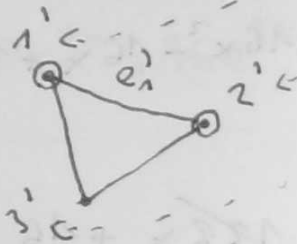


Grafy

- vrcholy, hrany

(V, E)

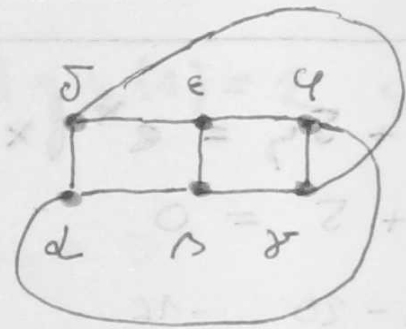
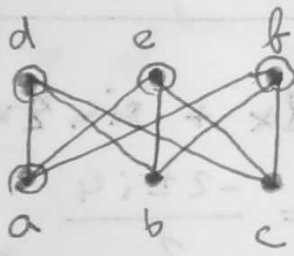
$$\varphi: V \rightarrow V'$$



φ^{-1} není morfismus

$$\left. \begin{array}{l} \varphi(1) = 1' \\ \varphi(2) = 2' \\ \varphi(3) = 3' \end{array} \right\} \text{ je morfismus}$$

(PF) UkaŹte, Źe jsou isomorfní

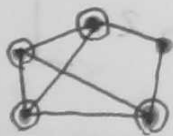


$$\begin{array}{llll} \varphi(1) = a & \varphi(2) = d & \varphi(3) = b & \varphi(4) = e \\ \varphi(5) = c & \varphi(6) = f & & \end{array}$$

$$\Rightarrow 0 \leq \text{počet hrany} \leq \binom{6}{2} \leftarrow \text{počet dvojic vrcholů}$$

Podgraf

$$G = (V, E)$$



$$G' = (V', E')$$

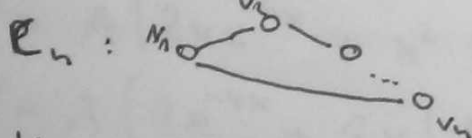


$\Rightarrow$ indukovaný podgraf

- cesty, sledy a kruŹnice:



- cesta



- kruŹnice

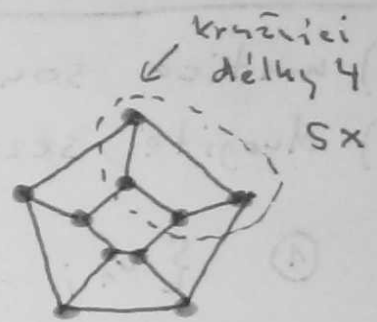
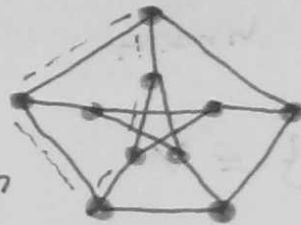
K_n : úplný graf ; $K_{m,n}$: úplný bipertitní graf



cesta v grafu: $\varphi: P_n \rightarrow G$ tak, že je bijektivní
(na hranách i uzlech)

sled v grafu: $\varphi: P_n \rightarrow G$ tak, že se v grafu může
vracet, kotet, ...

Petersenův graf:

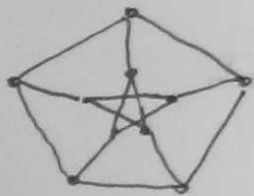


nejmenší izomorfi $\Leftarrow$ nejkratší
kružnice délky 5

počet vrcholů
podle délky
kružnic

skóre grafu:

stupeň vrcholu = počet kam z něho vychází hrany

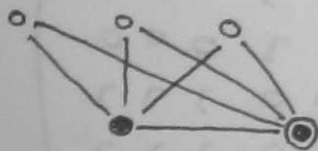


skóre = $(3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3)$

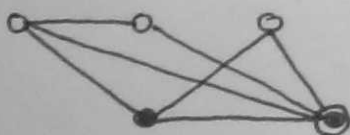
$\Rightarrow$ izomorfní grafy mají stejné skóre!

PF Existují grafy se skóre

$(4, 4, 2, 2, 2) \rightarrow (3, 1, 1, 1) \rightarrow (0, 0, 0)$



$(4, 3, 3, 2, 2) \rightarrow (2, 2, 1, 1) \rightarrow (1, 1, 0)$



$$(4; 4; 4; 2; 2) \rightarrow (3; 3; 1; 1) \rightarrow (2; 0; 0)$$

$\Rightarrow$ neexistuje

Reprezentace grafu

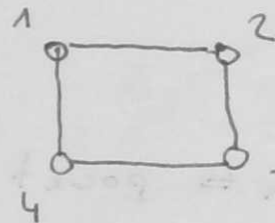
- 1) matice souslednosti
- 2) dvojité seřazení hran

$$\textcircled{1} \{v_1, \dots, v_n\} = V$$

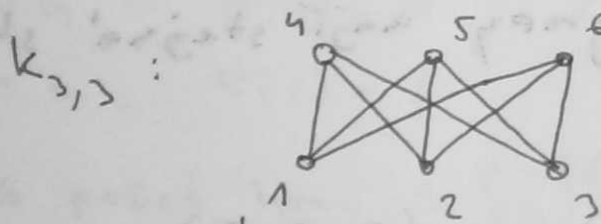
G ... matice nad $\mathbb{Z}_2$ ($n \times n$)

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & (v_i, v_j) \text{ je hrana} \\ 0 & \text{jinak} \end{cases}$$

$$C_4 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$



$(G)^k$... počet sledů v k krocích



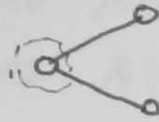
$$G_{K_{3,3}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$G^2 = \begin{pmatrix} 3 & 3 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 3 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 3 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$$

$$G \cdot G^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 9 & 9 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 9 & 9 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 9 & 9 & 9 \\ 9 & 9 & 9 & 0 & 0 & 0 \\ 9 & 9 & 9 & 0 & 0 & 0 \\ 9 & 9 & 9 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$



souvislý graf: mezi každým vrcholem existuje cesta



→ není cesta

$$(G + \underline{I}_n)^{n-1}$$

je souvislá právě tehdy když na své regulové prvky

$$G = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$(G + \underline{I}_n) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$