IB002 - Návrh algoritmů (2. cvičení) 12.3.2008

PF

2.1 a) $A = [5;3;1;6]$

$i=1$	$j=1$	$[5;3;1;6]$	swap; c
	$j=2$	$[3;5;1;6]$	swap; c
	$j=3$	$[3;1;5;6]$	c
$i=2$	$j=1$	$[3;1;5;6]$	swap; c
	$j=2$	$[1;3;5;6]$	c
$i=3$	$j=1$	$[1;3;5;6]$	c

=> swap ... 3
comp. ... 6

b) $A = [1;3;7;9]$ => swap ... 0 ; comp. ... 6 $\frac{n(n-1)}{2} \in O(n^2)$ $\in \Theta(n^2)$

~~a) $3n^2 - 16n + 2$~~

$f, g : \mathbb{N} \to \mathbb{R}_0^+$ $\quad c \in \mathbb{R}^+$

$O(g) = \{f \mid \exists c>0, \exists n_0 \geq 0, \forall n \geq n_0 : f(n) \leq c \cdot g(n)\}$ as. poroste nejvýše stejně rychle

$o(g) = \{f \mid \forall c>0, \exists n_0 \geq 0, \forall n \geq n_0 : f(n) < c \cdot g(n)\}$ as. pomaleji

$\Omega(g) = \{f \mid \exists c>0, \exists n_0 \geq 0, \forall n \geq n_0 : f(n) \geq c \cdot g(n)\}$ as. alespoň tak rychle

$\Theta(g) = O(g) \wedge \Omega(g)$ as. právě tak rychle (stejně rychle)

2.2 a) $3n^5 - 16n + 2 \in O(n^5)$

$3n^5 - 16n + 2 \leq c \cdot n^5$ $\quad n_0 = 10, c = 5$

$3n^5 - 16n + 2 \leq 5 \cdot n^5$

=> platí

b) $3n^5 - 16n + 2 \in O(n)$

=> neplatí ... $\forall c > 0, \forall n_0 \geq 0, \exists n \geq n_0 : f(n) > c \cdot g(n)$

$3n^5 - 16n + 2 > c \cdot n$ $\quad n \in \{n_0, c; 10\}$

2.3 a) $\log n \in O(n)$ $\quad c=1, n_0=1, \forall n \geq n_0$

$\log_2 n \leq c \cdot n$

$n=1$ $\quad 0 \leq 1$

1.k $\quad \log_2(n+1) \leq (n+1)$ $\quad \log_2(n+1) \leq \log_2 2n = \log_2 n + 1 \leq n+1$

b) $2^{n+1} \in O\left(\frac{3^n}{n}\right)$ $\quad n_0 = 7, c = 1$

$\forall n \geq 7 : 2^{n+1} \leq \frac{3^n}{n}$ $\quad$ 1k $\quad 2^{n+2} \leq \frac{3^{n+1}}{n+1}$

$n=7$ $\quad 256 \leq 313$

2.4 $f \in O(g)$ ... $f \leq g$ $f \in \Theta(g)$ ... $f = g$

$$6 \leq \log\log n \leq \log n \leq \log^{17} n \leq n \leq n \log n = \log n! \leq n^2 = n^2 + \log n \leq 7n^5 - n^3 + n \leq \left(\frac{3}{2}\right)^n \leq 2^n \leq n! \leq n^n$$

2.5 $O(2^n) \rightarrow 5 \cdot 2^n$, $200 \cdot 2^n$, $k \cdot 2^n$

$k \cdot 2^{36} = 24 \cdot 60 \cdot 60$

$k = 10^{-6}$ s

$k' = 10^{-9}$ s hledáme $k' \cdot 2^{n'} \leq 24 \cdot 60 \cdot 60$

$n' = 46$

2.6 vnitřní cyklus — $(n-1) + (n-2) + \dots + 1 \rightarrow \frac{n(n-1)}{2}$

$\Theta\left(\frac{n(n-1)}{2}\right) = \Theta(n^2)$

2.7

```
FOR i := 1 to n-1 do
    ok := true;
    FOR j := 1 to n-i do
        IF A[j] > A[j+1] THEN
            swap A[j], A[j+1]
        endIF
    IF ok THEN break;
```

2.8 spoč. pro B

$n = 5$ —— $O(\log n)$