

Důl. A... vyhraje Bláženka
 B... vyhraje Black Speed
 B'... nevyhraje Black Speed (jev opačný k jevu B)
 $(A = A \cap B')$

$$p(A/B') = \frac{p(A \cap B')}{p(B')} = \frac{p(A)}{p(B')} = \frac{\frac{1}{5}}{\frac{3}{4}} = \underline{\underline{\frac{4}{15}}}$$

Důl. A... 1. střelec zasáhne terč
 B... 2. střelec zasáhne terč
 C... v terči se našla jedna rána

$$C = (A \cap B') \cup (A' \cap B), \quad p(C) = p(A \cap B') + p(A' \cap B) = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} = \underline{\underline{\frac{1}{2}}}$$

$$p(A/C) = \frac{p(A \cap C)}{p(C)} = \frac{p(A \cap B')}{p(C)} = \frac{\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} = \underline{\underline{\frac{3}{4}}}$$

Důl. Binomické rozdělení $Bi(n, p)$

- n krát opakované pokusy, který skončí úspěchem s pst. p, neúspěchem s psti. 1-p. Hledaná pst.: spočítáme pst. jevu opačného, tedy že méně než 10 studentů dostane alespoň 100g porci

$$p = 1 - \sum_{i=0}^9 \binom{100}{i} \left(\frac{1}{5}\right)^i \left(\frac{4}{5}\right)^{100-i}$$

příklad 1

- jev A... Mirek hodí více hlav než Marek $\Leftrightarrow$ Mirek hodí nejvýše tolik orlů co Marek
 A'... Mirek hodí více orlů než Marek

Ze symetrie nálohy víme $P(A) = P(A') = 1 - P(A) \Rightarrow P(A) = \frac{1}{2}$

pozn.: Marek hodil k hlav $\Leftrightarrow$ hodil $(n+1)-k$ or $1/2$
Marek hodil 1 hlav $\Leftrightarrow$ hodil $n-1$ or $1/2$

Tudíž $k > 1 \Leftrightarrow (n+1)-k \leq n-1$

$$1+1 \leq k$$

příklad 2.

A... je v rodině více chlapců

B... v rodině je alespoň 1 chlapec

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{2}}{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^5} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{31}{32}} = \frac{16}{31}$$

příklad 3.

n ... celkový počet chyb
1. korektor
- číslo $\frac{a}{n}$ je odhad psti, že odhadí jednu chybu
- číslo $\frac{b}{n}$ —————, že 2. korektor —————

Nyní dvěma způsoby spočítáme pst., že konkrétní chyba bude odhalena oběma korektory:

$$\frac{a}{n} \cdot \frac{b}{n} = \frac{c}{n} \Rightarrow \frac{ab}{n} = c \Rightarrow n = \frac{ab}{c}$$

Neodhalených chyb je $\frac{ab}{c} - (a+b-c)$

Teorie:

Ω ... prostor možných jevů

$\omega \in \Omega$... elementární jevy (klasické psti.) možné výsledky

system podmnožin $\mathcal{A}$... jevové pole:

$\Omega \in \mathcal{A}$; $A, B \in \mathcal{A} \Rightarrow A \cap B \in \mathcal{A}$; $A_i \in \mathcal{A} = \bigcup_i A_i \in \mathcal{A}$ (nejméně spočetná)

na jevovém poli můžeme definovat f-ci

$P: A \rightarrow \mathbb{R}$ splývajúci: $P(A) \geq 0 : \forall A \in \mathcal{A}$

$$P(\cup_i A_i) = \sum_i P(A_i) \text{ pro } A \text{ disjunkt}$$

$$P(\Omega) = 1$$

- jeové pole spolu s f-ou P (pravdepodobnosť) nazývame
pstrý priestor

Náhodná veličina

$X: \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ taková, že $X^{-1}(B) \in \mathcal{A}$ pro "dostatečne mnoho"
 $B \subset \mathbb{R}$

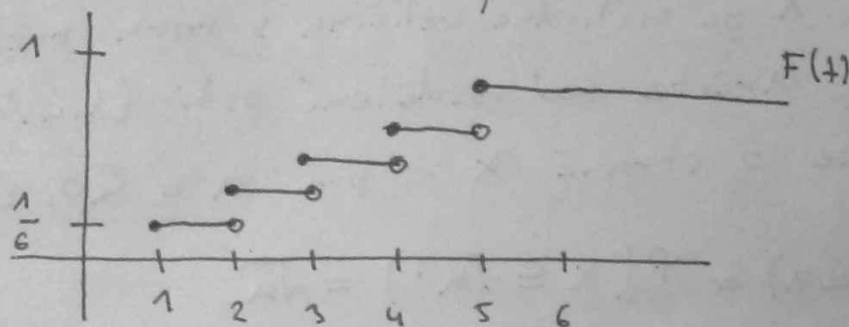
- pokud X nabývá pouze konečně mnoho hodnot mluvíme
o diskretní náhodné veličině, resp. určíme-li tzv.
distribuční f-ou náhodné veličiny

$$F(t) = P(X \leq t)$$

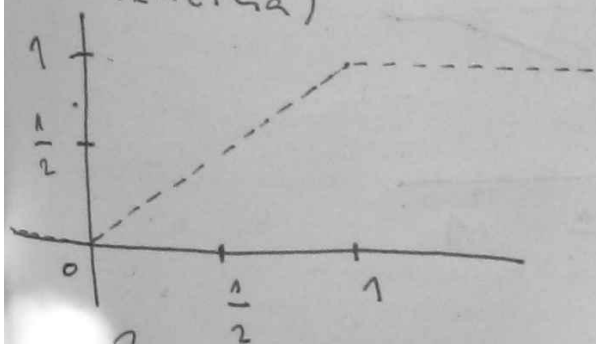
$$F(t) = \sum_{x_i \leq t} P(X_i)$$

(PF) Hod kostkou: $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$; $X = \text{id}$

- distribuční f-ou



X ... náhodný výběr čísla z intervalu $(0, 1)$ (spojitá náhodná
veličina)

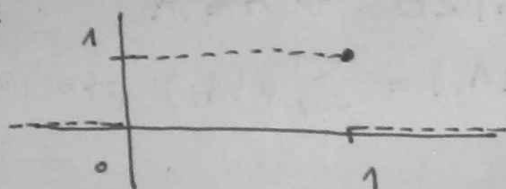


Pokud existuje f-ou $f(x): \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
taková, že $F(t) = \int_{-\infty}^t f(x) dx$

pak f-ou $f(x)$ nazývame hustotu
psti náhodné veličiny X

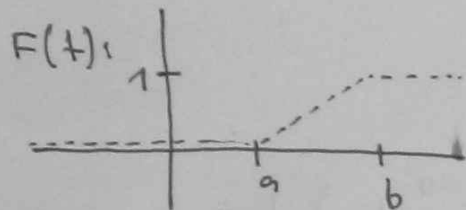
distribuční
f-ou

Hustota pŕti:

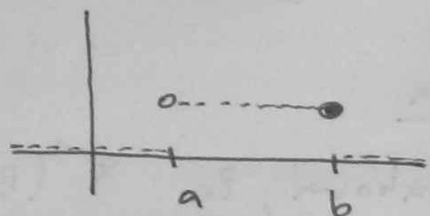


→ veličiny s rovnoměrným rozdělením

- náhodná veličina s rovnoměrným rozdělením na intervalu $(a; b)$:

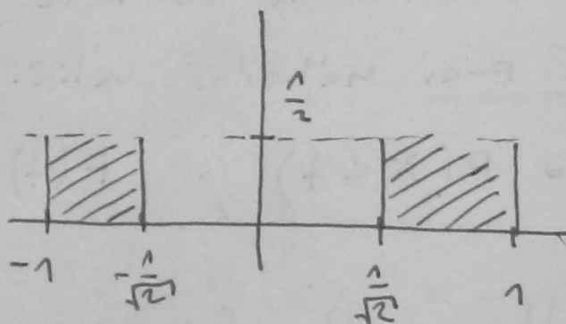


$f(t)$:



Příklad 4

$$P(X^2 > \frac{1}{2}) = P(|X| > \frac{1}{\sqrt{2}}) = P(X \in (-\frac{1}{\sqrt{2}}; \frac{1}{\sqrt{2}})^c) = \frac{|\frac{1}{\sqrt{2}} - (-\frac{1}{\sqrt{2}})|}{2} + \frac{|1 - \frac{1}{\sqrt{2}}|}{2} = 1 - \frac{1}{\sqrt{2}}$$



Př Nechť X je náhodná veličina s rov. rozdělením na intervalu $(0; 1)$. Určete roz. rozdělení pŕti (hustoty pŕti) obsahu čtverce o straně X : pro $a \in (0; 1)$ je

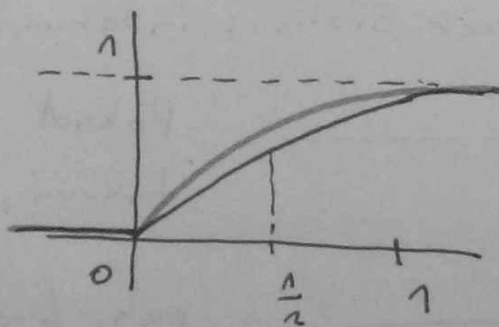
$$P(X^2 \leq a) = P(X \leq \sqrt{a}) = \sqrt{a}$$

- distribuční F-cc je tedy

$$F(t) = \begin{cases} 0 & \text{pro } t \leq 0 \\ \sqrt{t} & \text{pro } 0 < t \leq 1 \\ 1 & \text{pro } t > 1 \end{cases}$$

- hustota pŕti:

$$f(t) = \begin{cases} 0 & \text{pro } t \leq 0 \\ \frac{1}{2\sqrt{t}} & \text{pro } 0 < t \leq 1 \\ 0 & \text{pro } t > 1 \end{cases}$$



derivative
dist. F-cc