálenost 500m. Cíl! Beru si měřící tyč délky 50m a 50m mezi bobky přesně sedí.

P: Kozo, poletíš letadlem! Start! Rychlost letadla s kozou je 300m/s, vzdálenost 3km, bobkovací frekvence 1bobek/s je pořád stejná. Vzal jsem si tyč dlouhou 300m. Koukám, že vzdálenosti bobků přesně souhlasí s délkou tyče. Kozo, poletíš raketou!

P: Kolik letíte?

U: Rychlostí 30 000 m/s

P:

Tak se kozo neboj a pěkně trav! Trasa mezi bobky je dlouhá jak z Brna do Litoměřic, tedy 300 km. Vzal jsem si 30 kilometrovou tyč a porovnávám, porovnávám…a vzdálenosti mezi bobky opět přesně souhlasí. Kozo, promiň, ale musíš nastoupit do ještě rychlejší vesmírné lodi.

P: Ta s tebou poletí 40 000 metrů za sekundu. Za deset sekund uletíš vzdálenost 400 tisíc km! Tyč dlouhá 40 000 km. No, přiložíme… koukám… hmm..hmmm, nějak to úplně neštimuje, no..hmmm…že mi trošinečku tyč seschla ….nebo že by se bobek lehce zakutálel… ale ne, další je taky stejně posunutý….to je systematicky špatně a navíc divné!

U: Kozo, tak malá odchylka od normálu….hmmm… Musíme letět ještě rychleji!

P:

Ufon sehnal hyperloď, vesmírné plavidlo co dokáže letět 0.8 rychlosti světla, tedy 240 000 km/s. Vzdálenost mezi startem a cílem je 2 400 000 km. Měřící tyč, kterou si vezmu, je tedy dlouhá 240 000 kilometrů. Koukám, na trase mezi startem a cílem je…1,2,3,4,5,…jenom 6 úseků! Tak tohle nemůže být seschnutím tyče! Vzdálenost bobků je téměř dvakrát větší než moje tyč, dobrých 400 000 kilometrů… jak je to možné? Hmm, pokus trval deset sekund…

Profesore, z mého pohledu jsem se od startu do cíle dostal za 6 sekund, protože vzdálenost od startu do cíle jsem naměřil ne 2 400 000 km, nýbrž jen 1 440 000! Což je v souladu s tím, že koza utrousila pouze 6 bobků. (Startovací bobek se nepočítá, ten už tam ležel, když se stopky seply).

U:

P: Aha, počty bobků v obou soustavách souhlasí. Můžeme se tedy aspoň něčeho chytit.

U:

Vysvětlení záhady tkví v tom, že koze vzhledem k tobě čas ubíhal pomaleji. Jedné její kozí sekundě odpovídalo 1,66 sekundy tvé pozemské. My jsme však z lodi viděli, že se zkrátila vzdálenost od startu do cíle i tvoje měrná tyč.

P: Takže já si záhadu vysvětluji dilatací jejího času a ty s Kozou si tutéž záhadu vysvětlujete kontrakcí vzdáleností a délek. Oba jsme viděli, že koza vytrousila po startu 6 bobků. Tedy základní logika věci je dodržena. Kozo, nechám tě tam asi lítat, sic míň hnojíš, ale zato déle vydržíš!

………………..

Při shlédnutí první z následujících animací by se čtenář měl zamyslet nad problematikou měření časů a vzdáleností a nad obtížemi, které musí oba pozorovatelé překonávat.
Kozu s konstantní bobkovací frekvencí?
Koza je vhodné zvíře, protože produkuje tvarově ohraničené a přesné bobky.
Pro náš případ není důležité, jakým způsobem bobky padají na zem.
Rozhodující je jejich počet a vzdálenosti mezi nimi. Koza s konstantní bobkovací frekvencí vystupuje v této animaci v roli ideálních hodin, odměřujících přesně čas. Měření je prováděno odečítáním vzdálenosti značek (bobků), které byly vytvořeny s konstantním časovým odstupem 1s (vlastního času kozy).

Experiment
Situace je uspořádána tak, že profesor bude měřit vždy vzdálenosti mezi bobky, které koza vytvoří během deseti sekund jejího pohybu, čili (při známé rychlosti pohybu kozy a konstantní bobkovací frekvenci) bude tak vlastně nepřímo měřit čas odpovídající dopadu bobků v jeho vztažné soustavě [14].

Start!
Nyní je už možné zahájit vlastní měření. Profesor se nachází v roli pozorovatele ve vztažné soustavě K, pozorovatelem měřícím vlastní čas je pak koza ve vztažné soustavě K´.
Vezmu si měřící tyč, Profesorovo měřidlo má délku d'=V• τ, kde V je rychlost dopravního prostředku s kozou a τ je 1 sekunda. Vzdálenost d' odpovídá vzdálenosti značek v kozině vztažné soustavě K'.
K vizuální stránce animace: Se zvětšující se vzdáleností startu od cíle by se samozřejmě měly v odpovídajícím poměru zmenšovat bobky, profesor, cedule…. Tento fakt byl v animaci záměrně opomenut, protože by důležité značky (bobky) přestaly být vidět.
Že by se bobek lehce zakutálel?
Dá se očekávat, že profesor bude při vyšších rychlostech pozorovat dilataci času, která se projeví jako zvětšení vzdáleností mezi jednotlivými značkami oproti délce jeho měřidla

$$\Delta t = \frac{\tau}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}$$

(čas Δt měřený v soustavě spojené se Zemí K je podle Δt delší než vlastní čas τ, tedy vzdálenost bobků daná vztahem d = V• Δt je větší neždélka tyče d').
Profesor si tohoto jevu všímá až pro rychlost V= 40 000 000 m/s =0. 13c. Při této rychlosti odpovídá dilataci času o 0.009s změna délky o 9mm na 1m délky. Není divu, že profesor při měřítku délky 40 000 000m považuje změnu vzdálenosti o 360 000m za chybu měření.
Musíme letět ještě rychleji!
Aby byly relativistické efekty výraznější, letí ufon s kozou ještě rychleji, rychlostí V=240 000 000m/s =0. 8c.

Čas měřený v soustavě spojené se Zemí:

$$\Delta t = \frac{\tau}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} \qquad \Delta t = \frac{1s}{\sqrt{1-\frac{(0.8c)^2}{c^2}}} = \frac{5}{3}s = 1.66s$$

(Profesor pozoruje dilataci času, jedna jeho sekunda odpovídá 1,66násobku sekundy kozí).

Vzdálenost bobků d spočítáme následovně:

$$d = V \cdot \Delta t \qquad d = 240\,000\,000\ m/s \cdot 1.66s = 398\,400\,000 \div 4 \cdot 10^8\ m\ ,$$

zatímco profesorova tyč měří:

$$d` = V \cdot \tau \qquad d` = 240\,000\,000\ m/s \cdot 1s = 2{,}4 \cdot 10^8\ m$$

$$\frac{d}{d`} = \frac{4 \cdot 10^8\ m}{2.4 \cdot 10^8\ m} = 1.66$$

Při této rychlosti dopadne na zem v určeném limitu pouze *6 bobků* a vzdálenost mezi nimi je *1,66násobná* než je délka profesorova měřidla. Na trase leží ve skutečnosti 7 bobků. První se ale nepočítá, protože už na startu ležel, když se stopky seply.

Profesore, z mého pohledu jsem se od startu do cíle dostal za 6 sekund…
Ufon tvrdí, že z jejich hlediska letěli po dobu šesti sekund, než přeletěli dráhu vytyčenou profesorem na desetisekundový přelet. Tomu odpovídá i šest bobků vytroušených kozou. Kde je tedy vysvětlení? [14].
Takže já si záhadu vysvětluji dilatací jejího času…Profesor pozoruje dilataci času, jedna jeho sekunda odpovídá 1,66násobku sekundy kozí (koza se proti němu pohybuje rychlostí 0,8c), proto je i jeho měřítko 1,66 násobně kratší. Ufon s kozou pozorují kontrakci délek (profesor se vůči nim také pohybuje rychlostí 0,8c, ale v opačném směru), takže koza trousí bobky po 1,66 násobně kratší dráze.
Tím je situace objasněna k všeobecné spokojenosti [14].

5.1.8. Rozloučení

U: Tak, ahooj, pro dnešek ses toho už dozvěděl dost!
TV: Model rakety L_0 stále nezvěstný. V průběhu dnešního dne byly hlášeny pády zvláštních nebeských těles. Tvarem a konzistencí připomínají kozí trus… což nás staví před otázku: Jsou mimozemšťané vegetariáni? Nebo jsou snad vegetariáni právě oni a žijí mezi námi? Všechny nalezené kusy nebeských těles prosím odevzdávejte do sbírek Technického muzea v Brně (5. patro, pí. Přikrylová). Děkujeme za pozornost. Přejeme příjemný den.

Tato kapitola uzavírá příběh. Divák si na konci „odpočine od fyziky“. Dostáváme se zpět do Profesorova domu a s pocitem že, „víme víc“ než paní moderátorka v televizi, se klidně můžeme vrátit zpět do „normálního“ života.

5.2. PARADOX DVOJČAT

Tato část práce ilustruje známý paradox dvojčat. Je volným pokračováním relativistických dobrodružství Profesora a Ufona. Vypráví o dvojčatech, které

vyrůstaly v různém prostředí (jedno s Profesorem na Zemi, druhé s Ufonem ve vesmírné lodi pohybující se rychlostí 0.8c). Pozorujeme rozdíly
v deníkových záznamech o vývinu dětí a staneme se svědky jejich setkání.
Animace též poukazuje na problémy při předávání aktuálních informací mezi Ufonem a Profesorem a navrhuje jejich řešení. Velkými písmeny jsou
v komentáři označeny postavy, které v příběhu vystupují: V (Vypravěč),
P (Profesor), U (Ufon), dvojčata M (Modrý) a Z (Zelený).

Paradox dvojčat
Život má pravidelný rytmus, takže se naše biologické hodiny musí chovat jako jakékoliv jiné hodiny, které se pohybují vzhledem k pozorovateli. Puls a
tikot těchto hodin funguje na stejném principu. Zpomalení pohybujících se hodin proto znamená i zpomalení života kosmonauta v letící raketě vzhledem
k životům jeho pozorovatelů na Zemi.

Sledujme tento příběh. Jedno z novorozených dvojčat - Zelený odlétá s Ufonem na misi ke vzdálené planetě rychlostí 0.8c. Život Zeleného ubíhá
vzhledem k životu jeho bratra Modrého, který zůstává s Profesorem na Zemi

Sledujme tento příběh. Jedno z novorozených dvojčat - Zelený odlétá s Ufonem na misi ke vzdálené planetě rychlostí 0.8c. Život Zeleného ubíhá vzhledem k životu jeho bratra Modrého, který zůstává s Profesorem na Zemi

$\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}=\sqrt{1-\frac{(0.8c)^2}{c^2}}$ =0.6krát pomaleji než jeho - podle speciální teorie relativity.

Za dobu jednoho úderu srdce Zeleného v raketě stihne Modrého srdce na zemi 1.66 úderů. Po dvaceti (Modrého) letech se Zelený navrací z mise zpět na Zemi jako dvanáctileté dítě, a svého bratra – Modré dvojče poznává jako 20 letého mladíka.

Na první pohled je tento výsledek zvláštní. Podívejme se na stejnou situaci ještě z pohledu Zeleného v raketě. Modrý na Zemi se z jejího pohledu
pohyboval stejnou rychlostí vůči ní, 0.8 c. Dle stejného postupu by měl být Modrý na Zemi po jejím návratu mladší - slavný paradox dvojčat.
Ale tento dvojí pohled není ve skutečnosti tak lehce zaměnitelný. Modrého raketa byla při otáčce zpět k Zem urychlena a při přistávání se zase
zpomalovala. Naproti tomu Modrý na Zemi zůstal v inerciální vztažné soustavě po celou dobu jejího letu. Podle teorie relativity tedy není symetrie
mezi volbou Modrého nebo Zeleného vztažné soustavy. Odlišné stárnutí dvojčat je potvrzeno i experimenty prováděnými s velmi přesnými a
konstrukčně identickými hodinami, které byly brány na vesmírné lety [14].

Rozhovor
V:

P:
Profesor a Ufon našli v lese dva odložené novorozence. Dvojčata. Každý se ujal jednoho.
Rovnou je přeměřím. 50 cm, jeden jako druhý. Nepochybně to jsou dvojčata a oba chlapci.

P:

U:
Vezmu si na starost tohoto Modrého a vychovám ho tady na Zemi.
Já si do vesmíru vezmu jeho zelené dvojče!

P:
A dobře se starej o Zeleného!

U:
Neměj starost, mám dost končetin pro řízení lodi i pěstounskou péči zároveň!

U:
Poletím lodí rychlostí 0.8 C na svou vzdálenou planetu a pak se vrátím i se Zeleným zpět na Zemi.

P:
Tak leť, ale nezapomeň mi hlásit jak Zelený roste!

U:
No, to bych sice mohl, ale než by ta zpráva k tobě doletěla, byli bychom už zase o hodně starší! Musíme to udělat jinak.

U:
Vydláždíme moji cestu synchronizovanými hodinami s pozemským časem tak, že každý pozemský rok potkám jedny hodiny a do schránky u nich vložím zprávu. Současně i ty, Profesore, budeš každý rok zaznamenávat zprávy. Navíc pověříš svoji turbosekretářku létající turboraketou, aby moje zprávy těsně před mým návratem vybrala a až přiletím vše porovnáme.
V důsledku toho, že se Zelený pohybuje obrovskou a konstantní rychlostí 0.8C, jeho čas

plyne vzhledem k Modrému, který žije na Zemi, pomaleji.
V:

V: Zelený sám však nic podivného nepociťuje.

V:
Po dlouhé době máme zprávy od Ufona a Profesora k dispozici. Vyberme z nich to nejzajímavější:

U:
Zelený má 7 měsíců, jen řve, spí pije mléko, které musím pracně filtrovat při průletu mléčnou dráhou. Taky se Zeleného snažím naučit říkat „Ufon".

P: Modrému je 1 rok, hryže ohrádku, leze po čtyřech a někdy se viklá i na dvou. Koupil jsem mu botičky.

U:
Zelenému jsou právě 3 roky. Motá se mi do řízení, neustále mačká červené čudly, zuří a všechno ničí.Ušil jsem mu ze své přebytečné kůže hračku, tak je teď chvilku hodný.

P: Modrý má 5 let, za nic na světě nechtěl chodit do školky. Koupil jsem mu tříkolku a od té doby do školky nechodí, ale jezdí. Používá kolem 2500 slov a učí se i nová, sprostá.
Zelený má 6 let. U vás by byl žákem 1. třídy. Tak ho alespoň učím číst souhvězdí a počítat vypadené zuby. V noci fňuká, protože se mu prořezávají trvalé.

P: Modrý má 10 roků, chodí do 4.třídy a umí všechny vyjmenovaná slova. Tříkolku vyměnil za kolo a zjistil že v čepici se štítkem dozadu vypadá rozhodně lépe.

U: Zelenému je 9 let. Vyřezal jsem z kusu izolace rakety figurky a hrajeme spolu šachy. Začíná už dost přemýšlet o vesmíru, jen nechápe, proč já jsem zelenej a on růžovej. Nevydržel jsem to a prozradil mu, že má bratra. Přiletíme na Zem oslavit jeho 12. narozeniny.

P: Modrým cloumá puberta. Má 15 let. Kolo už ho nebaví, se mnou se vůbec nebaví a nechce se nechat ani změřit a zvážit!

P: Vylez z toho motoru, přiletěl tvůj bratr!

Z: Dobrý den.

M: Auu. Ahoj.
Všichni: Živijó, živijó, živijó, živijó…

M: Opravil jsem káru, takže po oslavě můžeme jet na dízu, zatrsat si s babama…chápeš..

Z: …a nepůjdem radši do ZOO?

U: Hmm, tak tohle setkání se moc nevydařilo, musíme napravit co jsme provedli! Takže, navrhuji Výměnu!

P: Dobrý nápad. Zelený, ty zůstaneš stárnout se mnou na Zemi a Modrého pošleme s Ufonem do vesmíru!

U:
Poletím lodí rychlostí 0.8 C na svou vzdálenou planetu a pak se vrátím i se Zeleným zpět na Zemi.
Odlétá raketa.
Hodiny.
Přilétá raketa.

M+Z: Konečně jsme sjednotili své zájmy!

koneeeec
……………………………..
Vydláždíme moji cestu synchronizovanými hodinami…
Jak časově zajistit, aby se zprávy Profesora a Ufona mohly srovnat? Víme již,že Profesor pozoruje dilataci Ufonova roku a tedy mu nemůže říct „každý rok zaznamenej zprávu."
Při rychlosti 0.8c bude muset Ufon zprávy zaznamenávat 1.66 krát častěji než Profesor. Aby měl Ufon při své cestě raketou přehled o tom, jak plyne čase na Zemi, vydláždila se jeho cesta hodinami synchronizovanými s pozemským časem tak, aby každý pozemský rok potkal jedny hodiny a do schránky vedle nich vložil čerstvě natočený záznam.

Pověříš svoji turbosekretářku…
Prakticky by Profesor turbosekretářku ani zaměstnávat nemusel. Ufon by si pouze při každém minutí hodin zaznamenal zprávu do deníčku a popsal příslušným rokem odpovídajícím Profesorovu. Turbosekretářka, která se pohybuje ještě vyšší rychlostí než Ufon v raketě, byla vymyšlena proto, aby byl způsob časové synchronizace Ufonovových zpráv s Profesorovými zřetelnější a aby měl Profesor záznamy k dispozici o chvíli dříve, než Ufon přiletí.

Po dlouhé době máme zprávy od Ufona a Profesora k dispozici.

Zprávy zaznamenané v pozemském čase tak, jak Ufon míjel hodiny, ukazují stádium vývoje Modrého dítěte na Zemi v levé polovině obrazovky a
současně stádium vývoje Zeleného v raketě. Čas na hodinách ukazuje roky uplynulé v každé ze soustav.
Ufon a Profesor jsou nesmrtelní a nestárnou, protože jsou hlavními hrdiny.
Na jejich svraštělé tváře by se v příštích dílech již nikdo nechtěl dívat. Věk Zeleného 0.6 let = 7.2 měsíců je v animaci zaokrouhlen na celých 7 měsíců.

Zde je Profesorova tabulka, srovnávající plynutí času v raketě pohybující se
rychlostí 0.8c s jeho časem na Zemi.

T v raketě letící 0.8c (roky)	T na Zemi (roky)
0.6	1
1	1.667
3	5
6	10
9	15
12	20
15	25
18	30
21	35
24	40
27	45
30	50
33	55
36	60
39	65
42	70
45	75
48	80
51	85
54	90
57	95
60	100

$$T_{na\,Zemi} = \frac{T_{v\,raket\check{e}}}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}$$

Přiletíme na Zem oslavit jeho 12. narozeniny.
Dvojčata se znovu setkají. To znamená, že Zelené dvojče v raketě se muselo po nějakou dobu pohybovat neinerciálně. Raketa byla v jistém okamžiku
zabržděna a urychlena v opačném směru. Doba nerovnoměrnosti pohybu může být ovšem volena tak, že ji lze zanedbat oproti době, po niž se raketa
pohybovala rovnoměrně.
Dilatační vztah, uvedený výše je odvozený pouze pro časové intervaly v inerciálních systémech. Na systém spojený s raketou, který po celou
uvažovanou dobu inerciální není, nelze aplikovat. Pro tuto chvíli se spokojíme s popisem situace z hlediska Profesora, pozorovatele na Zemi [14].

Tohle setkání se moc nevydařilo, Zájmy 12ti letého chlapce jsou zcela jiné než dvacetiletého. Aby sourozence
znovu zdvojčatovitěli (vyrovnali své věky) uspořádal Profesor s Ufonem
symetrickou situaci - výměnu. Tak jako si Zelený prožil svých 12 let v raketě pohybující se rychlostí 0.8c, tak si stejnou dobu v raketě prožije i modrý.
Konečně jsme sjednotili své zájmy!
Příběh končí opětovným, ale tentokrát šťastným setkáním dvojčat. Oba bratři mají 32 let a baví se stejným způsobem.

5.3. SOUVISLOST PARADOXU DVOJČAT A DOPPLEROVA JEVU.

Existuje i málo známý, ale podle našeho názoru velmi přesvědčivý výklad
paradoxu hodin založený na využití Dopplerova jevu. Vznik časového rozdílu
mezi pozemšťanem a kosmonautem můžeme sledovat přímo na obrazovce,
kde je ukázáno, jak probíhá děj v pozemšťanově soustavě, v níž údaj
kosmonautových hodin podléhá dilataci, jež se projevuje méně častým
vysíláním vlnoploch. Nás však bude především zajímat, co oba přímo vidí,
pozorují-li svého kolegu.

Interaktivní aplet - Souvislost paradoxu dvojčat a Dopplerova jevu
Při vhodně nastavené rychlosti si můžeme sledováním vlnoploch přímo napočítat, že pozorování jsou symetrická - každému se zdá, že při vzdalování kolega stárne pomaleji podle stejného vztahu, a to v důsledku relativistického Dopplerova jevu, který zahrnuje nejen dilataci času, ale i přímý vliv vzdalování. Je to právě dilatace času, která jev symetrizuje. Obdobně je tomu při přibližování, kdy však „obyčejná" složka Dopplerova jevu převáží nad dilatací a každý proto vidí kolegu stárnout rychleji.
Odkud se potom bere asymetrie výsledku srovnání údajů hodin po kosmonautově návratu, jak nám ji sděluje počítadlo průchodů vlnoploch? Není těžké na to odpovědět. Pro kosmonauta dochází ke změně pozorované frekvence v polovině jeho cesty, když obrátí směr pohybu své rakety. Naproti tomu pro pozemšťana je doba nižší frekvence signálů od kosmonauta delší než doba pozorování vyšší frekvence signálů, a to tím více, čím více se blíží kosmonautova rychlost rychlosti světla. Pohybuje-li se kosmonaut téměř světelnou rychlostí, uvidí ho pozemšťan zapínat motory a obracet tak směr letu až ve chvíli, kdy už je kosmonaut skoro doma [14].

Předpokládejme, že pozemšťan vyšle každý rok signál ve svém čase - hnědé vlnoplochy (na monitoru modré) a kosmonaut taktéž ve svém čase fialové vlnoplochy (na monitoru zelené). V důsledku dilatace času, která nezávisí na směru rychlosti rakety, kosmonaut vysílá signály méně často a pozemšťan napočítá při setkání méně přijatých signálů od kosmonauta než sám vyslal. Poměr počtu pozemšťanem vyslaných a pozemšťanem přijatých vlnoploch udává poměr zestárnutí pozemšťana a kosmonauta. Nerelativistický Dopplerův jev závisí na směru pohybu, a tedy způsobuje prodloužení časové periody mezi signály přicházejícími k pozemšťanovi při kosmonautově cestě od něj a zkrácení časové periody mezi signály těsně před návratem kosmonauta. Kolik vlnoploch jeden pošle druhému, tolik i druhý do návratu přijme.
;

Pokud počítáme Dopplerův jev relativisticky, musíme uvažovat, že pozorovatel, vůči němuž se zdroj zvuku pozoruje, vnímá dilataci periody vlnění, určenou vztahem

$$T = \frac{T_0}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

(pokud se pohybuje pozorovatel vůči zdroji, dochází k dilataci pro zdroj).
Protože frekvence je převrácenou hodnotou periody, musí se při prodlužování periody frekvence zmenšovat, a to podle vztahu

$$f = f_0 \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} \, ,$$

kde V je rychlost pohybu zdroje (pozorovatele) a f 0 frekvence vlnění v jeho vlastní vztažné soustavě. V souladu s touto úvahou musíme v rámci relativistické mechaniky upravit vztahy pro klasický Dopplerův jev:

$$f' = f \cdot \frac{v}{v + v_z}$$ (zdroj v pohybu, detektor v klidu)

$$f' = f \cdot \frac{v + v_d}{v}$$ (zdroj v v klidu, detektor v pohybu)

v je rychlost šíření vlnění, v_z je rychlost detektoru, v_d je rychlost zdroje.

Jestliže pozemšťan vysílá signály s frekvencí f_p , přijímá je pozorovatel v kosmické lodi, který se vzdaluje rychlostí V s frekvencí:

$$f_p' = f_p \cdot \sqrt{\frac{1 - \frac{V}{c}}{1 + \frac{V}{c}}}$$

Jestliže se kosmonaut přibližuje, pozemšťan registruje zvýšenou frekvenci:

$$f_p' = f_p \cdot \sqrt{\frac{1 + \frac{V}{c}}{1 - \frac{V}{c}}}$$

a ke stejnému výsledku dojdeme, bude-li signály vysílat kosmonaut a přijímat pozemšťan.